

Оценки ненаблюдаемых переменных в России: Расставляем черты и звёзды над г и у

Бабаян В., Беляков А., Вихарев П., Грачёва А., Гришин Д.,
Елисеев А., Ермаков С., Змановский А., Иващенко С., Иногамова В.,
Коршунов Д., Крыжановский О., Ляхнова М., Могилат А.,
Новопашина А., Овечкин Д., Федоров Д., Шульгин А.

20 августа 2025 г.

Авторы выражают большую благодарность коллегам из Департамента исследований и прогнозирования Константину Стырину, Андрею Синякову и Алексею Пономаренко за методологические консультации, плодотворную дискуссию и множество полезных замечаний к работе.

Содержание настоящего доклада по экономическим исследованиям отражает личную позицию авторов. Результаты исследования являются предварительными и публикуются с целью стимулировать обсуждение и получить комментарии для возможной дальнейшей доработки материалов. Содержание и результаты исследования не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику или решения регулятора. Любые ошибки в данном материале являются исключительно авторскими.

Все права защищены. Воспроизведение представленных материалов допускается только с разрешения авторов.

Аннотация

В работе рассматриваются подходы к определению и методы оценки ключевых ненаблюдаемых макроэкономических переменных, таких как нейтральная процентная ставка и потенциальный выпуск, с точки зрения их применения в денежно-кредитной политике Банка России. Авторы анализируют различные подходы – от структурных моделей, основанных на экономической теории, до полуструктурных и неструктурных статистических методов. Особое внимание уделяется адаптации этих подходов к специфике российской экономики, включая зависимость от сырьевого экспорта, внешние шоки и структурные изменения. В работе сравниваются оценки разных моделей и демонстрируется высокая степень неопределённости в их результатах. Обсуждаются различия между долгосрочными и краткосрочными потенциальными величинами и их польза на практике. Представлены оценки нейтральной ставки и потенциала для России по всей панели обсуждаемых методов и метрики качества этих оценок.

Обзорное резюме

Данная работа посвящена оценке так называемых *ненаблюдаемых переменных*, таких как потенциальный выпуск и нейтральная процентная ставка, и представляет собой комплексный обзор современных подходов к их оценке. Эти показатели играют важную роль в формулировании денежно-кредитной политики и в коммуникации центральных банков, особенно в условиях внешних шоков и высокой неопределённости, характерных для российской экономики.

В работе рассматриваются различные методологические подходы к оценке этих величин, анализируются их преимущества и недостатки, а также проверяется, какие из них дают наиболее устойчивые и точные результаты. Особое внимание уделено адаптации моделей под специфику российской экономики.

Определения

Мы начинаем с того, что систематизируем определения. Дополняя Obstfeld (2023), мы говорим, что ненаблюдаемые (в определенном смысле равновесные) уровни ставки и выпуска следует разделять на *естественные*, *перманентные* и *нейтральные*.

- *Естественный* уровень ставки или выпуска – это уровень, который достигается в теоретической экономике без номинальных жесткостей.
- *Перманентный* – это уровень, который получается, если отбросить влияние транзиторных (временных) шоков и оставить только перманентные.
- *Нейтральный* – это уровень, который не приводит к ускорению или замедлению инфляции.

Кроме того, оценки нейтральной ставки и потенциала могут быть *долгосрочными* и *краткосрочными*. Суммировать эти определения можно в следующей таблице.

Таблица 1: Матрица определений потенциальных переменных.

Уровни:	Естественный (natural) ($\bar{r}, \bar{y}$)	Нейтральный (neutral) (r^*, y^*)	Перманентный (permanent) (r^P, y^P)
Краткосрочный	Текущий уровень в гипотетической экономике с гибкими ценами	Текущий уровень траектории, который не ускоряет инфляцию	Уровень без учета влияния транзиторных шоков
Долгосрочный	Значения в долгосрочном общем равновесии		
Методы оценки	В рамках структурных моделей с отключением номинальных жесткостей	Структурные и полуструктурные модели, многомерные и одномерные фильтры, модели ценообразования активов	В рамках структурных моделей за вычетом транзиторных шоков

Методы оценки

Первое, что нужно отметить – что понятия краткосрочных естественных и перманентных ставки и выпуска неразрывно связаны с концепцией экономического равновесия. Для того, чтобы ввести эти определения, нужна микроэкономически обоснованная структурная модель, в которой прописываются оптимизационные практики основных экономических агентов (фирм

и потребителей), решения соответствующих оптимизационных задач и находится общее равновесие системы. Далее в рамках конкретной модели «отключается» влияние тех или иных факторов на динамику переменных интереса: в случае с естественным уровнем отключаются номинальные жесткости, в случае с перманентным – исключается влияние временных шоков.

Краткосрочный нейтральный уровень ставки и выпуска можно определить в рамках полуструктурных моделей как уровень нейтральный к инфляции (англ. non-accelerating infation, NAI). В тоже время, полученные в рамках неструктурных подходов (таких как одномерные статистические фильтры) нужно воспринимать именно как «статистические» тренды, которые лишь с определенными оговорками можно считать прокси для теоретически обоснованных траекторий (нейтральных, естественных и перманентных).

Все типы долгосрочных потенциальных величин сходятся в долгосрочном общем равновесии и могут быть оценены лишь в рамках равновесных моделей (англ. general equilibrium, GE; например, DGE или DSGE), которые могут быть структурными или полуструктурными, в зависимости от того выводятся ли уравнения модели из оптимизационных задач или просто постулируются.

В данной работе мы рассматриваем четыре основных группы подходов к оценке ненаблюдаемых переменных:

- Структурные модели;
- Полуструктурные методы;
- Неструктурные методы;
- Модели ценообразования активов.

Всю панель проведенных оценок можно схематично отобразить на следующей таблице:

Таблица 2: Методы оценки ненаблюдаемых переменных

	Ставка	Выпуск
Структурные модели	Неоклассическая модель экзогенного роста; DSGE MARS	DSGE MARS
Полу-структурные методы	Модель на основе Holston-Laubach-Williams;	Многомерные фильтры Laxton-Tetlow и Hirose-Kamada;
	Непокрытый паритет процентных ставок (UIP)	Модель Blaggrave et al.; Модель на основе Toth; Модель на основе Holston-Laubach-Williams; Межотраслевая производственная функция
Неструктурные методы	VAR с общими стох. трендами, Del Negro et al.; TVP-SV-BVAR, Lubik-Matthes	Модели ненаблюдаемых компонент (UCM); SVAR, Blanchard-Quah; Одномерные фильтры: Hordrick-Prescott, Hamilton, Baxter-King, Christiano-Fitzgerald, Butterworth
Модели ценообразования активов	Adrian-Crump-Moench	

Структурные модели – это модели, основанные на строгих принципах экономической теории. Они учитывают поведение фирм, домохозяйств, рынков и взаимодействие между ними. Примером являются DSGE-модели, которые широко используются центральными банками, или неоклассические модели долгосрочного роста. Преимуществами такого подхода являются теоретическая обоснованность и возможность анализа причинно-следственных связей, недостатками – сложность настройки и оценки и чувствительность к допущениям и ограничениям модели.

Полуструктурные методы менее зависимы от строгих теоретических предпосылок. Они основаны на статистических процедурах, которые помогают выделить тренд (долгосрочную тенденцию) и цикл (краткосрочные колебания). Наиболее популярные методы – это фильтр Калмана и другие многомерные фильтры, которые могут учитывать дополнительные переменные, такие как инфляция, уровень безработицы, ожидания участников рынка и др. Преимущества – гибкость, хорошая адаптация к реальным данным. Недостатки – некоторая субъективность в выборе исходных данных и параметров, меньшая интерпретируемость в терминах экономической теории по сравнению со структурными подходами.

К **неструктурным подходам** относятся простые статистические методы, такие как НР-фильтр, которые позволяют отделить долгосрочный тренд от краткосрочных колебаний. Преимущества – простота использования, широкая доступность. Недостатки – высокая чувствительность к значениям на конце выборки, отсутствие связи с экономическими механизмами.

Модели ценообразования активов позволяют напрямую извлекать оценки участников рынка относительно долгосрочных равновесных величин из цен финансовых инструментов.

Преимущества – обогащение макроэкономического анализа финансовыми данными и независимость рыночных оценок от собственного математического аппарата ЦБ. Недостатки – высокая волатильность и чувствительность к способу предобработки данных (например, метод бутстрапирования бескупонной кривой) и степени эффективности финансового рынка.

Анализ результатов

Медианная оценка для нейтральной ставки в России (см. Рисунок 1) свидетельствуют о ее постепенном снижении с уровней около 4% в 2015 г. до 2–2,5% в 2019–2021 гг. Далее на протяжении всего периода после начала СВО нейтральная ставка росла до уровней вблизи 4,5–5% в 2024 г., что согласуется с увеличением страновых рисков для России, существенно стимулирующей бюджетной политикой в последние годы и увеличением темпов роста потенциального выпуска поскольку страна была вынуждена замещать выпадающие импортные поставки.

В целом большинство проведенных оценок сходятся в том, что долгосрочная нейтральная реальная ставка выросла после 2022 года, однако существенно расходятся в оценках её уровня. Так, например, если взять два полуструктурных подхода – идентификация в частичном равновесии через UIP и многомерный полуструктурный фильтр Laubach-Williams, – то UIP (в спецификации, где внешняя ставка аппроксимируется как средневзвешенная по торговому обороту) объясняет рост ставки за счёт увеличения суверенной премии за риск, роста внешней нейтральной ставки, вызванного повышением нейтральной ставки в Азии (с Китаем в качестве прокси), и ростом доли азиатских стран во внешней торговле России, то модель LW основывается на жёсткой связи (следуя неоклассической теории) между долгосрочной нейтральной ставкой и долгосрочным потенциальным выпуском, оценивая последний через текущие темпы роста тренда ВВП. Поскольку модель исторически даёт низкие оценки темпов роста потенциала, её прогнозы нейтральной ставки также оказываются умеренными, несмотря на наличие латентного фактора, который на российских данных оказывает небольшой вклад в динамику нейтральной ставки.

С другой стороны, в неоклассической модели экзогенного роста реальная нейтральная ставка объясняется производительностью капитала (среднесрочная ставка связана с текущей средней производительностью капитала, долгосрочная ставка – с производительностью на траектории сбалансированного роста (BGP)). В такой парадигме выбор начального периода для оценки средних темпов роста совокупной факторной производительности становится критически важен для определения долгосрочной ставки, тогда как среднесрочная ставка сильнее зависит от динамики последних 2 лет и менее чувствительна к выбору временного интервала.

В целом оценки нейтральной ставки в большинстве случаев демонстрируют высокую степень персистентности (медианное значение автокорреляции по всем моделям $\rho = 0,7$ на горизонте одного года), что соответствует теоретическому обоснованию эволюции (долгосрочной) нейтральной ставки под воздействием фундаментальных – меняющихся медленно – факторов.

Для медианной оценки траектории потенциального выпуска в России (см. Рисунок 2) можно выделить четыре характерных периода в новейшей истории:

- Период высоких темпов роста нулевых годов. Потенциальный выпуск рос темпами 5–7% отыгрывая провал 1990-х годов.
- После провала 2008 г. Потенциал постепенно восстанавливался и достиг темпов роста около 2,5% в 2011–2012 гг.
- Далее начался период его постепенного замедления, и в конце доковидного периода потенциальные темпы роста оценивались вблизи 1,5% в годовом выражении.
- После турбулентности ковидного периода и начала СВО потенциальные темпы роста российской экономики несколько увеличились до около 2%.

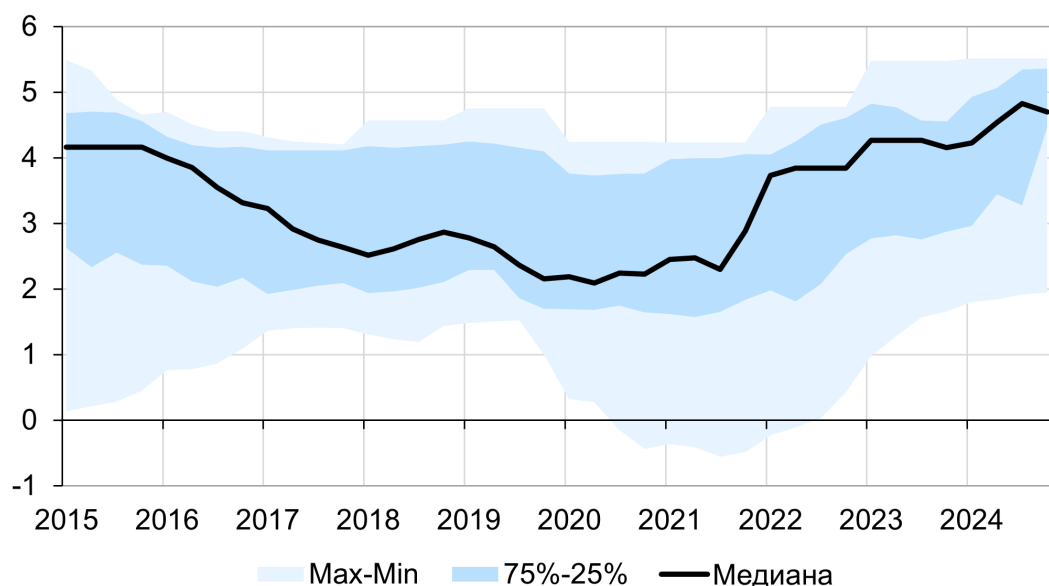


Рис. 1: Медианная оценка реальной нейтральной ставки.

К последним оценкам нужно относиться с определенной степенью осторожности, поскольку медиана траектории потенциала включает набор простых одномерных фильтров, которые дают весьма умеренные положительные оценки разрыва выпуска в России на конце выборки. Это объясняется тем, что «перегрев» экономики сохраняется все последние годы, а одномерные фильтры, не учитывающие уровень инфляции и другие макроэкономические показатели, свидетельствующие о том, что экономика находится выше траектории сбалансированного роста, завышают оценку тренда вслед за продолжительным ускорением роста фактического выпуска.

Так, например, SVAR-модели с долгосрочными ограничениями Бланшара-Куа идентифицируют шоки последних лет преимущественно как шоки спроса (обусловленные ростом показателей интенсивности использования как труда, так и капитала) и дают достаточно значительно более высокую оценку разрыва в 2024 г.

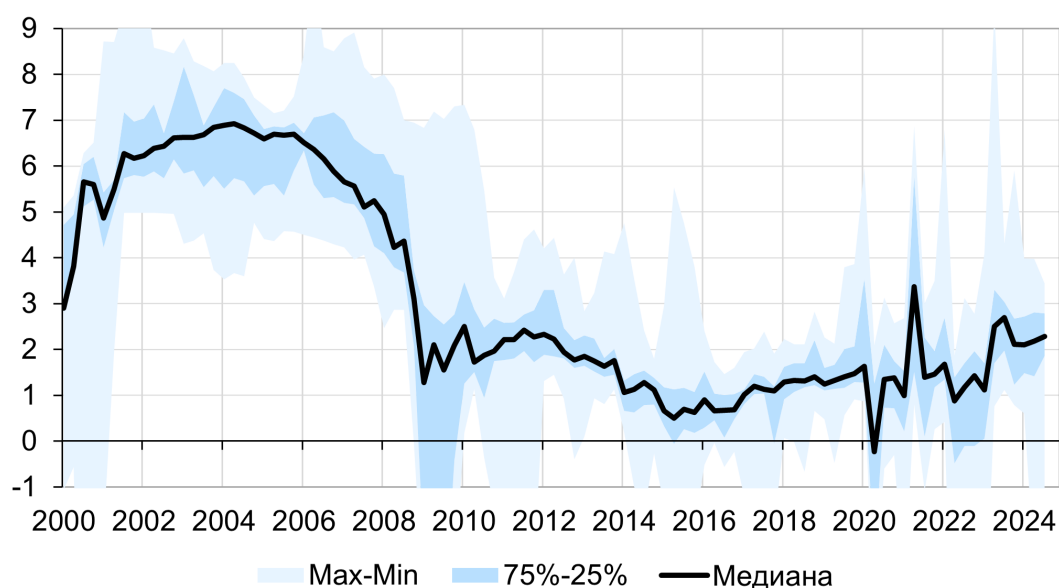


Рис. 2: Медианная оценка темпов роста потенциального выпуска, г/г.

Содержание

1 Введение	11
I Методология и результаты	15
2 Методология	16
2.1 Виды потенциальных величин	16
2.1.1 Контрфактические ставки в экономике без несовершенств	16
2.1.2 Ставки на основе декомпозиции на шоки	17
2.1.3 Выделение трендов из наблюдаемых рядов ставок	18
2.1.4 Потенциальный выпуск	19
2.2 Применение потенциальных величин для ДКП	21
2.3 Обзор методов оценки ненаблюдаемых величин	23
2.4 Практика оценки ненаблюдаемых величин центральными банками	25
3 История оценок потенциальных величин для экономики России	27
3.1 История оценок нейтральной ставки для России	27
3.2 История оценок потенциального выпуска для России	30
4 Проблемы с использованием потенциальных величин	34
4.1 Неоднозначность и противоречивость определений в литературе и на практике .	34
4.2 Теоретическая обоснованность кратко- и среднесрочных потенциальных величин	35
5 Результаты	42
5.1 Оценки нейтральной ставки	42
5.2 Оценки разрыва выпуска	50
5.3 Агрегированные оценки	60
6 Анализ результатов	64
6.1 Качество оценок в режиме реального времени	65
6.2 Статистическая значимость оценок	66
6.3 Процикличность оценок	68
6.4 Прогнозные свойства разрывов	70
6.5 Тест моделей на искусственных данных	72
6.6 Нарративный анализ	74
7 Выводы	76
II Теория и методы оценки	78
8 Взгляд неоклассической теории на потенциальные величины	79
8.1 Неоклассическая теория производства и инвестиций	79
8.2 Среднесрочная нейтральная реальная ставка	80
8.3 Долгосрочная динамика. Траектория сбалансированного роста	81
8.4 Долгосрочная нейтральная реальная ставка	82
8.5 Обзор основных публикаций	82

9 Взгляд новокейнсианской теории на потенциальные величины	87
9.1 Краткосрочная естественная ставка и оптимальная ДКП	87
9.2 Проблемы оценки краткосрочных естественных переменных	89
9.3 Долгосрочная естественная ставка и выпуск: детерминистические и стохастические тренды	89
9.4 Перманентная ставка	90
9.5 Перманентный выпуск	91
10 Неструктурные подходы к оценке потенциальных величин	93
10.1 Частотные фильтры	93
10.2 Эконометрические методы	94
10.3 Модели ненаблюдаемых компонент	97
11 Полуструктурные подходы к оценке потенциальных величин	100
11.1 Многомерные полуструктурные фильтры	100
11.2 Идентификация в частичном равновесии	107
11.2.1 Паритет процентных ставок	107
11.2.2 Производственная функция	108
12 Модели ценообразования активов для оценки ненаблюдаемых переменных	113
12.1 Динамические модели срочной структуры процентных ставок	113
12.2 Стилизованные факты о процентных ставках на российском финансовом рынке	114
13 Непрямые и немодельные методы оценки ненаблюдаемых переменных	120
13.1 Непрямые методы оценки	120
13.2 Опросы как источник оценок	120
Список литературы	122
A Неоклассическая модель экзогенного роста	135
B DSGE-модель MARS	142
C Многомерные фильтры Лакстона-Тетлоу и Хироше-Камады	167
D Многомерный фильтр Благрейва, Лакстона и др.	173
E Многомерный фильтр на основе модели HLW	185
F Многомерный фильтр на основе модели Тота	200
G Подход на основе производственной функции	213
H Непокрытый паритет процентных ставок	223
I TVP-SV-BVAR на основе модели Любика-Мэтьюса	226
J VAR с общими стохастическими трендами Дель Негро и др.	237
K Подход Бланшара-Куа на основе SVAR	242
L Модели ненаблюдаемых компонент	251
M Простые одномерные фильтры	276

N	Модель срочной структуры Адриано-Крампа-Менча	281
O	Методология расчёта прокси на капитал	288
P	Методология расчёта прокси на CDS	290

1 Введение

В современной экономической науке и практике денежно-кредитной политики (ДКП) особое внимание уделяется ненаблюдаемым переменным – величинам, которые не могут быть напрямую измерены или наблюдаемы в реальном времени, но при этом играют фундаментальную роль в формировании решений экономической политики. К таким переменным относятся нейтральная ставка процента (r^*) и потенциальный выпуск ($\bar{y}$). Эти концепции играют важную роль в формировании решений центральных банков, включая Банк России, поскольку они позволяют оценить и соответствующим образом коммуницировать степень стимулирующего или сдерживающего характера текущей политики, а также определить долгосрочные тренды развития экономики. В коммуникации центральных банков r^* и $\bar{y}$ зачастую используются как некоторые среднесрочные ориентиры для ожиданий ключевой ставки и темпов роста ВВП.

Оценка потенциальных величин привлекает всё больше внимания как в академических кругах и публичных материалах мировых ЦБ, так и у широкой аудитории. В работе Borio (2021) отмечается возросший интерес к концепции нейтральной ставки после финансового кризиса 2009 г., выраженный в значительном росте упоминаний терминов «natural rate» и «neutral rate» в выступлениях сотрудников ЦБ в мире. Этот феномен хорошо соотносится с популярностью запросов «neutral rate» и «potential output» в сервисе Google Trends (Рисунок 3).

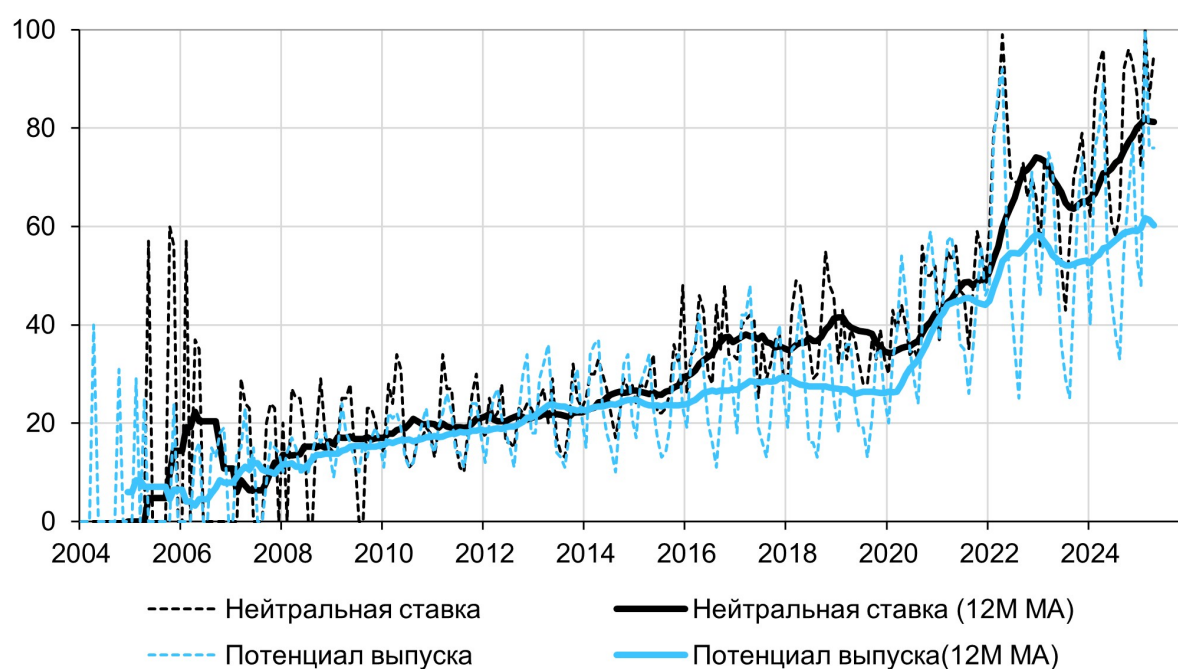


Рис. 3: Частота соответствующих запросов на основе Google Trends.

Примечания. 12M MA – скользящее среднее за 12 мес.

Понятие «нейтральная процентная ставка», введенное Кнудом Викселлем в 1898 году – это одно из ключевых понятий макроэкономической теории, которое становится всё более популярным в последние годы, когда все больше центральных банков переходят в своей политике к режиму таргетирования инфляции (ТИ), подразумевающему достижение целевого уровня инфляции с помощью изменения ставки процента. В рамках режима ТИ центральный банк повышает (понижает) учетную ставку, оказывая сдерживающее (стимулирующее) влияние на экономику и, таким образом, возвращая инфляцию к заданной цели. Очевидно, что при проведении такой политики большое значение имеет правильная идентификация такого уровня (траектории) ставки, который будет нейтрален к инфляции и не будет оказывать стимулирующего или ограничивающего влияния.

Как и многие макроэкономические переменные, нейтральная ставка может различаться на разных временных горизонтах. При этом нейтральная ставка определяется набором фундаментальных факторов, но для краткосрочной и долгосрочной ставки эти факторы будут различными. Для краткосрочной нейтральной ставки это потенциальный темп роста экономики, риск-премия, бюджетно-налоговая политика, для открытой экономики – также фундаментальные факторы других стран (уровень нейтральной ставки, темпы экономического роста и т.д.). На долгосрочную ставку оказывают влияние более устойчивые факторы – демография, темпы роста производительности труда, инвестиционный климат, степень развития финансового сектора (см. Kaplan, 2018; Основные направления денежно-кредитной политики ЦБ РФ, 2022).

В современной макроэкономической литературе существует несколько подходов к формальной оценке нейтральной ставки математическими методами.

Первая группа методов – это оценка на основе фильтра Калмана. Laubach and Williams (2003) являются основоположниками в этой области. С точки зрения временного горизонта такое определение характеризует долгосрочную нейтральную ставку, поскольку рассматривает ставку в отсутствии циклических колебаний. При использовании этого подхода строится модель, описывающая динамику экономических переменных в логике неокейнсианского подхода: кривую IS, кривую Филлипса, правило Тейлора и др. Затем, с помощью многомерного фильтра Калмана оценивается нейтральная ставка.

В оригинальной работе Лаубаха-Уильямса приводится оценка для США. В Holston, Laubach and Williams (2017) было предложено расширение первоначальной модели для США, Канады и еврозоны. С использованием этого подхода также проводились исследования для стран с формирующимися рынками (СФР).

Федеральный резервный банк Нью-Йорка регулярно публикует нейтральную ставку, рассчитанную по моделям Лаубаха-Уильямса и Холстон-Лаубаха-Уильямса. Публикация приостанавливалась с конца 2020 года и по май 2023 года, поскольку, как отмечает Джон Уильямс, шоки, вызванные пандемией, нарушали лежащие в основе фильтра Калмана предпосылки о нормальном распределении шоков и их некоррелированности во времени.

В работах Hledik and Vlcek (2018), Magud and Tsounta (2012) и других нейтральная ставка для разных стран оценивается авторами на основе полуструктурных моделей КПМ (квартальная прогнозная модель, англ. quarterly projection model, QPM).

Другое направление исследований в области оценки ненаблюдаемого аналога фактической процентной ставки предполагает использование структурных DSGE-моделей, которые используются многими центральными банками при проведении денежно-кредитной политики – полученные таким образом оценки принято называть естественной ставкой. В этом подходе под нейтральной ставкой понимается процентная ставка в условиях гибких цен. Таким образом, этот подход является более строгим, и нейтральная ставка оценивается исходя из структуры экономики. В этом случае речь идет об оценке краткосрочной ставки, поскольку оценивается ставка без исключения циклических колебаний. Первоначально этот подход описан в Woodford (2003), а затем развивается в Galí and Monacelli (2004) и Edge et al. (2007). Barsky et al. (2014) ставят модель с учётом влияния нулевой нижней границы процентных ставок (англ. zero lower bound – ZLB) на нейтральную ставку. Curdia et al. (2015) в противовес стандартному правилу Тейлора рассматривают альтернативные спецификации денежно-кредитной политики при определении величины нейтральной ставки.

Отдельно также можно выделить группу методов оценки долгосрочного уровня ставки с помощью моделей ценообразования активов. Метод основан на разложении кривой доходности на две ненаблюдаемые компоненты:

- Ожидания по краткосрочной ставке (англ. short rate expectations) – отражают будущую траекторию монетарной политики.
- Премия за срочность (англ. term premia) – компенсация инвесторов за риск долгосрочных

вложений.

Предполагается, что на горизонте 5–10 лет участники рынка ожидают, что ключевая ставка приблизится к своему равновесному (нейтральному) уровню. Таким образом, дальний конец форвардной кривой доходности (например, 10-летний), очищенный от премии за срочность, можно интерпретировать как рыночную оценку долгосрочной нейтральной ставки.

Параллельно с оценкой нейтральной ставки важным элементом денежно-кредитной политики является расчет потенциального выпуска – теоретического уровня ВВП, который экономика может производить при полном использовании своих ресурсов без создания инфляционного давления. Разрыв между фактическим и потенциальным выпуском (англ. *output gap*) служит одним из важных индикаторов при принятии решений о корректировке процентной ставки. Так, закрытие разрыва выпуска – наравне с выходом инфляции на цель – является неотъемлемой частью монетарной политики как в практике мировых регуляторов, так и в академической литературе ещё со времён работы Taylor (1993), где предлагалось использовать с одинаковыми весами по 0,5 отклонение выпуска от тренда и отклонение инфляции от цели для определения оптимальной ставки. Далее этот подход получил развитие и теоретическое обоснование во множестве, ставших уже хрестоматийными, работ: Svensson (1999), Clarida et al. (1999), Woodford (2001), Walsh (2003) и другие.

В мировой практике для оценки потенциального выпуска используются методы (которые в целом перекликаются с методами, используемыми для оценки нейтральной ставки), включая структурные модели, полуструктурные подходы и неструктурные методы. Одним из наиболее популярных подходов является анализ производственной функции, который позволяет оценить вклад факторов производства (труда, капитала и совокупной факторной производительности) в темпы экономического роста (IMF, 2015, Havik et al. (2014), и другие). Этот метод был также использован, например, в работах Дробышевского и Казаковой (2015) для оценки потенциального выпуска в России.

Следуя Обсфельду, мы говорим, что ненаблюдаемые (в определенном смысле равновесные) уровни ставки и выпуска следует разделять на естественные и нейтральные. Естественный уровень ставки или выпуска – это уровень, который достигается в теоретической экономике без номинальных жесткостей. Нейтральный уровень – это тот, который не приводит к ускорению или замедлению инфляции. Отдельно также можно определить перманентный уровень ставки и выпуска – уровень, который получается, если отбросить влияние транзиторных (временных) шоков и оставить только перманентные.

Кроме того, потенциальные ставка и выпуск могут быть:

- Краткосрочными – это может быть альтернативная (контрфактическая) ставка/выпуск, часть декомпозиции фактической ставки/выпуска, либо преобразование (например, сглаживание) текущей, прошлых и (ожидаемых) будущих ставок/выпуска.
- Долгосрочными, т.е. определёнными в долгосрочном равновесии (в актуальной либо контрфактической экономике).

Таким образом, набор определений для ненаблюдаемых траекторий процентной ставки и выпуска можно графически представить в виде матрицы:

Таблица 3: Матрица определений потенциальных переменных.

Уровни:	Естественный (natural) ($\bar{r}$, $\bar{y}$)	Нейтральный (neutral) (r^* , y^*)	Перманентный (permanent) (r^P , y^P)
Краткосрочный	Текущий уровень в гипотетической экономике с гибкими ценами	Текущий уровень траектории, который не ускоряет инфляцию	Уровень без учета влияния транзиторных шоков
Долгосрочный	Значения в долгосрочном общем равновесии		
Методы оценки	В рамках структурных моделей с отключением номинальных жесткостей	Структурные и полуструктурные модели, многомерные и одномерные фильтры, модели ценообразования активов	В рамках структурных моделей за вычетом транзиторных шоков

За годы политики инфляционного таргетирования в России тема оценки нейтральной ставки и потенциала экономики была неоднократно исследована как сотрудниками ЦБ, так и независимыми академическими исследователями. В своей официальной коммуникации Банк России также периодически озвучивает уровни нейтральной ставки и темпов роста потенциального выпуска, которые он считает релевантными для российской экономики. Однако, в профессиональной дискуссии и в литературе (как в России, так и в мире) можно зачастую наблюдать определенную путаницу в употреблении терминов r^* и $\bar{y}$ – под одним и тем же «названием» часто подразумевают совершенно разные вещи. Этому есть причины – под нейтральной ставкой и потенциалом в той или иной ситуации могут пониматься: (i) уровни в определенном смысле нейтральные к инфляции, от которых можно отсчитывать направленность ДКП; (ii) уровни в гибких ценах и/или с исключением других неэффективностей рынка; (iii) уровни в отсутствие временных шоков; наконец просто (iv) тренды. Настоящая работа среди прочего ставит своей целью систематизировать определения, концепции и методы, и выбрать панель моделей, которые наиболее релевантны для задач Банка России.

В дальнейшем работа будет разделена на две основные части и множество приложений. Часть I посвящена методологии и результатам. Она содержит: определения потенциальных величин; обзор областей применения и методов оценки потенциальных величин; историю оценок потенциальных величин в России; критику использования потенциальных величин; а также наши оценки потенциальных величин на российских данных и их анализ. Часть II даёт обширный обзор взглядов основных теоретических школ в макроэкономике на потенциальные величины и эмпирических методов их оценки. Многочисленные приложения содержат детальные технические отчёты моделей, использованных нами для оценки потенциальных величин в России.

Часть I

Методология и результаты

2 Методология

Со времени дискуссии Кнута Викселля и Людвиг фон Мизеса (Festre, 2006) на тему определения – и самой возможности существования – одной процентной ставки, которая бы уравновешивала множество связанных рынков (денежный рынок, рынки капитала и конечной продукции) и стимулов различных агентов (склонность домохозяйств к сбережениям, требуемая предпринимателями доходность фирм), которую авторы называли естественной (англ. *natural*), экономическая теория стала более формализованной и потребовала большей конкретики в используемых определениях.

Важным этапом в формализации естественной ставки стала работа Woodford (2003), где естественная ставка и выпуск определяются как их контрфактические аналоги в экономике без номинальных жёсткостей цен и зарплат – т.е. без ключевого отличия новых кейнсианских DSGE-моделей от моделей RBC. С тех пор эти естественные величины иногда рассматривают как пример нейтральных (англ. *neutral*) ставок, от которых можно отсчитывать направленность ДКП. Хотя на практике термины *neutral* и *natural* часто используются как синонимы – что затрудняет интерпретацию результатов (подробнее см. Раздел 4.1), – мы, следуя Obstfeld (2023), будем различать эти понятия.

Далее мы предложим систему функциональных (основанных на методах вычисления) определений потенциальных переменных (ненаблюдаемых аналогов фактических переменных, обладающих некоторыми требуемыми свойствами), рассмотрим практику и перспективы их использования в рамках ДКП, классифицируем методы их оценивания и рассмотрим подробнее опыт международных ЦБ в их оценивании. В нашем анализе, для удобства, мы будем говорить преимущественно о различных видах потенциальных ставок, хотя аналогичные рассуждения верны и для потенциального выпуска, о чём будет отдельно написано далее.

2.1 Виды потенциальных величин

Поскольку наиболее строгим формальным инструментом для рассуждений о способах построения альтернативных ненаблюдаемых переменных являются микрообоснованные структурные модели, там, где это возможно, мы будем определять потенциальные величины в рамках новых кейнсианских DSGE-моделей. В остальных случаях мы будем отталкиваться от способа оценки потенциальных величин, не вдаваясь подробно в предполагаемый DGP, стоящих за ними.

Далее мы рассмотрим несколько способов выделения **потенциальной** компоненты из динамики фактической реальной ставки.

2.1.1 Контрфактические ставки в экономике без несовершенств

Рассмотрим реальную ставку, которая установилась бы в экономике без некоторого набора присущих ей несовершенств. Эта ненаблюдаемая величина может быть найдена исключительно внутри структурной модели общего равновесия при отключении определенного набора предположений, затрудняющих достижение эффективного распределения ресурсов: т.н. несовершенств. Woodford (2003) определяет естественную ставку как реальную ставку в экономике без номинальных жесткостей цен и заработных плат – это наиболее часто встречающаяся в литературе трактовка естественной ставки. В более сложных моделях список несовершенств может быть шире: номинальные жесткости цен, зарплат (и других ресурсов), монополистические наценки, финансовые фрикции, асимметричность информации и некоторые другие эффекты, генерирующие реальные жесткости. По этой причине мы оставляем возможность варьировать набор отключаемых несовершенств в каждом конкретном варианте расчета данной ставки и будем говорить в целом о контрфактических ставках в упрощённой экономике.

Контрфактическая ставка определена в каждый момент времени и отражает результат оптимального поведения всех агентов при текущем наборе временных и перманентных шоков, а

также выбранном (отключенном) наборе негибкостей и других несовершенств. Для простоты, далее из всего класса таких потенциальных ставок будем говорить про наиболее распространённого их представителя – ставку при гибких ценах и зарплатах и будем называть её **краткосрочной естественной ставкой**¹. В хрестоматийных работах (Woodford, 2003; Gali, 2015) оптимальная ДКП направлена на снижение негативных последствий от воздействия шоков на экономику, возникающих в результате существования несовершенств, поэтому краткосрочная естественная (с гибкими ценами и зарплатами) ставка является оптимальной. Этот феномен, вслед за Woodford (2003), принято называть неовикселианством (англ. Neo-Wicksellianism). Исследование этого подхода было продолжено в работах Barsky et al. (2014) и Curdia et al. (2015).

Единственным явным способом оценки краткосрочной естественной ставки, $\bar{r}_t$, является контрфактический эксперимент с отключением различных типов несовершенств в рамках структурных моделей. Проблемы с данным подходом к оценке возникают, во-первых, из-за большой чувствительности метода к ошибкам спецификации структурных моделей (Edge, Kiley and Laforte, 2007); во-вторых, из-за сложности оценки структурных параметров бесфрикционной экономики (Edge, Kiley and Laforte, 2007; Поршаков и Синяков, 2019). Поэтому на практике чаще всего рассчитывают естественную ставку в среднесрочном периоде², когда воздействие на экономику временных (англ. transitory) шоков исчерпывается. Формально, берётся ожидаемое значение естественной ставки, $E_t \bar{r}_{t+h}$, через h периодов (например, 3 – 5 лет). Ключевыми факторами **среднесрочной естественной ставки** являются динамика персистентных шоков и факторы долгосрочного роста экономики: темпы прироста населения, производительности, тренды в демографии (Грищенко и Синяков, 2024) и неравенстве, а также структурные сдвиги в экономике.

При $h \rightarrow \infty$, мы получаем **долгосрочную естественную ставку**, равную долгосрочной равновесной (англ. steady state) ставке в исходной экономике (до отключения несовершенств)³. Хотя долгосрочная естественная ставка и не имеет отношения к набору шоков в каждый момент времени, именно эта ставка оказывается как важным ориентиром для принятия решений по ДКП, так и наиболее близким структурным аналогом к оцениваемой в эмпирических работах нейтральной ставке.

2.1.2 Ставки на основе декомпозиции на шоки

Второй подход к определению потенциальных ставок в структурных моделях заключается в декомпозиции динамики фактической ставки на экзогенные шоки и выделение из них интересующих групп⁴. При этом несовершенства из структурной модели не устраняются, что избавляет этот подход от ряда методологических проблем, присущих оценке естественной ставки.

Наиболее распространённый вариант потенциальной ставки, получаемой методом декомпозиции, — это **краткосрочная перманентная ставка**, r_t^P , при расчете которой в структурной модели искусственным образом устраняется влияние всех временных шоков (англ. transitory), а остается влияние только перманентных шоков (т.е. инноваций стохастических трендов, англ. permanent). Canova (2022) поясняет, что в перманентной ставке, кроме детерминистической

¹Что соответствует второму определению равновесной ставки в работе Поршакова и Синякова (2019)

²Соответствует определению Obstfeld (2023) и первому определению долгосрочной равновесной ставки в работе Поршакова и Синякова (2019)

³Отметим, что это справедливо лишь при условии, что отключенные несовершенства не меняют долгосрочное равновесие. Например, отключение номинальных жёсткостей цен и зарплат как правило не нарушает условия Бланшара-Кана и не искажает долгосрочное равновесие; чего нельзя сказать про переход от монополистической конкуренции к совершенной на рынке промежуточных товаров.

⁴Например, гипотетически можно объединить часть структурных шоков в две группы: шоки со стороны спроса и со стороны предложения; и назвать ту часть эволюции выпуска, которая объясняется шоками из второй группы, движимым предложением (англ. supply driven) выпуском. Интуиция, стоящая за таким подходом к выбору шоков, близка к неструктурному подходу Blanchard and Quah (1989).

компоненты, остается вклад всех перманентных шоков, связанных со стохастической компонентой тренда (Schmitt-Grohe and Uribe, 2011). Перманентную ставку так же можно рассматривать в среднесрочном и долгосрочном периоде. Хотя в определении перманентной ставки отсутствуют временные шоки, но перманентные шоки происходят каждый период, и экономике необходимо время на их абсорбцию. Соответственно, после того как процесс абсорбции части – наименее персистентных – временных шоков завершится (взяв матожидание краткосрочной перманентной ставки на h периодов вперед, $\mathbb{E}_t r_{t+h}^P$), будет получена **среднесрочная перманентная ставка**. Рассмотрев же $h \rightarrow \infty$ мы получим **долгосрочную перманентную ставку**, которая, также как и долгосрочная естественная ставка, сходится в долгосрочное равновесие и определяется его параметрами. Её оценка, связанная с идентификацией перманентных шоков, введенных в структурной модели общего равновесия на историческом диапазоне, перекидывает мостик между подходом оценки естественной ставки в структурных моделях и нейтральной ставки в эмпирических моделях.

2.1.3 Выделение трендов из наблюдаемых рядов ставок

Большой популярностью в практике центральных банков (см. Раздел 2.4) пользуются многочисленные эмпирические методы выделения из траектории фактических ставок неких устойчивых (меняющихся медленнее актуальных рядов) компонент для того, чтобы определять направление и степень жёсткости проводимой ими ДКП. Семейство таких потенциальных величин мы будем называть **нейтральными** (см. Obstfeld, 2023; Canova, 2022), r_t^* .

Задачу выделения устойчивой компоненты из фактического ряда можно решить множеством неструктурных методов, например, фильтрацией низкочастотной компоненты (Kaykhusraw, 2025) или эконометрическими моделями (Lubik and Matthes, 2015; Del Negro and Primiceri, 2015; Del Negro et al., 2017). Такие отфильтрованные медленно меняющиеся компоненты исходных рядов называют **трендовыми**.

Зачастую про нейтральные ставки говорят как про ставки, при которых «не происходит ускорения или замедления инфляции» – это связано с наиболее популярным эмпирическим методом оценки нейтральной к инфляции ставки (либо выпуска) (Laubach and Williams, 2003; Holsten, Laubach and Williams, 2017) с помощью многомерных полуструктурных фильтров, которые дополняют классические (неструктурные) техники фильтрации стилизованными макроэкономическими соотношениями (кривая Филлипса, закон Оукена) и раскладывают фактические переменные на две компоненты: тренд и разрыв. Полученные таким образом тренды принято называть **не ускоряющими** какую-либо другую переменную⁵.

Выше изложены эмпирические подходы к оценке нейтральных величин. В структурных же моделях указанное выше определение нейтральности оказывается неконкретным и может быть интерпретировано различными способами. Среди наиболее теоретически обоснованных можно выделить упомянутую уже перманентную ставку и ставку по правилу (фактическую ставку без учёта монетарного шока)⁶, однако ни при одной из них инфляция не будет неизменной. Более того, попытки определить нейтральную ставку в структурной модели как ставку, при которой инфляция через h периодов останется неизменной (либо выйдет на целевой уровень), дадут очень волатильную потенциальную ставку (см. Раздел 4.2), которая совершенно не применима в качестве точки отсчёта направленности ДКП.

Поскольку концепция нейтральной ставки вводится в рамках эмпирических подходов, то атрибутировать её горизонт не так просто. Несмотря на то, что выделяемые тренды равняют-

⁵ Например не ускоряющий инфляцию уровень выпуска (англ. non-accelerating inflation level of output, NAILO) (Hirose and Kamada, 2003), не ускоряющая инфляцию процентная ставка (англ. non-accelerating-inflation rate of interest, NAIRI) или не ускоряющий инфляцию уровень безработицы (англ. non-accelerating inflation rate of unemployment, NAIRU).

⁶ Иными словами, некоторые виды ставок, основанных на декомпозиции, гипотетически могут выступать как ориентиры для ДКП, для чего и вводятся нейтральные величины.

ся текущему значению ставки за вычетом разрыва, эти тренды, по построению, представляют некие среднесрочные⁷ колебания исходного ряда⁸. Далее будем условно называть такие потенциальные ставки **среднесрочными нейтральными**, что соответствует методологии, предложенной Beyer and Brandao-Marques (2025).

С точки зрения срочности оцениваемых ставок, отдельное место занимают модели ценообразования активов, которые позволяют выделять долгосрочные рыночные ожидания относительно будущей траектории ставки. В этом случае можно строго говорить о **долгосрочной нейтральной ставке**.

Большинство эмпирических методов предполагают медленную подстройку нейтральной ставки к долгосрочному уровню (англ. from medium to long run). Нейтральная ставка может изменяться под действием долгосрочных факторов и структурных сдвигов (см., например, Грищенко, Синяков, 2024). В долгосрочном периоде различия между естественной⁹, потенциальной¹⁰ и нейтральной ставками должны стираться, но из-за большей свободы в определении закона движения¹¹ подстройка эмпирической нейтральной ставки к долгосрочному равновесию позволяет (хотя и менее строго) учесть большее разнообразие факторов, чем в случае долгосрочных естественной или перманентной ставок.

Основываясь на привычной терминологии в коммуникации центральных банков¹² и том факте, что в долгосрочной перспективе (с учётом вышеупомянутых технических нюансов) все описываемые нами виды потенциальных ставок сходятся в долгосрочной перспективе, в дальнейшем, при получении оценок и их анализе, мы будем называть все долгосрочные потенциальные ставки «долгосрочными нейтральными ставками».

2.1.4 Потенциальный выпуск

Каждому типу потенциальной ставки соответствует свой **потенциальный выпуск**. В структурных моделях, аналогично краткосрочным естественной и перманентной ставкам, **краткосрочный естественный и краткосрочный перманентный выпуски** определяются как контрфактический выпуск в экономике с гибкими ценами и зарплатами¹³ и та часть динамики выпуска, которая объясняется перманентными шоками, соответственно. **Среднесрочные**

⁷ Степень персистентности эмпирических оценок обычно можно варьировать используя, например, более высокие допустимые частоты в фильтре или задавая меньшее соотношение дисперсий разрыва и тренда, получая таким образом [более] краткосрочные нейтральные ставки, которые, однако, будут слишком волатильны для интерпретации их как устойчивой компоненты. Также, поскольку на практике используются довольно сглаженные низкочастотные тренды, мы не будем останавливаться на попытках отдельно оценить либо ввести краткосрочные нейтральные ставки.

⁸ Некоторые эмпирические методы вычисления нейтральной ставки предполагают функциональную форму её динамики во времени и, формально, можно строить её условные прогнозы аналогично среднесрочным потенциальным ставкам в структурных моделях, однако как правило эта динамика вводится упрощённой и используется только для фильтрации прошлых и текущих значения ненаблюдаемой нейтральной компоненты ставок.

⁹ Как говорилось выше, некоторые версии естественных и нейтральных показателей могут не совпадать в долгосрочном периоде, например, при отключении монополистических наценок, меняется детерминированное равновесие модели, то есть долгосрочные ожидания показателей.

¹⁰ В структурных моделях сходимость различных ставок на основе декомпозиции на шоки в одно и то же долгосрочное равновесие справедлива для линейаризованных моделей – в случае нелинейных моделей некоторые такие ставки могут незначительно отклоняться от долгосрочных траекторий фактических переменных.

¹¹ Речь об отсутствии жестких ограничений, накладываемых структурной моделью.

¹² Так, например, Банк России использует именно долгосрочную интерпретацию: *нейтральная ставка – это реальная ставка, которая соответствует нахождению инфляции на цели в отсутствие шоков, при которой ДКП не является ни стимулирующей, ни сдерживающей* (Банк России, 2023).

¹³ Аналогично контрфактическим ставкам, можно отключать в модели разные несовершенства и получать разные траектории выпуска. В Vetlov et al. (2011), наравне с естественным выпуском, рассматривается *эффективный* выпуск – выпуск в экономике с гибкими ценами и зарплатами и нулевыми монополистическими наценками.

и долгосрочные¹⁴ естественный и потенциальный выпуски вычисляются через математическое ожидание будущих значений так же, как и в случае аналогичных ставок. Естественный и перманентный выпуски в каждой структурной модели однозначно определены совместно с естественной и перманентной ставками и, таким образом, являются взаимно согласованными величинами.

Методы оценки **нейтральных уровней выпуска** эмпирическими методами как правило совпадают с методами для нейтральной ставки. **Трендовый выпуск** получают на основе статистических фильтров (наиболее популярный из них Hordrick and Prescott, 1997), либо многочисленных эконометрических процедур (Blanchard и Quah, 1989; Hamilton, 2018). Тренд выпуска, полученный из многомерных полуструктурных фильтров (Laxton and Tetlow, 1992; Hirose and Kamada, 2003), принято называть **не ускоряющим** (инфляцию) выпуском.

Нейтральный (к инфляции) выпуск в зависимости от используемого эмпирического метода может определяться как совместно, так и независимо от нейтральной ставки, которая может быть в рамках какого-либо метода не определена. Однако, полученные таким образом оценки могут быть не согласованы с аналогичными оценками нейтральной ставки, даже если они получены в рамках одного многомерного фильтра (Laubach and Williams, 2003), поскольку эмпирические подходы не учитывают правило ДКП и способы формирования ожиданий агентов в экономике¹⁵.

Ключевым отличием переменной выпуска от процентной ставки в структурных моделях является то, что выпуск по своей природе содержит тренд¹⁶, в то время как ставка лишь возвращается к своему долгосрочному среднему – долгосрочной нейтральной ставке. Это свойство позволяет нам считать трендовый выпуск, помимо эмпирических подходов, также и в рамках тех структурных моделей, которые явно учитывают тренды. Однако, такой тип потенциального выпуска не будет иметь аналога в виде соответствующей потенциальной ставки¹⁷.

Поскольку в литературе и коммуникации центральных банков укоренился термин «потенциальный выпуск», далее, в своих расчётах и их анализе, мы будем пользоваться этим термином подразумевая под ним чаще всего нейтральный уровень выпуска (трендовый, либо не ускоряющий инфляцию).

Визуально иерархию определений потенциальных r и y можно представить в виде Таблицы 4.

¹⁴Поскольку выпуск является нестационарной величиной, в долгосрочной перспективе имеет смысл говорить о его *потенциальных темпах роста*.

¹⁵Иными словами, нельзя утверждать, что, если бы центральный банк устанавливал ставку на уровне полученной оценки нейтральной ставки, то выпуск находился бы на своей оценённой нейтральной траектории.

¹⁶Как правило это только тренд совокупной факторной производительности (СФП), однако в модели могут быть и множественные тренды (Новак и Шульгин, 2025).

¹⁷Можно считать, что (постоянная) долгосрочная нейтральная ставка, в каком-то смысле соответствует этой концепции

Потенциальные величины			Краткосрочные, t	Среднесрочные, t + h	Долгосрочные, +∞	
Структурные	Декомпозиция на шоки	Без учёта транзиторных шоков (перманентные), r^P и y^P				
		Без учёта монетарных шоков (ставка «по правилу»)				
		...				
	Контрфактические (без несовершенств)	без номинальных жёсткостей (естественные), $\bar{r}$ и $\bar{y}$				
		+ нулевые наценки (эффективные)				
		+ совершенная конкуренция				
		+ без реальных жёсткостей				
		+ без асимметрии информации				
		...				
Эмпирические	Нейтральные, r^* и y^*	Трендовые				
Не ускоряющие [инфляцию]						
...						

Таблица 4: Иерархия определений потенциальных величин.

2.2 Применение потенциальных величин для ДКП

Основным вопросом при использовании того или иного вида потенциальных величин является целеполагание (Archibald and Hunter, 2001; Amato, 2005). Ответ на вопрос «зачем нам нужны оценки этих ненаблюдаемых переменных?» зависит от задачи, которую ставит перед собой исследователь. Центральные банки обычно используют оценки потенциальных величин в своей работе для решения четырёх основных задач:

1. **Нормативный анализ.** Аппроксимация оптимальной ДКП – экстраполяция результатов из простых моделей (например, оптимальность естественной ставки в моделях Woodford, 2003 и Gali, 2015) на более детализированные, используемые ЦБ на практике.
2. **Позитивный анализ.** Индикатор делового цикла – определение текущей направленности и степени жёсткости ДКП и глубины спада (либо степени перегрева) экономики.
3. **Уточнение и заякоривание долгосрочных ожиданий.** Объявление долгосрочных ориентиров относительно будущих значений фактических переменных для участников финансового рынка и широкой аудитории.
4. **Калибровка моделей и уточнение оценок.** Для определения ставки по классическому правилу Тейлора необходимо знать долгосрочную нейтральную ставку и – при ненулевом соответствующем коэффициенте – краткосрочный (текущий) разрыв выпуска.

Оптимальность естественных (либо эффективных) ставок в простых моделях остаётся популярной темой для исследований (Barsky et al., 2014; Curdia et al., 2015). Также понятно желание перенести – пусть и с некоторыми оговорками – эти результаты на актуальные прикладные модели из аппарата центральных банков; ведь вычисление «честной» оптимальной ДКП является крайне трудозатратной и технически трудной задачей (Giannoni and Woodford, 2004; Giannoni and Boivin, 2008; Adam and Woodford, 2012; Adam and Woodford, 2021). Однако, подобная экстраполяция не является обоснованной и не гарантирует схожей динамики естественной ставки с её траекторией при проведении оптимальной ДКП. В рамках данной работы, мы ограничимся лишь тем, что отметим (Раздел 4.1) природу естественных величин, как (потенциально)

оптимальных и малоприспособленных для других задач¹⁸.

Использование потенциальных величин в качестве индикаторов делового цикла остаётся наиболее популярным их применением (Borio et al., 2013; Kangur et al., 2019; Roeger et al., 2019; Barkema et al., 2020) и находится в фокусе данного исследования, наравне с анализом качества различных способов их оценки. Если потенциальная величина является устойчивым трендом, к которому должна сходиться величина фактическая, то разрыв (отклонение фактической величины от потенциальной) должен обладать прогнозной силой относительно будущей динамики фактической величины (либо других циклических макроэкономических переменных, например, инфляции). Однако, даже в случае наличия значимой корреляции на истории, оценки в режиме реального времени могут быть неприменимы в качестве индикатора делового цикла из-за задержки в выходе статистики и её пересмотров, а также из-за проблемы крайней точки (Andrle, 2013). В Разделе 6 на российских данных тестируются эмпирические свойства оценок, полученных разными методами, а Раздел 4.2 изучает корреляции потенциальных величин в рамках модельной экономики.

По поводу задачи уточнения и закоривания долгосрочных ожиданий отметим лишь, что вопрос коммуникации ЦБ выходит за рамки данного исследования, а влияние анонса регулятора о переоценке параметров долгосрочного равновесия на финансовые рынки и долгосрочные ожидания требует отдельного изучения.

Далее мы рассмотрим наиболее популярные в академической литературе правила определения текущей процентной ставки ЦБ¹⁹.

- Классическое правило Тейлора, впервые предложенное в Taylor (1993)²⁰:

$$i_t = r^* + \pi^* + \psi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \psi_y(y_t - y_t^P),$$

где i_t – номинальная ставка, r^* – долгосрочная реальная нейтральная ставка, π_t – инфляция, π^* – цель по инфляции, y_t – выпуск, а y_t^P – краткосрочный перманентный выпуск.

- Неовикселлианское правило, основанное на оптимальности естественных ставок, впервые сформулированное в Woodford (2003):

$$i_t = \bar{r}_t + \mathbb{E}_t \pi_{t+1},$$

где $\bar{r}_t$ – краткосрочная реальная естественная ставка.

- Часто встречающееся в той или иной вариации гибридное правило Викселля-Тейлора (Curdia et al., 2015), использующее разрывы к естественным (либо эффективным) величинам:

$$i_t = \bar{r}_t + \pi^* + \psi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \psi_y(y_t - \bar{y}_t),$$

где $\bar{y}_t$ – краткосрочный естественный выпуск.

Как видно из приведённых выше правил, для проведения ДКП центральному банку необходимо знать текущий разрыв выпуска (к тому или иному потенциальному выпуску, в зависимости от правила) и долгосрочную реальную нейтральную (либо краткосрочную естественную) ставку. Оценки долгосрочной нейтральной ставки и краткосрочного разрыва выпуска, полученные на основе сателлитных моделей, могут значительно улучшить качество проводимой ДКП. Например, оценки нейтральной ставки можно учитывать в априорном распределении параметров модели, отвечающих за равновесное значение ставки, а оценки разрыва выпуска

¹⁸В частности, использование краткосрочной естественной ставки в качестве нейтрального уровня затруднительно, так как естественная и фактическая ставки должны иметь сходные частотные спектры (см. Canova, 2022).

¹⁹Для наглядности будем рассматривать правила без инерции, $\rho_i = 0$, и монетарного шока, $\varepsilon_t^i \equiv 0$.

²⁰Позднее (Fuhrer, 1997 и Taylor, 1999) это правило было обобщено на случай ожидаемых будущих (либо прошлых, для $h < 0$) значений инфляции и разрыва выпуска: $i_t = \mathbb{E}_t[r^* + \pi^* + \psi_\pi(\pi_{t+h} - \pi^*) + \psi_y(y_{t+h} - y_{t+h}^P)]$.

можно использовать как наблюдаемые в структурной модели. Основными преимуществами такого подхода являются возможность сателлитных моделей учитывать более широкий набор данных (например, использовать финансовые инструменты) и накладывать меньше структурных ограничений на динамику ненаблюдаемых величин.

Основываясь на рассуждениях выше и результатах представленных далее, можно представить степень применимости различных потенциальных величин в виде Таблицы 5

Срочность / Величины	Естественные	Перманентные	Нейтральные
Краткосрочные	• Теоретически обоснованы • Ограниченная польза в качестве ориентира для оптимальной ДКП	• Теоретически обоснованы • Ограниченная польза в качестве индикатора делового цикла	Не определены точно
Среднесрочные			• Определены эмпирически • Ограниченная польза в качестве индикатора делового цикла
Долгосрочные	• Теоретически обоснованы • Ограниченная польза в качестве индикатора делового цикла • Полезны на практике как долгосрочный ориентир		

Таблица 5: Области применения различных типов потенциальных величин.

2.3 Обзор методов оценки ненаблюдаемых величин

Литература на тему оценки потенциальных величин крайне разнообразна, однако работ, которые используют несколько моделей разной природы и сравнивают их результаты между собой, не так много. Обзоры методов декомпозиции выпуска и теории, стоящей за ними, можно найти в работах Dupasquier et al. (1999), Cotis et al. (2004), Pollock (2008), Andrieu (2013), Alvarez and Gomez-Loscos (2017), Oliynyk et al. (2020), Canova (2022), Celik et al. (2023). Аналогичные обзоры методов декомпозиции процентной ставки содержатся в работах Kiley (2020), Borio (2021) и Davis et al. (2024).

Особое место в сравнительных исследованиях моделей занимают работы исследователей в мировых ЦБ. Наиболее широко модельный аппарат используют: ЕЦБ (Brand et al., 2025), Банк Чили (Arias et al., 2023; Bauducco et al., 2022), Банк Канады (Adjalala et al., 2024; Devakos et al., 2024), Банк Японии (Kawamoto et al., 2017; Nakano et al., 2024) и Норвежский Банк (Furlanetto et al., 2023; Meyer et al., 2022).

В ходе обзора вышеупомянутых работ, становится довольно интуитивной следующая – близкая к Obstfeld (2023) – классификация методов оценки потенциальных величин, который мы и будем придерживаться в наших собственных оценках:

1. Структурные методы

- Неоклассические модели – объясняют долгосрочные равновесные темпы роста выпуска и реальную ставку через структурные параметры.
- Новокейнсианские модели – наследуют взгляд на долгосрочное равновесие от неоклассики, однако позволяют строго определять множество кратко- и среднесрочных потенциальных величин. Например: часть динамики переменных, обусловленная трендами и перманентными шоками; контрфактическая динамика переменных в

рамках похожей модели (но с некоторыми принципиальными изменениями) под воздействием точно таких же шоков; сглаженные в прошлое (с использованием лагов) или будущее (с использованием ожиданий) значения переменных; значения ставки, которые обеспечит неизменность текущего уровня инфляции под воздействием инерции реализованных ранее шоков.

2. Полуструктурные методы

- Многомерные полуструктурные фильтры (англ. semi-structural multivariate filters, SS MVF) – выделяют текущие тренды как «не ускоряющий» инфляцию уровень выпуска и «не ускоряющую» выпуск (либо напрямую инфляцию) ставку, т.е. величины, которые не вносят прямого вклада (не расширяют разрывы соответствующих величин) в динамику зависимых переменных.
- Идентификация в частичном равновесии – подход позволяет оценить отдельно взятые макроэкономические соотношения, а затем подставить в них (как правило сглаженные простым фильтром) тренды вспомогательных переменных и получить оценки трендов целевых переменных.

3. Неструктурные методы

- Эконометрические модели – существует множество разрозненных подходов к определению потенциальных величин. Среди наиболее распространённых: выделение шоков спроса и предложения и определение потенциала части динамики, обусловленной шоками предложения; оценка асимптотического среднего переменных в рамках какой либо эконометрической модели временных рядов и интерпретация его как долгосрочного равновесия; декомпозиция ряда на нестационарную (тренд) и стационарную (цикл) компоненты на основе вменённой модели временного ряда.
- Частотные фильтры – выделяют тренд в отдельно взятом временном ряду как часть его частотного спектра которая лежит в определённом интервале (либо ниже некоторой границы).
- Модели ненаблюдаемых компонент (англ. unobserved components models, UCM) – разделяют временной ряд на нестационарную (тренд) и стационарную (цикл) компоненты и идентифицируют их динамику в рамках моделей пространства состояний.

4. Модели ценообразования активов

- Динамические модели срочной структуры процентных ставок (англ. dynamic term-structure models, DTSM) – выделяют из цен финансовых инструментов долгосрочные (на горизонте достаточном для достижения равновесия) рыночные ожидания относительно краткосрочных ставок.

5. Непрямые и немодельные методы

- Опросы экспертов – позволяют напрямую узнавать оценки экспертного сообщества относительно текущих либо ожидаемых значений потенциальных величин.
- Межстрановые регрессии на фундаментальные факторы – подход использует готовые оценки интересующих потенциальных величин для других экономик и регрессирует эти оценки на набор наблюдаемых факторов (либо их оценок) для получения оценённых соотношений, в которые затем подставляются значения аналогичных факторов для исследуемой экономики.

2.4 Практика оценки ненаблюдаемых величин центральными банками

Сегодня почти все центральные банки с развитым модельным аппаратом используют оценки нейтральной ставки и потенциального выпуска полученные как усреднённые²¹ оценки нескольких независимых моделей. На рисунках (4) и (5) показана относительная частота применения различных классов модельных оценок нейтральной ставки и потенциального выпуска среди мировых ЦБ. Среди методов оценки потенциального выпуска полуструктурные и неструктурные методы пользуются примерно одинаковой популярностью. Для оценки нейтральной ставки чаще других используются полуструктурные методы, а второе место делят неструктурные методы и модели ценообразования активов. Структурные подходы занимают небольшую долю в арсенале методов оценки обеих ненаблюдаемых величин. Подробнее про классификацию модельных оценок ненаблюдаемых величин см. в разделах 8 – 12.

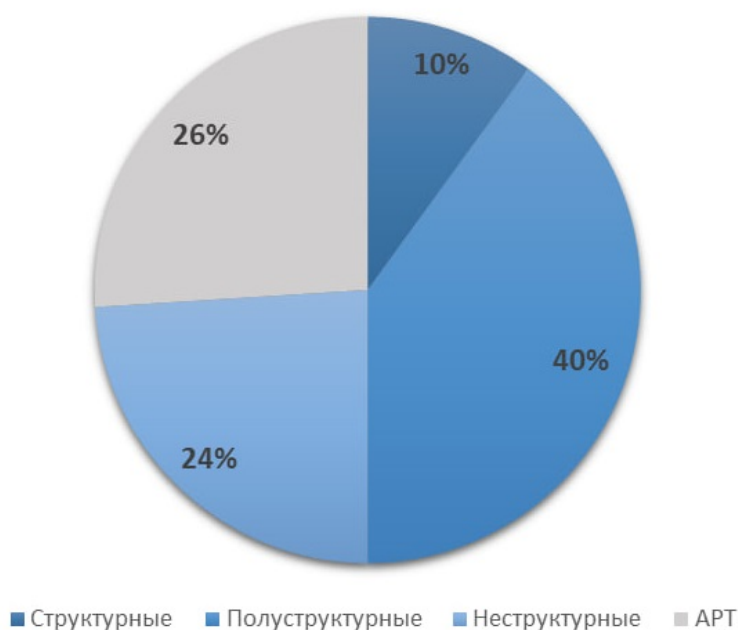


Рис. 4: Частота использования различных типов моделей для оценки нейтральной ставки.

Примечания. Для обзора использовались публичные материалы ECB, Bank of Canada, Bank of Chile, Bank of England, Bank of Japan, Central Bank of Iceland, Reserve Bank of Australia, Norges Bank, Riksbank. APT – класс моделей ценообразования активов (от англ. asset pricing theory, APT).

²¹Может использоваться усечённое среднее, медиана или первая главная компонента набора модельных оценок.

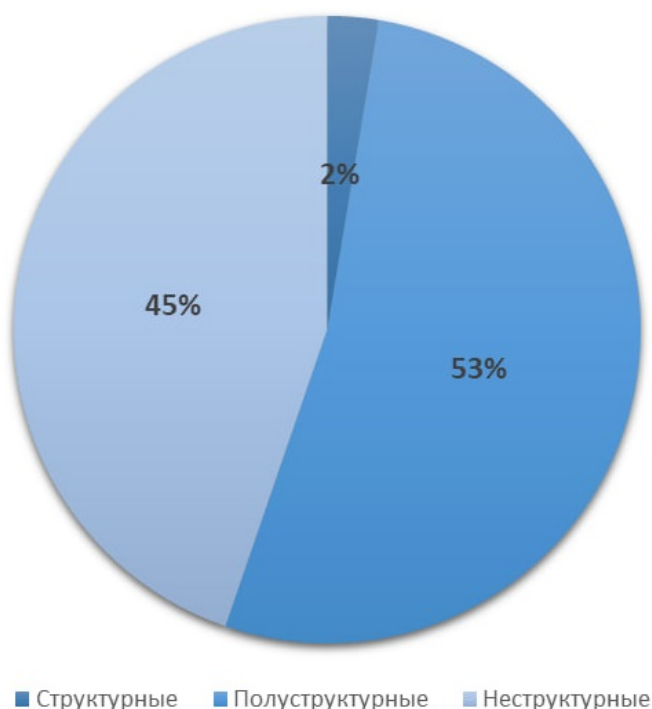


Рис. 5: Частота использования различных типов моделей для оценки потенциального выпуска.
Примечания. Для обзора использовались публичные материалы ECB, Bank of Canada, Bank of Chile, Bank of Japan, Reserve Bank of Australia, Norges Bank, Riksbank

В целом, как видно из графиков, около половины моделей оценки потенциальных величин являются полуструктурными (Раздел 11), а оставшаяся половина представлена неструктурными (Раздел 10) методами в случае потенциального выпуска и снова делится пополам на неструктурные и АРТ (Раздел 12) методы для оценки нейтральной ставки. Структурные модели используются сильно реже, возможно, в силу их большей сложности в имплементации.

При оценке нейтральной ставки полуструктурными методами самыми популярными подходами являются вариации модели Laubach and Williams (2003), большинство неструктурных методов реплицируют Del Negro et al. (2017), а самым популярным АРТ подходом является работа Adrian et al. (2013).

При оценке потенциального выпуска полуструктурными методами наибольшей популярность пользуется подход на основе производственной функции и многомерные фильтры в духе Laxton and Tetlow (1992) оцениваемые фильтром Калмана. Прибегая к неструктурными методам оценки потенциала чаще всего используют классические частотные фильтры, фильтр Ходрика-Прескотта и модели ненаблюдаемых компонент.

Стоит заметить, что полученные разными методами оценки обычно объединяют вместе, хотя разные теории (либо отдельные модели) могут интерпретировать (определять) потенциальные величины совершенно по-разному. Подробнее разрозненность определений и, как следствие, методологии оценивания будет рассмотрена в Разделе 4.1.

3 История оценок потенциальных величин для экономики России

Работ, посвящённых оценке потенциальных величин для России, нет так много, а оценки, полученные в них – как в отдельных работах, так и полученные разными методами в рамках одной работы, – могут разительно отличаться друг от друга, даже если оценки получены для одного и того же периода. Далее мы рассмотрим основные работы, посвящённые российскому потенциальному выпуску (либо разрыву) и нейтральной ставки.

3.1 История оценок нейтральной ставки для России

За годы политики инфляционного таргетирования в России тема оценки нейтральной ставки была неоднократно исследована как сотрудниками ЦБ (Крепцев и др. (2016), Ушакова и Чернядьев (2017), Поршаков и Синяков (2019), Грищенко и Синяков (2024)), так и независимыми академическими исследователями (Гребенкина и др. (2020), Дробышевский и др. (2021), Исаков и Латыпов (2019), Евдокимова и Жирнов (2020)). Рассмотрим эти ключевые работы подробнее. В большинстве исследований, опубликованных до 2022 года, количественные оценки уровня долгосрочной реальной нейтральной ставки для российской экономики близки к интервалу от 1 до 3%, например, Крепцев и др. (2016) – 1,0-3,2%, МВФ (2019) – 1-3%, Исаков и Латыпов (2019) – 1,5-2,5%.

Одной из наиболее ранних работ Банка России является статья Крепцева с соавторами (2016) (или см. более новую версию – статью Поршакова и Синякова (2019)), в которой оценивается уровень равновесной процентной ставки в России в краткосрочной и в долгосрочной перспективе с помощью структурных и эконометрических методов. Сначала для этих целей авторы используют три условия для равновесия, которые на практике часто применяются по отдельности для нахождения равновесной ставки. Среди таких, крайне чувствительных к неизвестным параметрам оценок, наименее зависящими от дополнительных суждений являются оценки из паритета процентных ставок.

Затем авторы рассматривают все три условия в общем равновесии в рамках модели экономики России – модели реального делового цикла сырьевой экономики с инвестициями. В этой стандартной RBC модели малой открытой экономики авторы анализировали реакцию равновесной ставки на изменение нефтяных цен, рост мировой ставки, рост «бережливости» потребителей. Расчеты были дополнены вычислениями на панельных данных (для долгосрочного равновесия) и на основе полуструктурных методов (для текущего равновесия). Итоговые точечные оценки долгосрочной равновесной ставки равны 1,0% в модели на панельных данных или 3,2% по процентному паритету.

Ушакова и Чернядьев (2017) тоже рассчитывают несколько различных моделей для оценки нейтральной процентной ставки. Авторы оценивают влияние финансового шока 2014 года, создавшего ограничения на внешние заимствования для российских эмитентов, на краткосрочную реальную равновесную процентную ставку, используя два подхода. Первый подход опирается на расчеты по теоретической модели, а второй – на эмпирические оценки, основанные на результатах межстранового исследования МВФ чувствительности равновесных процентных ставок к сдвигам кривой спроса на инвестиции и кривой предложения (сбережений). Для оценки возможных эффектов международных финансовых ограничений на российскую экономику рассматривается упрощенная трехпериодная модель малой открытой экономики, в которой в первом периоде времени экономические агенты узнают о том, что во втором периоде им нужно выплатить весь долг и достичь определенного уровня капитала к третьему периоду. Теоретические модельные расчеты в целом согласуются с полученными эмпирическими оценками.

Самой недавней публикацией является статья Грищенко и Синякова (2024), в которой делается акцент на влиянии демографии на долгосрочную нейтральную ставку. Авторы рассматривают два подхода к анализу влияния демографической ситуации на равновесные процентные

ставки: традиционный и макрофинансовый. Оба подхода дают достаточно близкие друг к другу оценки динамики долгосрочной равновесной ставки для России. Авторы отмечают, что в России, как и во всем мире, в долгосрочной перспективе она будет иметь тенденцию к снижению под воздействием демографических трендов.

В рамках традиционного подхода равновесная ставка определяется динамикой реальных факторов – предложением и спросом на капитал (т.е. сбережениями и инвестициями), а демографические факторы влияют на нее через баланс между сбережениями и инвестициями. Согласно макрофинансовому подходу традиционная точка зрения переоценивает степень снижения долгосрочных реальных равновесных естественных ставок. При анализе динамики реальных переменных необходимо учитывать как параметры реального сектора, так и влияние динамики финансовых переменных. Сторонники макро-финансового подхода считают, что, учитывая влияние финансового цикла, снижение долгосрочных равновесных ставок менее выражено, так как его основной причиной является смена режимов денежно-кредитной политики, а не «реальные» факторы. Исторически для России, как для крупного экспортера энергоресурсов, более значимы факторы реальной экономики, а значит, и традиционного подхода.

Исаков и Латыпов (2019) в своей работе используют непрямой метод оценки нейтральной ставки в России – они используют готовые оценки нейтральных ставок в других развивающихся странах и регрессируют их на основные макрофакторы в этих странах. На основе полученных оценочных соотношений и российских макрофакторов авторы получают оценки российской нейтральной ставки в диапазоне 1,5–2,5%. Выбор подхода авторы мотивируют тем, что внутренних данных пока недостаточно, чтобы делать оценки (поскольку ЦБ РФ еще не завершил свой первый цикл денежно-кредитной политики). Проведенное исследование показывает, что уровень нейтральной реальной процентной ставки в основном определяется тем, насколько последовательно центральному банку удастся стабилизировать инфляцию вокруг целевого уровня в среднесрочной перспективе. В качестве репрезентативных для России стран авторы рассматривают страны с режимом таргетирования инфляции и достаточной долей иностранных инвесторов в суверенном долге.

Гребенкиной и Макеевой (2021) проведен анализ факторов, определяющих уровень нейтральной процентной ставки. Авторы предлагают систематизацию выявленных факторов на структурные (долгосрочные) и циклические (краткосрочные), а также на факторы со стороны внешнего мира. Ключевыми детерминантами реальной нейтральной ставки авторы считают параметр межвременных предпочтений потребления, темп роста выпуска и факторной производительности, темп роста населения, ожидаемую продолжительность жизни, а также степень неравенства доходов населения. К внешним факторам они относят глобальные финансовые дисбалансы, нехватку безопасных активов, а также глобальный финансовый делевередж после мирового финансового кризиса 2008-2009 гг.

По результатам сравнительного анализа различных подходов сделаны выводы, что методы, основанные на показателях финансового рынка, являются достаточно неточными, в то время как оценки в рамках структурных моделей подвержены риску свехрпараметризации и чувствительны к конкретной калибровке модели. В связи с этим предпочтение отдано статистическим методам оценки, а именно техническим статистическим методам, то есть базирующимся на фильтрации фактических данных. Гребенкина и Макеева считают, что именно группа статистических методов позволит получить корректные оценки нейтральной реальной ставки для российской экономики. В результате, для извлечения динамики фактически ненаблюдаемой компоненты (реальной нейтральной ставки процента) построена многомерная модель ненаблюдаемых компонент. Оценка параметров модели проводится согласно методу максимального правдоподобия после задания декомпозиции ошибки прогнозирования на основе фильтра Калмана.

Согласно полученным в статье результатам, нейтральная ставка в России демонстрирует тенденцию к снижению после перехода к режиму инфляционного таргетирования. Один из

основных плюсов выбранной методологии заключается в том, что на основе предсказанной декомпозиции ошибок можно получить как сглаженные, то есть по всем имеющимся данным, так и фильтрованные, то есть на один шаг вперед, оценки фактически ненаблюдаемых переменных, включенных в модели.

Дробышевский с соавторами (2021) проводят аналогичный анализ основных методов оценки реальной нейтральной ставки и приходят к выводу, что статистические методы приводят к наиболее корректным оценкам для России. Они тоже реализуют в своей работе многомерную модель ненаблюдаемых компонент для российской экономики и делают вывод о том, что краткосрочная реальная нейтральная ставка для России с 5% в 2016 году последовательно снижалась и достигла уровня 1% в 2020 году.

Евдокимова и Жирнова (2020), напротив, используют упрощённый подход к оценке нейтральных процентных ставок в развивающихся странах, в котором за основу берётся уровень нейтральной ставки в развитых странах (например, в США) и к нему прибавляется премия за страновой риск. Такой подход распространён, потому что для многих развивающихся стран отсутствует достаточный объём данных для построения качественных эконометрических моделей, которые могут дать стабильные оценки равновесной ставки. С точки зрения данного подхода оценка нейтральной ставки в России может корректироваться, если значительно изменились оценка нейтральных ставок в мире или премия за российский страновой риск. Наряду с подробным рассмотрением этих внешних факторов (нейтральных ставок в мире и страновой риск-премии), авторы подробно анализируют и внутренние факторы изменения нейтрального диапазона ставок: потенциальные темпы роста экономики, инфляционное давление и инфляционные ожидания, сберегательная и кредитная активность населения и компаний.

Таблица 6: Оценки нейтральной ставки для России.

Работа	Ставка	Момент оценки	Метод оценки
Крепцев и др. (2016)	1,0% 3,2%	2014	Регрессия на панельных данных UIP
Поршаков и Синяков (2019)	1,5 – 2,5% 5,5 – 12,5% 1% 0,7%	2кв2015	Полуструктурная модель Laubach and Williams (2003) Неоклассическая модель экзогенного роста Регрессия на панельных данных (полная выборка) Регрессия на панельных данных (подвыборка из 17 стран)
МВФ (2019)	1 – 3%	4кв2018	Вариация Laubach and Williams (2003) предложенная в Pescatori and Turunen (2016)
Гребенкина и др. (2021)	~ 4 %	4кв2019	UCM
Евдокимова и Жирнов (2020)	1,5 – 3%	середина 2020	UIP
Дробышевский и др. (2021)	1,44%	3кв2020	UCM

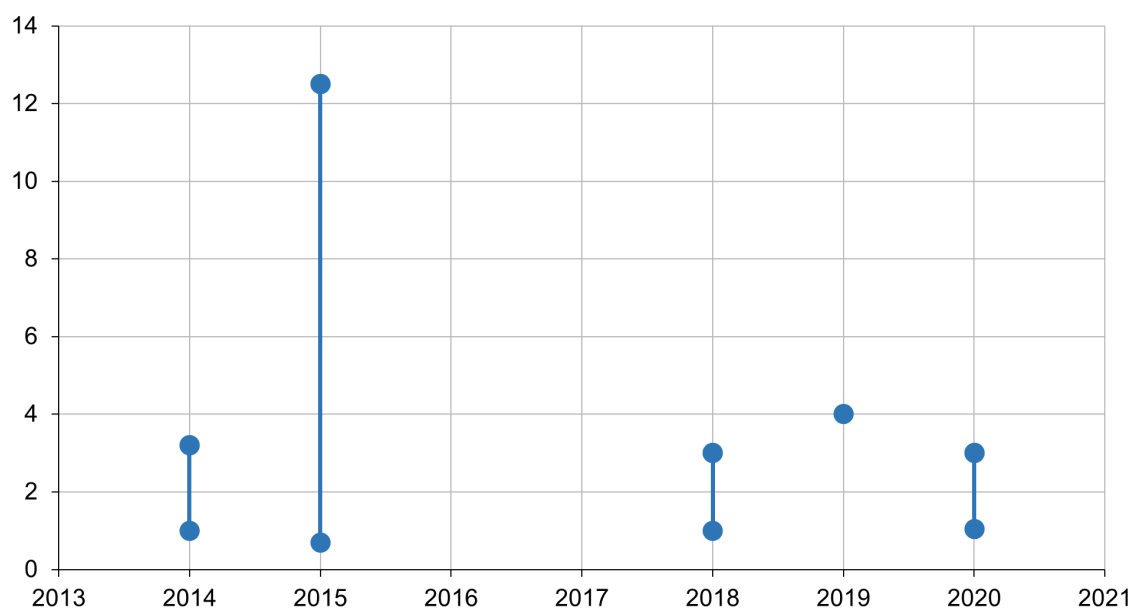


Рис. 6: Оценки нейтральной ставки для России.

3.2 История оценок потенциального выпуска для России

Отечественных публикаций, посвященных оценке потенциального выпуска России и рассчитываемых на их основе оценок разрыва выпуска, достаточно много. В них охватываются все три типа подходов к оцениванию потенциального выпуска: структурные модели, полуструктурные многомерные и неструктурные подходы.

Одним из популярных подходов оценивания потенциального выпуска, применяемых для российской экономики, является подход на основе анализа производственной функции, который позволяет оценить величину потенциального ВВП путем выделения вклада факторов производства в темпы экономического роста. В основе этого полуструктурного метода разложения темпов роста ВВП лежит уравнение линеаризованной функции Кобба-Дугласа – уравнение выпуска, затрат труда, капитала и совокупной факторной производительности.

Дробышевский и Казакова (2015) предлагают методику, которая позволяет выделить структурную, внешнеторговую и конъюнктурную компоненту темпа роста ВВП России. В основе методики лежит алгоритм разложения на основе производственной функции, доработанный с учётом специфики российской экономики, для которой характерна высокая зависимость от внешнеторговых условий (то есть учитывается зависимость темпов роста выпуска в России от цен на нефть). В работе Синельникова-Мурылева и др. (2014) представлен более подробный алгоритм разложения ВВП на структурную и конъюнктурную (циклическую) составляющие. Однако ограничение подхода на основе анализа производственной функции заключается в трудности получения статистических данных.

Полученное авторами разложение темпов роста ВВП на составляющие позволило провести оценку разрыва выпуска ВВП России, т.е. отклонения текущего объема ВВП от структурного ВВП, который при некоторых условиях может считаться потенциальным. Структурный темп роста ВВП постепенно снижался от уровней 5% на начало 2000-х до 2% к 2014 году. В 2012-2014 гг. годах российская экономика перешла в нижнюю фазу цикла после перегрева и, соответственно, конъюнктурная компонента (сумма компонент бизнес-циклов и случайных шоков) ушла в отрицательную область. Совокупные темпы экономического роста были близки к нулю, поскольку отрицательная конъюнктурная компонента компенсировалась положительной внешнеторговой. В то же время в период с 2010 по 2014 г. при отрицательной конъюнктурной

компоненте темпов экономического роста разрыв в выпуске положительный и составляет порядка 2–3% за счет того, что уровень фактического ВВП превышает структурный. Тем не менее при этом перегрева в экономике, как можно ожидать, не наблюдается, поскольку темпы роста фактического ВВП меньше структурных.

Другим популярным полуструктурным подходом для определения потенциального выпуска России является метод ненаблюдаемых компонент. Для оценки потенциального выпуска выбранным методом необходимо представить модель в форме пространства состояний. Ненаблюдаемые компоненты выделяются из модели посредством фильтра Калмана. Хабибуллин (2019) рассматривает ряд байесовских моделей с ненаблюдаемыми компонентами, использующих несколько переменных для оценки реальной экономической активности. Для проверки надежности результатов они сравнивались с двумя известными альтернативами моделей ненаблюдаемых компонент – фильтрами НР и Гамильтона.

Модель ненаблюдаемых компонент в статье Орловой, Белоусова и Галимова (2020) позволяет получать декомпозицию ненаблюдаемых переменных на вклад наблюдаемых факторов и строить сценарные прогнозы. Согласно расчетам авторов, разрыв выпуска, отражающий экономический перегрев, в конце 2010х – начале 2020х колеблется обычно в пределах (-1)–1%. Под воздействием отрицательного шока спроса из-за санкций в 2015 году он достигал -2,5%.

Что касается потенциального выпуска, то период после завершения восстановительного роста (начиная с 2004 г.) делится на два периода. В первый период 2004–2008 гг. наблюдался ускоренный рост потенциального ВВП. При этом разрыв выпуска был положительным, т.е. фактический объем ВВП обгонял потенциальный, а экономика была «перегрета». Второй период кризиса 2009–2010 г. и посткризисного восстановления характеризуется низкими темпами.

В работе Шарафутдинова (2023) используется простой многомерный фильтр МВФ на основе данных по ВВП, инфляции и безработице с учётом кривой Филлипса и закона Оукена. Уровень потенциального выпуска определяется аннуализированными потенциальными темпами роста и соответствующим шоком уровня. Потенциальные темпы роста также подвержены шокам, эффект от которых постепенно снижается с некоторым темпом по мере схождения потенциальных темпов роста к темпам роста в стационарном состоянии. Автором показано, что НР-фильтр занижает оценки разрыва выпуска относительно аналогичных оценок, полученных с использованием многомерного фильтра, на 2 п.п. в первые три квартала 2022 г. и на 1 п.п. в среднем за период 2012–2022 гг. Также выявлен ряд особенностей нынешнего кризиса: разрыв выпуска во втором и третьем кварталах 2022 г. оценивается как околонулевой – 0,2 и -0,4% соответственно. Полученные результаты свидетельствуют о том, что падение ВВП в 2022 г. в большей степени вызвано закрытием положительного разрыва выпуска с максимального за период 2008–2022 гг. уровня 5,3%, который сформировался к концу 2021 г., до уровня -0,4% в третьем квартале 2022 г.

Также есть ряд работ, где наряду с полуструктурными моделями применяются различные статистические одномерные подходы и затем результаты сравниваются между собой. В работе Зубарева и Трунина (2017) оценки потенциального выпуска для российской экономики за период с 2000 по 2015 г. были получены с помощью одномерного и многомерного (с добавлением кривой Филлипса) фильтра Ходрика-Прескотта, а также с помощью фильтра Калмана для модели ненаблюдаемых компонент. В модель ненаблюдаемых компонент также добавляется уравнение кривой Филлипса, которое дает возможность учитывать инфляционное давление, возникающее при отклонении фактического выпуска от потенциального.

Проведенные расчеты показали, что в период с 2002 по 2006 год разрыв выпуска был околонулевым, то есть наблюдаемый выпуск почти полностью соответствовал потенциальному. Однако после 2006 года начался рост разрыва выпуска, который достигнул в итоге пиковых значений на уровне 7–8% в 2008 году. В силу «перегрева» экономики до кризиса 2008 г. падение ВВП более чем 10% по итогам кризиса в большей мере было связано с переходом разрыва выпуска из сильно положительной области в отрицательную. С 2011 года, после восстановления

экономики, разрыв выпуска вновь лишь незначительно (на 1-2%) превышал нулевую отметку. Однако начиная с 2014 года с приходом нового кризиса разрыв выпуска начал постепенно снижаться и достиг отрицательных значений около -2% в 2015 году.

Менее популярны, но не менее значимы для определения потенциального выпуска России, структурные подходы, которые зачастую реализуются сотрудниками Банка России. Например, Синяков, Ройтман и Селезнев С. (2015) строят по аналогии с моделью Carlos Vegh (2013) модель в непрерывном времени для малой открытой экономики России, состоящую из трех секторов: добывающего сектора, производства торгуемых товаров и производства неторгуемых товаров. Авторами учитывается влияние нефтяного шока и финансовых санкций на динамику потенциального выпуска России и строится несколько моделей: базовая модель (без жесткостей структурной трансформации) и четыре модели с жесткостями структурной перестройки. Модели с жесткостями полностью отражают существующие каналы потерь выпуска: несовершенная мобильность труда и капитала, потери производительности и последствия вынужденного делевереджинга в частном секторе из-за финансовых санкций. В целом, трендовый потенциальный рост по оценкам в отсутствие каких-либо шоков оказывается на уровне 1,5% в год.

Используемые модели относятся к моделям с центральным планировщиком, что позволяет даже в случае введения в модель элементов, которые могут вносить изменения в решения домохозяйств и фирм и нарушать условия теорем благосостояния, получать решение, которое, из-за вмешательства центрального планировщика, будет более эффективным, чем в модели рыночной экономики. Поэтому полученные оценки представляют нижнюю границу эффектов от введения жесткостей. Похожая трехсекторная структура экономики России моделируется и в работах Sosunov, K., Zamulin, O., (2006), Charnavoki, V. (2010).

Работа Бородина, Горбовой и др. (2008) посвящена оценке потенциального выпуска России и других ненаблюдаемых переменных в рамках макроэкономической модели трансмиссионного механизма монетарной политики. Построенная авторами модель относится к классу малых *ad hoc* («для конкретного случая») динамических стохастических моделей общего равновесия, теоретической базой которых является неокейнсианская экономическая парадигма, и называется квартальной прогнозной моделью. В моделях указанного класса траектории ненаблюдаемых переменных оцениваются при помощи многомерного фильтра Калмана. Они полностью зависят от спецификации конкретной модели.

В качестве основы для альтернативных моделей для оценки потенциального выпуска эти авторы рассматривают различные варианты расширенной спецификации фильтра Ходрика-Прескотта. Многомерная фильтрация осуществляется с использованием двух подходов. Первый основан на представлении фильтра в виде многомерной модели ненаблюдаемых компонентов с общим циклом (то есть одномерная модель дополняется процессом для описания динамики безработицы и авторегрессионным уравнением для циклической компоненты выпуска). Вторым подходом заключается в применении фильтра Лакстона-Тетлоу (то есть одномерный фильтр расширяется двумя дополнительными ограничениями – кривой Филлипса и законом Оукена).

На протяжении 2000-2006 годов фактический ВВП, несмотря на высокие темпы роста, практически не превышал свой потенциальный уровень. Потенциальный выпуск также рос высокими темпами, т.е. производственные возможности российской экономики активно расширялись. Сравнивая полученные оценки с оценками полуструктурной модели, можно заметить, что основные расхождения – это более низкая амплитуда колебаний, а также выход разрыва в положительную область в конце 2000 – начале 2001 года. Одним из возможных объяснений второго факта может быть ненадежность оценок двустороннего фильтра НР на концах выборки. С середины 2001 года полученные оценки в целом соответствуют интуитивным представлениям о динамике выпуска. Все модели идентифицируют пик деловой активности в 2004 году, последующее снижение разрыва и повторное увеличение разрыва в 2006-2007 годах.

Таблица 7: Оценки разрыва и потенциала для России.

Работа	Разрыв	Потенциал	Момент оценки	Метод оценки
Бородина и др. (2008)	$\sim 0,3$ ~ 3	– –	3кв2007	Многомерный НР-фильтр Полуструктурная модель
Дробышевский и Казакова (2015)	$\sim 2\%$	2%	2014	Производственная функция
Зубарев и Трунин (2017)	-2%	–	2015	Одномерный и многомерный НР-фильтры
Орлова и др. (2020)	-1%	$\sim 3\%$	2019	USM
Шарафутдинов (2023)	$-0,4\%$	–	3кв2022	Многомерный полуструктурный фильтр

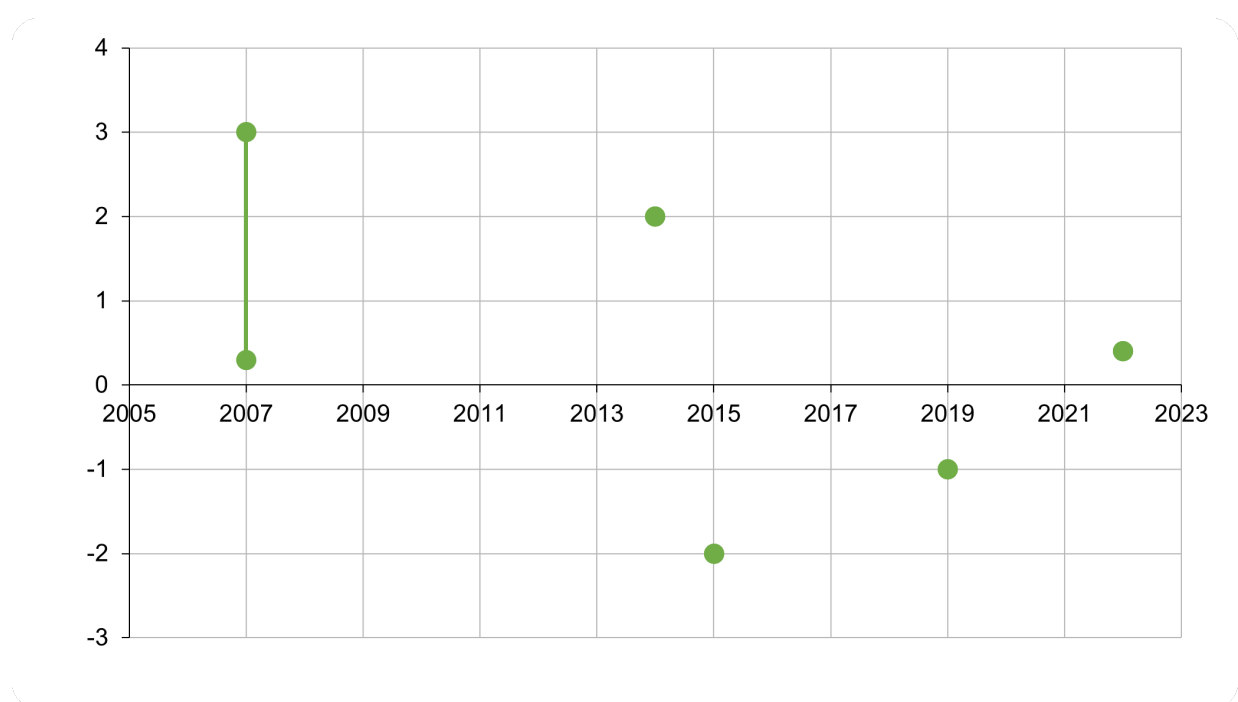


Рис. 7: Оценки разрыва выпуска для России.

4 Проблемы с использованием потенциальных величин

Помимо возможных преимуществ от использования потенциальных величин, о которых говорилось в Разделе 2.2, этот подход не лишён недостатков. Во-первых, оценки ненаблюдаемых величин всегда сопряжены с модельным риском и обладают высокой степенью неопределённости, что детально разбирается в Разделе 6. Во-вторых, любая коммуникация, связанная с потенциальными величинами, сопровождается трудностями, вызванными неустойчивой терминологией даже внутри профессионального сообщества, что приводит к смешиванию различных по построению величин и неверной интерпретации результатов. В-третьих, даже при известном DGP, различные типы потенциальных величин обладают совершенно разной динамикой, более того, даже внутри одного класса, при разных подходах к технической детализации определений (выбор конкретной формулы), потенциальные величины могут иметь противоположную динамику. Далее мы остановимся подробнее на последних двух пунктах.

4.1 Неоднозначность и противоречивость определений в литературе и на практике

Термины нейтральные/потенциальные/естественные ставка и выпуск часто встречаются в работах, посвящённых вопросам монетарной экономики, материалах центральных банков, речах представителей международных экономических и финансовых организаций.

Однако, как в академической литературе (см. критику в Obstfeld, 2023), так и в выступлениях прикладных макроэкономистов (Ellis, 2022; Seim, 2024; Mann, 2025) термины естественная (англ. natural) и нейтральная (англ. neutral) ставка используются произвольно – в лучшем случае явно указывается синонимичность понятий – и могут подразумевать совершенно разные потенциальные ставки на разных временных горизонтах. Иногда про естественные ставки говорят как про долгосрочные аналоги нейтральных (Platzer et al., 2022). В связи с этим, в своих рассуждениях мы делаем акцент на функциональности определений, отталкиваясь от метода оценки той или иной ненаблюдаемой величины и акцентируя внимание на срочности оценок.

Говоря про потенциальный выпуск, могут подразумевать как [гипотетический] максимально возможный *уровень выпуска*, который экономика может устойчиво поддерживать, так и долгосрочные *темпы роста выпуска*, либо выпуск соответствующий (не ускоряющий) некой «стабильной» траектории инфляции (Coibion et al., 2018).

Используемые в публичной дискуссии термины почти никогда не сопровождаются формальными определениями, ограничиваясь лишь интуитивной интерпретацией. Исключением являются разве что ожидаемые значения фактических переменных в долгосрочном равновесии – долгосрочные нейтральная ставка и долгосрочные потенциальные темпы роста выпуска, определение которых наглядно. Когда же речь заходит о кратко- и среднесрочных потенциальных величинах, на первое место выходят скорее эмпирические рассуждения. Чаще всего интуитивные определения, стоящие за рассуждениями о нейтральных/естественных величинах, сводятся либо к отключению части несовершенств в экономике, исключению всех шоков, кроме нескольких интересующих, либо использованию среднесрочного прогноза – все эти подходы нашли отражение в нашей классификации потенциальных величин в Разделе 2.1.

На практике встречаются ситуации (Meyer et al., 2022; Brand et al., 2024), когда потенциальные величины, соответствующие разным определениям и временным горизонтам, объединяются в один набор оценок, что затрудняет интерпретацию агрегированной оценки.

Исходя из приведённых рассуждений, можно сделать вывод, что экономическим и финансовым организациям (включая ЦБ), при использовании в своей коммуникации терминологии, связанной с потенциальными величинами, следует давать более конкретные определения (желательно с указанием методологии вычисления) и лучше артикулировать собственную интерпретацию этих величин, а также показывать, как эти оценки будут использованы в работе организации.

4.2 Теоретическая обоснованность кратко- и среднесрочных потенциальных величин

Далее мы рассмотрим модельные свойства кратко- и среднесрочных потенциальных величин, определения которых, в отличие от долгосрочных, могут быть крайне чувствительными (неробастными) к выбору конкретного технического определения.

Как уже было показано, существует три основных группы потенциальных показателей (ставки и выпуска): естественные, нейтральные и перманентные. В каждой группе существует несколько вариантов детализации определения. Каждый из показателей может рассматриваться на разном горизонте (от краткосрочного до долгосрочного). А сверх этого каждый из показателей может оцениваться односторонне или двусторонне, то есть для показателя в моменте t , используя данные только до момента t , или используя всю выборку. Вдвосторонне можно напомнить, что версии моделей и оценок параметров могут отличаться в каких-то деталях, что в разы увеличивает число вариантов потенциальных показателей.

Такое необъятное многообразие показателей ярко подсвечивает ключевую проблему подхода потенциальных показателей. Каково целеполагание их расчета, то есть зачем они нужны? В подавляющем большинстве работ, данный вопрос, в лучшем случае, затрагивается в неявном виде. Причем, ответы, подразумеваемые авторами, могут очень сильно различаться. Для каждого такого ответа, можно подобрать наилучшим образом соответствующий показатель потенциала. Но будут ли связаны различные показатели между собой? Многие неявно предполагают, что все они являются аналогами друг друга. К счастью, провести проверку такого предположения достаточно просто. Однако, для аккуратности проверки (и существования естественных ставок и выпуска), необходима структурная микрообоснованная модель DSGE.

Чем больше и сложнее модель, тем больше может быть разница между различными разрывами. Поскольку потенциальный выпуск – это нестационарный процесс единичного корня, далее мы будем сравнивать разрывы (разницу между показателем и его потенциальным уровнем), являющиеся стационарными величинами. Вдобавок, используя разрыв ставок мы избегаем неопределенности с преобразованием номинальной ставки в реальную. Итак, желая при прочих равных уменьшить различия между показателями разрывов и объем необходимых вычислений для расчета широкого многообразия показателей разрывов – будем использовать модель DSGE малого масштаба (версию с обычным правилом Тейлора) из работы Ivashchenko (2025).

Чтобы была возможность смотреть на свежие цифры разрывов, параметры модели придется переоценить на новой выборке. А в код модели необходимо внести изменения, добавив показатели разрывов. Причем самое существенное изменение связано с расчетом естественных ставок – оно требует дублирования уравнений модели. Первая версия естественной ставки строится при устранении негибкости цен²², а вторая версия предполагает так же устранение монополистической наценки²³. Тут необходимо отметить, что модель с гибкими ценами и отсутствием монополистической силы может не иметь единственного стабильного решения при значениях параметров максимизирующих апостериорную плотность для основной модели. Именно так и происходит для рассматриваемой модели: устранение монополистической наценки меняет детерминированное равновесие модели и делает его комплексным (то есть недопустимым). Соответственно, приходится переоценивать модель, с дополнительным ограничением – существованием единственного стабильного решения и для модели без несовершенств.

Сделав отступление о модели, на которой проводятся тесты, вернемся к главному вопросу «зачем» и сформулируем некоторые меры разрывов (и соответственно потенциалов). Первая группа показателей – естественная ставка и выпуск. Зачем нам знать насколько показатель

²²Путём уменьшения параметра (стоящего под экспонентой) негибкости ценообразования φ_p на 10. Подробности параметризации см. в Ivashchenko (2025).

²³Точнее уменьшения ее в 10 раз, что несколько меньше, чем e^{10} , но кажется достаточным.

в реальной экономике отклоняется от показателя в нереальной, лишенной несовершенств экономики? Тут просматривается историческое целеполагание. Многие работы до формирования новой кейнсианской парадигмы не использовали несовершенств в моделях. Для таких моделей (чаще всего с совершенной конкуренцией), доказывалось множество свойств краткосрочной естественной ставки, связанных с оптимальностью (см. подробнее в Разделе 2.1). Соответственно, смотря на естественные разрывы можно видеть, как сильно несовершенства меняют поведение экономики, а также сравнивать первые новые кейнсианские модели с господствовавшей тогда неоклассической парадигмой. В дальнейшем, подобные элементы если и сохраняются, то в основном в силу традиции. В ряде очень упрощенных моделей (Woodford, 2003; Gali, 2015), оптимальное для домохозяйств правило денежно-кредитной политики можно записать с использованием разрывов естественной ставки и выпуска. Однако подобное свойство быстро разрушается с усложнением модели (в частности, увеличением числа шоков). Вдобавок, оптимальная ДКП (under commitment), оптимальное правило ДКП и оптимальные параметры в правиле ДКП – это существенно различающиеся виды ДКП, причем периодически оптимальные правила могут давать лучшие значения целевой функции, чем оптимальная политика. Более того, оптимальная для домохозяйств ДКП – очень плохо описывает реально проводимую ДКП, что еще сильнее ослабляет отсылку к оптимальности при обсуждении естественных разрывов.

С точки зрения модели мы рассмотрим 6 естественных разрывов ставки и 12 для выпуска. Такое число получается из 2 упомянутых выше «типов естественности» и трех горизонтов. Первый – это текущее значение, то есть разница ставки и ее значения в экономике без несовершенств при точно таких же шоках, что и в реальной экономике. Второй – это краткосрочное значение, то есть разница ставки и ожидаемого ее значения через 4 квартала в экономике без несовершенств. Третий – это среднесрочное значение, где берется ожидание на 8 кварталов. А почему число показателей выпуска больше? Ответ кроется в том, что такое выпуск – в качестве выпуска можно брать рассчитанный в модели реальный ВВП, как сумма реальных компонент ВВП. А может использоваться спрос на внутренние товары (товары, производимые внутренними фирмами). В силу того, что спрос формируется на основе CES свертки, на него влияют относительные цены (включая цены импорта). Эти две меры выпуска часто близки (коррелированы), но не идентичны. Причем, спрос фигурирует как важная переменная для поведения фирм, ВВП если и присутствует, то только в описании поведения государства (однако, в данной модели государство использует показатель спроса).

Следующий вариант ответа на вопрос «зачем» – чтобы сказать, куда будет двигаться соответствующая переменная (ставка или выпуск). Этот ответ открывает целое многообразие показателей, которые можно посчитать в структурной модели: можно взять ожидаемое значение ставки через 4 или 8 кварталов (или даже через бесконечное число кварталов, то есть, получив детерминированное равновесие в линеаризованной DSGE-модели). А можно взять скользящее среднее, например, с весами $1/4$ или $1/8$. Эти идеи представлены в формулах (1)-(3). По сути, это многообразие описывает выбор горизонта или точнее веса горизонтов, на которых интересуют значения показателей.

$$\hat{r}_{\text{trend1,Ek,t}} = r_t - \mathbb{E}_t r_{t+k}, \quad (1)$$

$$r_{\text{smooth,Ek,t}} = r_t/k + (1 - 1/k)\mathbb{E}_t r_{\text{smooth,Ek,t}+1} = \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/k)^s}{k} r_{t+s}, \quad (2)$$

$$\hat{r}_{\text{smooth,Ek,t}} = r_t - r_{\text{smooth,Ek,t}}, \quad (3)$$

где r_t – фактическая номинальная ставка.

Переходя к выпускам, возникает проблема тренда, ведущая к паре вариантов формулы скользящего среднего. Аппроксимация решения DSGE-модели строится методом возмущения.

Соответственно, чтобы метод нахождения линейного приближения был адекватным, необходимо, чтобы переменные не далеко уходили от точки детерминированного равновесия, то есть были стационарными. Это означает, преобразование переменных к стационарному виду путем деления их на общий тренд реальных показателей, задающийся экзогенным ТФР процессом единичного корня. Таким образом, если в формуле (2) подставить стационарную переменную выпуска (логарифм отношения выпуска к ТФР), то получится $y_{\text{smooth1}, \text{Ek}, t}$. Однако это не будет скользящее среднее для логарифмов выпуска, из-за не учета приращений ТФР. Поэтому, можно построить альтернативное скользящее среднее по формуле (4), которое и будет скользящим средним логарифма выпуска.

$$\begin{aligned} y_{\text{smooth2}, \text{Ek}, t} &= y_t/k + (1 - 1/k)\mathbb{E}_t(y_{\text{smooth2}, \text{Ek}, t+1} + z_{trY, t+1}) \\ &= \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/k)^s}{k} \left(y_{t+s} + \log \left(\frac{Z_{trY, t+s}}{Z_{trY, t}} \right) \right) \\ &= \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/k)^s}{k} \log \left(\frac{Y_{t+s}}{Z_{trY, t}} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где y_t – логарифм фактического выпуска (Y_t), и $z_{trY, t}$ – логарифм шока ТФР ($Z_{trY, t}$).

Еще один ответ «зачем» – это волатильность текущих показателей и желание видеть более устойчивую и медленно меняющуюся картину. В отличие от предыдущего случая, эта идея преобразуется в скользящее среднее, направленное в прошлое, а не будущее. Тут проходят все те же рассуждения про эффект тренда в случае выпуска (но не ставки), которые приводят к формуле (5).

$$\begin{aligned} y_{\text{smooth2}, \text{Lk}, t} &= y_t/k + (1 - 1/k)(y_{\text{smooth2}, \text{Lk}, t-1} - z_{trY, t}) \\ &= \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/k)^s}{k} \left(y_{t-s} + \log \left(\frac{Z_{trY, t-s}}{Z_{trY, t}} \right) \right) \\ &= \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/k)^s}{k} \log \left(\frac{Y_{t-s}}{Z_{trY, t}} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Следующий ответ «зачем» намного больше относится к ставке, чем к выпуску. Все отклонения показателей от детерминированного равновесия вызваны различными шоками, включая шок ДКП. Если мы хотим узнать, является ли ДКП более/менее жесткой, чем в среднем в таких условиях, нам надо посмотреть на то, какая была бы ставка без шока ДКП в текущем периоде. Такую потенциальную ставку можно назвать нейтральной с точки зрения ДКП, то есть ставку при стандартном – по правилу – проведении ДКП.

Еще один вариант ответа на вопрос «зачем» – назвать уровень ставки (выпуска) необходимый для неизменности инфляции или для достижения цели. Это в целом соответствует распространенным определениям нейтральной для инфляции ставки. Очевидно, что само по себе значение ставки (как и выпуска) не может изменяться – любое изменение связано с какими-то шоками. Наиболее логичный выбор – шок ДКП. Соответственно, потребуется ввести дополнительную переменную изменения инфляции (6), чтобы можно было удобно посчитать соответствующие разрывы (7). Идея формулы (7) простая – подбираем размер шока ДКП, такой чтобы ожидаемая инфляция совпала с текущей, и добавляем воздействие этого шока к ставке. Аналогичным образом можно делать неизменной не ожидаемую инфляцию на конкретном горизонте, а на каком-то скользящем окне. В случае, показателей нейтральных не для изменения инфляции, а для отклонения инфляции от цели, просто используются в формуле аналогичной (7) сами инфляционные ожидания (или их скользящее среднее), вместо изменения инфляции.

$$\hat{\pi}_{\text{Ek},t} = \pi_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+k}, \quad (6)$$

$$\hat{r}_{\hat{\pi},\text{Ek},t} = r_t - \left(r_t - \hat{\pi}_{\text{Ek},t} \frac{IRF(r_t, \varepsilon_{r,t})}{IRF(\hat{\pi}_{\text{Ek},t}, \varepsilon_{r,t})} \right), \quad (7)$$

где π_t – фактическая инфляция, $\varepsilon_{r,t}$ – монетарный шок и $IRF(x_{t+h}, \varepsilon_t)$ – функция мгновенного импульсного отклика в момент $t+h$ переменной x на шок ε произошедший в момент t .

Собрав все версии разрывов ставки и выпуска (как спроса, так ВВП), мы построили Рисунок 8. В данном случае сглаживающие вперед и назад подходы обозначены одним и тем же цветом. Особо отметим перманентный разрыв (точнее разрыв, полученный на основе перманентной потенциальной ставки и перманентного потенциального выпуска). В данном случае он один и рассчитывается как отклонение стационарных переменных от детерминированного равновесия. Такой вариант расчета предпочтителен, поскольку отражает внутреннее устройство DSGE-моделей.

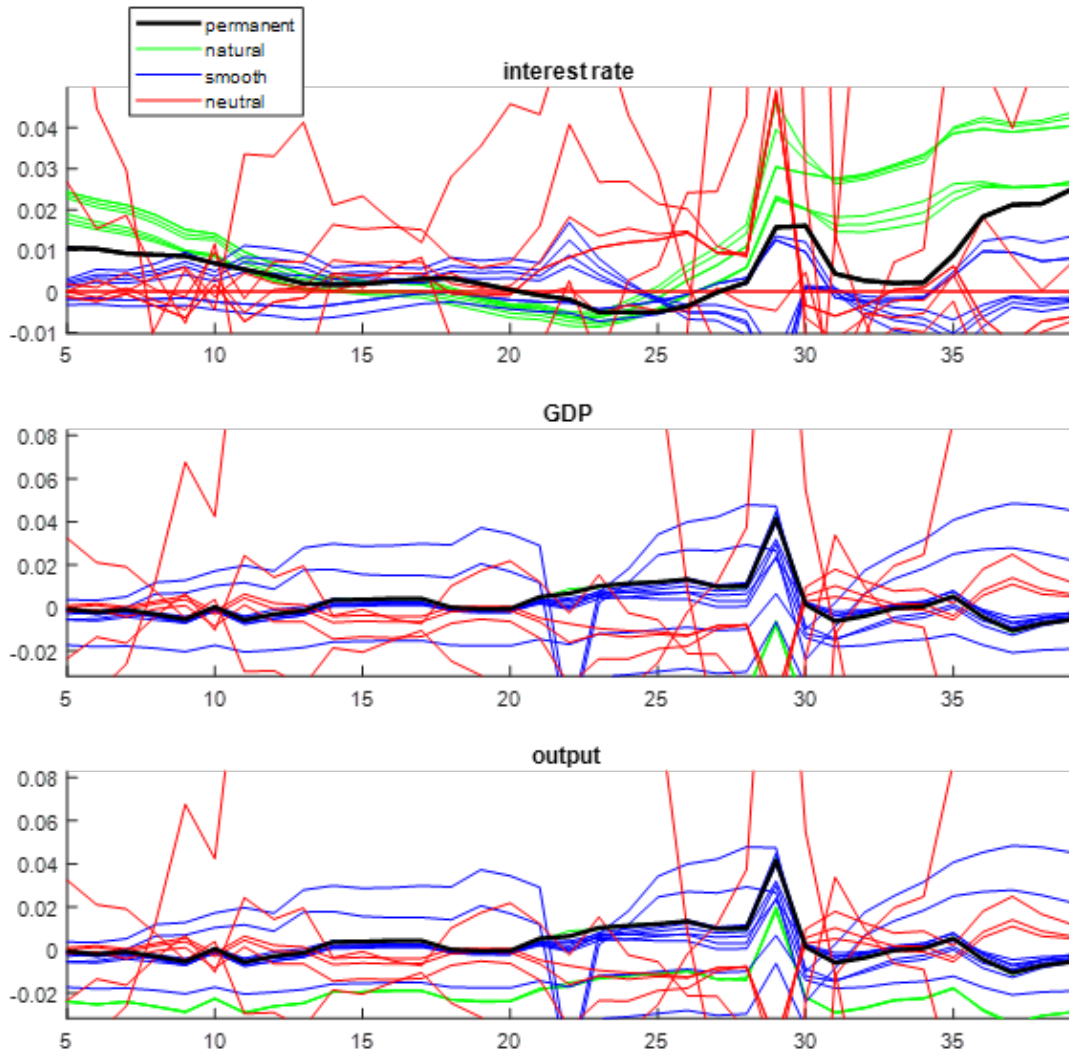


Рис. 8: Сглаженные разрывы ставок и выпуска.

Однако существует и альтернативный подход, предложенный Canova (2024). Он предполагает, что вся динамика вызванная шоками тренда – относится к потенциалу. Отметим различия в интерпретациях таких подходов. При росте TFP экономике необходимо время на абсорбцию

эффекта. Соответственно, стандартный подход скажет, что выпуск оказался ниже потенциала, в результате роста ТФР и будет к нему приближаться снизу, а потенциал в момент шока изменился, а дальше не меняется. Альтернативный подход скажет, что после роста ТФР потенциал и выпуск изменились одинаково, и, несмотря на отсутствие изменений ТФР – потенциал будет расти вместе с выпуском в течение какого-то времени.

Из рисунка 8 видно, что разброс различных разрывов имеет большой масштаб, при этом кривые разрывов часто группируются по несколько штук, соответствующих общим идеям ответа на вопрос «зачем». Так же можно обратить внимание, что если перманентные разрывы спроса и ВВП крайне похожи, то например, естественные различаются заметно.

Еще одним взглядом формально говорящим о степени взаимосвязи различных разрывов может быть их корреляция. На Рисунке 9 представлены разрывы ставок. Тут можно отметить, что нейтральные показатели, рассчитанные на основе формул типа (7) будут иметь единичную корреляцию с ожидаемым изменением инфляции или ожидаемым ее уровнем. Выделим несколько групп показателей имеющих высокую корреляцию друг с другом. Первая группа – это ожидаемое изменение инфляции. Вторая – это естественные разрывы, ожидаемая инфляция и перманентный разрыв (сглаженный при $k = +\infty$). Нейтральная с точки зрения ДКП ставка оказывается в отдельной группе слабо коррелированной со всеми остальными. Следующая группа – сглаженные вперед ставки. Причем эта группа имеет сильно отрицательную корреляцию с группой сглаженных назад ставок. Вдобавок можно отметить умеренную отрицательную корреляцию сглаженных ставок и ожидаемого изменения инфляции. Таким образом, оказывается, что разные типы разрывов ставок слабо связаны между собой.

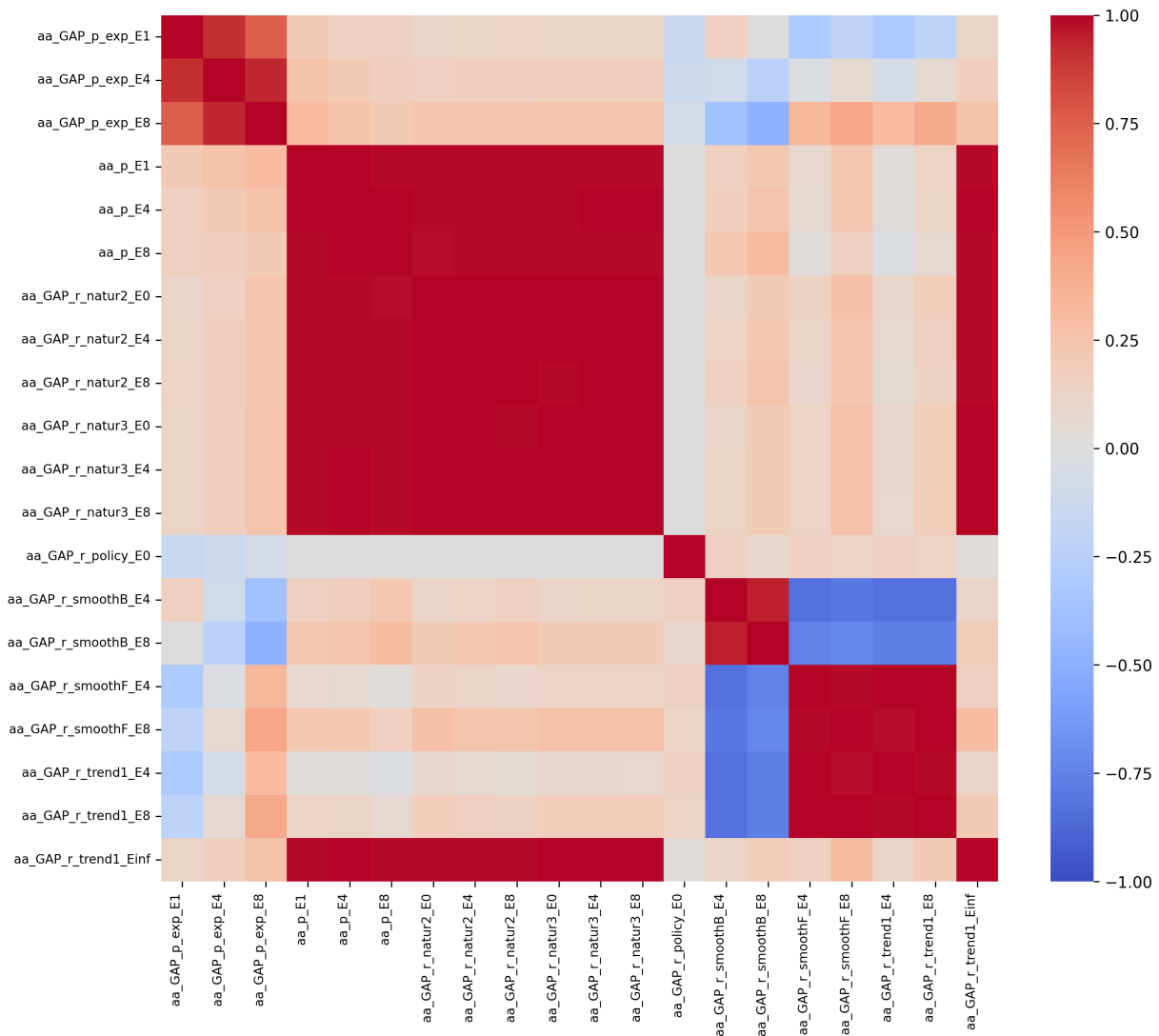


Рис. 9: Корреляции разрывов ставок.

Аналогично можно посмотреть на разрывы выпуска на Рисунке 10. Тут разбивка получается на аналогичные группы, но их взаимосвязь немного отличается. Так естественные разрывы выпуска оказываются коррелированы с ожидаемым изменением инфляции и сглаженными назад показателями. Аккуратно сглаженные вперед показатели, на основе формул (4) оказываются слабо коррелированными со всеми остальными. А вот сглаженные по формуле типа (2) – имеют заметную корреляцию с большой группой, включающей естественные показатели. В то же время показатели ожидаемой инфляции имеют низкую корреляцию со всеми разрывами. В отличие от ставок, в случае выпуска нет сильной отрицательной корреляции сглаженных вперед и назад разрывов.

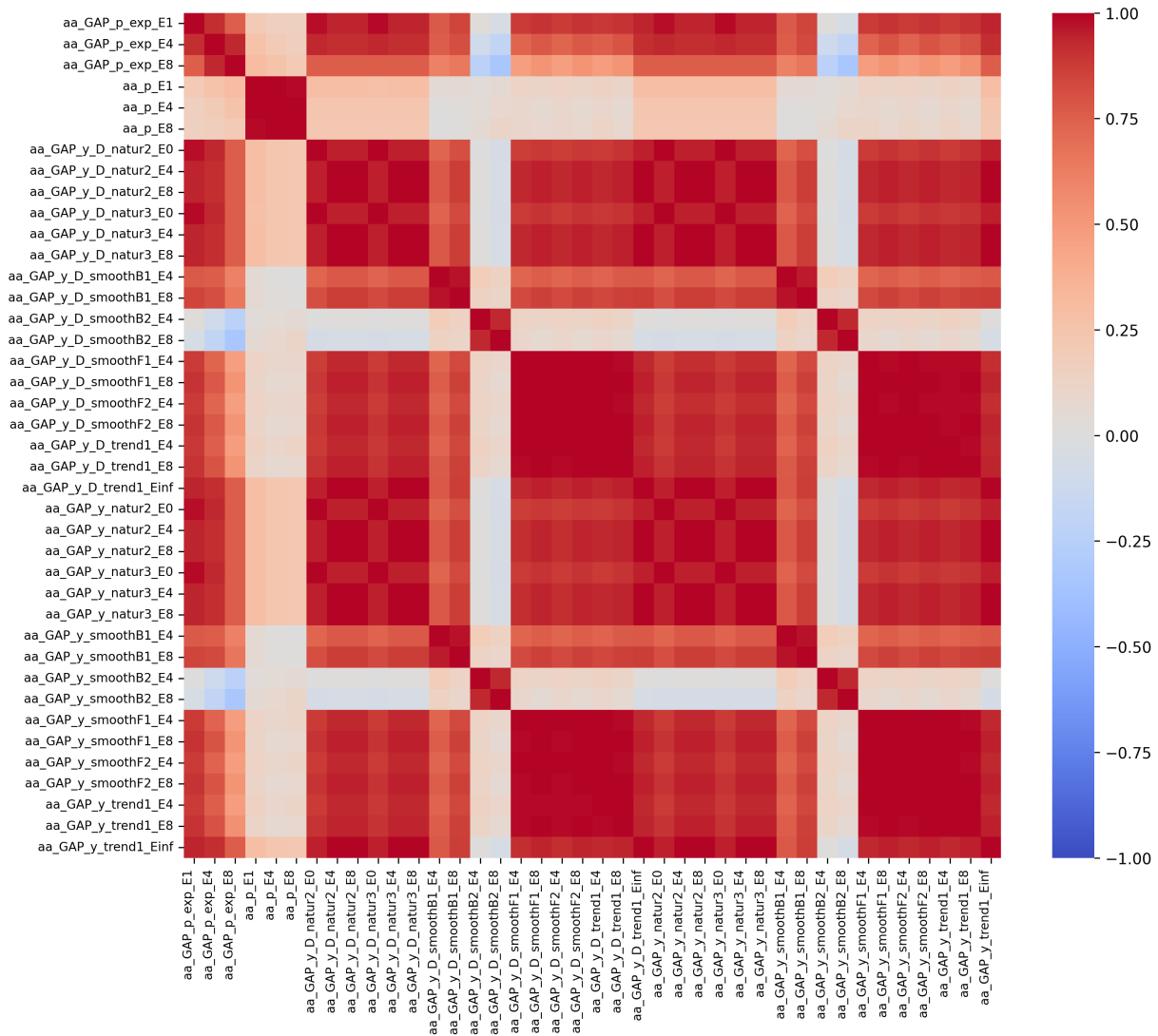


Рис. 10: Корреляции разрывов выпуска.

Таким образом, даже в достаточно простой модели показатели разрывов существенно различаются между собой, группируясь в несколько типов, построенных из разных целеполаганий. Причем корреляция между типами разрывов близка к нулю, и иногда сильно отрицательна.

5 Результаты

Далее мы обсудим результаты оценок ненаблюдаемых величин для России вышеизложенными методами: сравним траектории оценок полученных разными методами и рассмотрим описательные статистики, автокорреляционные функции и относительные дисперсии оценок разрывов и трендов.

5.1 Оценки нейтральной ставки

Динамическая модель срочной структуры процентных ставок АСМ (Приложение N) объясняет рост долгосрочных ставок последних лет частично за счёт премии за риск и частично за счёт роста долгосрочных ожиданий по коротким ставкам. В модели не моделируются инфляционные ожидания, поэтому в этом качестве используется цель по инфляции БР.

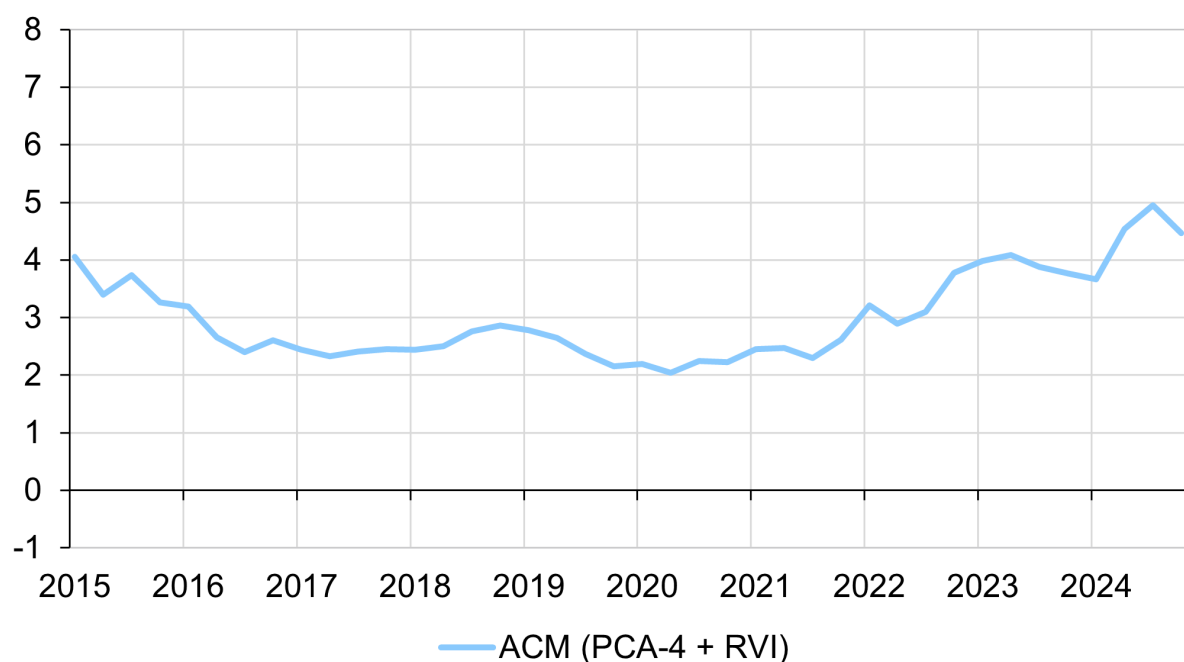


Рис. 11: Оценки долгосрочной реальной нейтральной ставки моделью АСМ.

Обе используемые неструктурные эконометрические модели – LM (Приложение I) и DGGT (Приложение J) – сходятся в том что среднесрочной нейтральная реальная ставка выросла после 2022 г., однако расходятся в оценках её уровня. DGGT объясняет рост длинных номинальных ставок примерно одинаковым ростом премии за риск, долгосрочных инфляционных ожиданий и долгосрочных ожиданий по реальной ставке. LM же, как VAR в приведённой форме, прогнозирует сходимость будущих реальных ставок к их среднему уровню последних лет, который был околонулевым начиная с 2020 г.

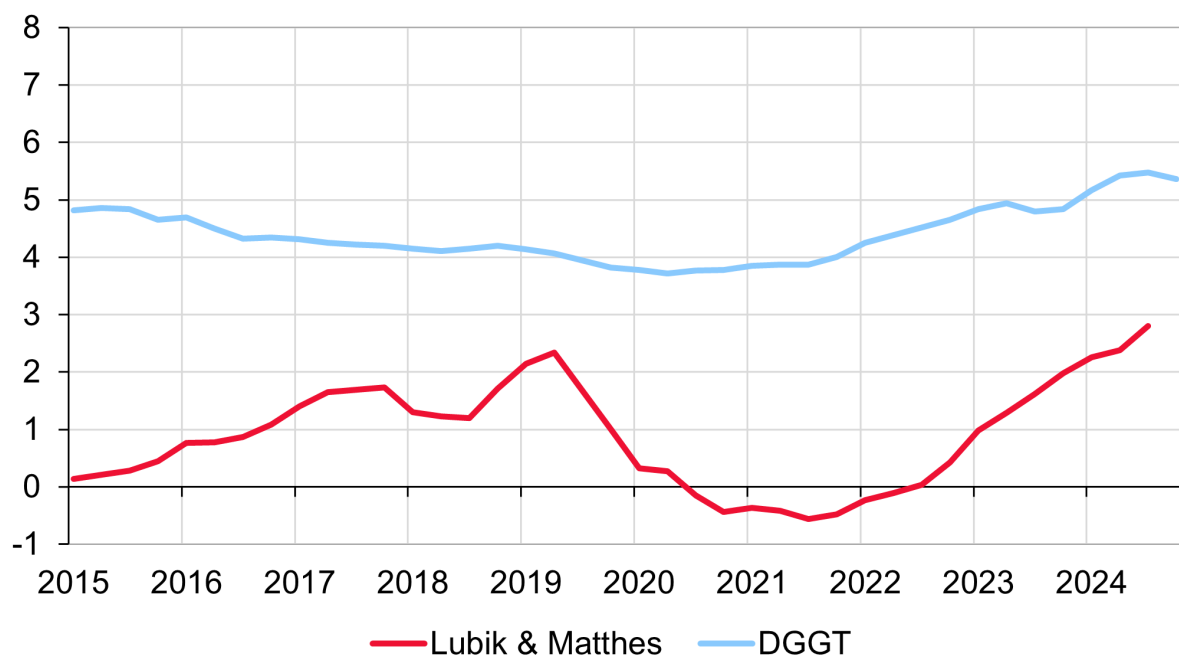


Рис. 12: Оценки среднесрочной реальной нейтральной ставки неструктурными подходами.

Оба используемых полуструктурные эконометрические модели – идентификация в частичном равновесии через UIP (Приложение Н) и многомерный полуструктурный фильтр LW (Приложение Е) – указывают на рост среднесрочной нейтральной ставки в последние годы, но существенно расходятся в её уровне. UIP объясняет это ростом суверенной премии за риск, а также ростом внешней среднесрочной нейтральной ставки за счёт роста нейтральной ставки в Азии (в Китае как прокси) и роста её доли во внешней торговли России. LW же использует жёсткую связь между долгосрочной нейтральной ставкой и долгосрочным потенциальным выпуском из неоклассической теории, оценивает потенциальный выпуск как текущие значения темпов роста тренда выпуска. В связи с тем, что модель исторически оценивает темпы роста потенциала довольно низкими, а латентный фактор незначительным, оценки среднесрочной нейтральной ставки также оказываются небольшими.

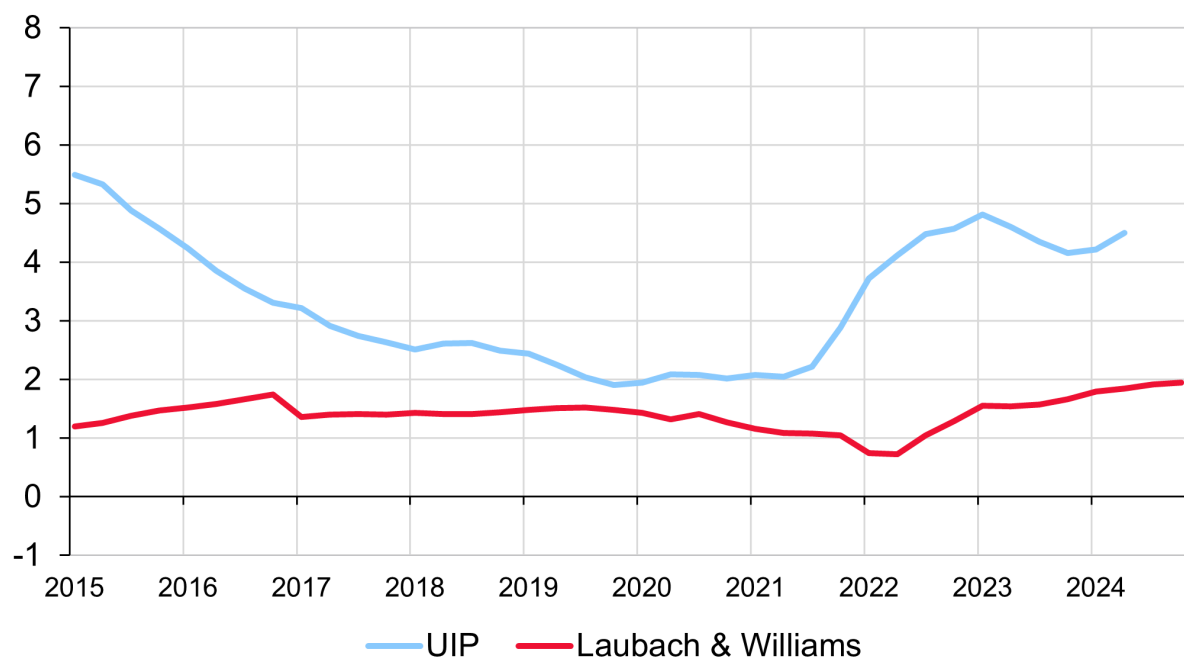


Рис. 13: Оценки среднесрочной реальной нейтральной ставки полуструктурными подходами.

Неоклассической модель экзогенного роста (Приложение А) объясняет реальную нейтральную ставку производительностью капитала: среднесрочную ставку текущей производительностью, а долгосрочную – производительностью на ВРР. По мере накопления данных, оценки долгосрочной ставки немного уточняются, в то время как рост средней производительности капитала последних лет указывает на рост среднесрочной ставки. Как видно выбор начала выборки для оценки средних темпов роста СФП критически важен для оценки долгосрочной ставки, в то время как среднесрочная ставка в большей мере учитывает динамику ~ 2 последних лет и остаётся более робастной к выбору диапазона данных.

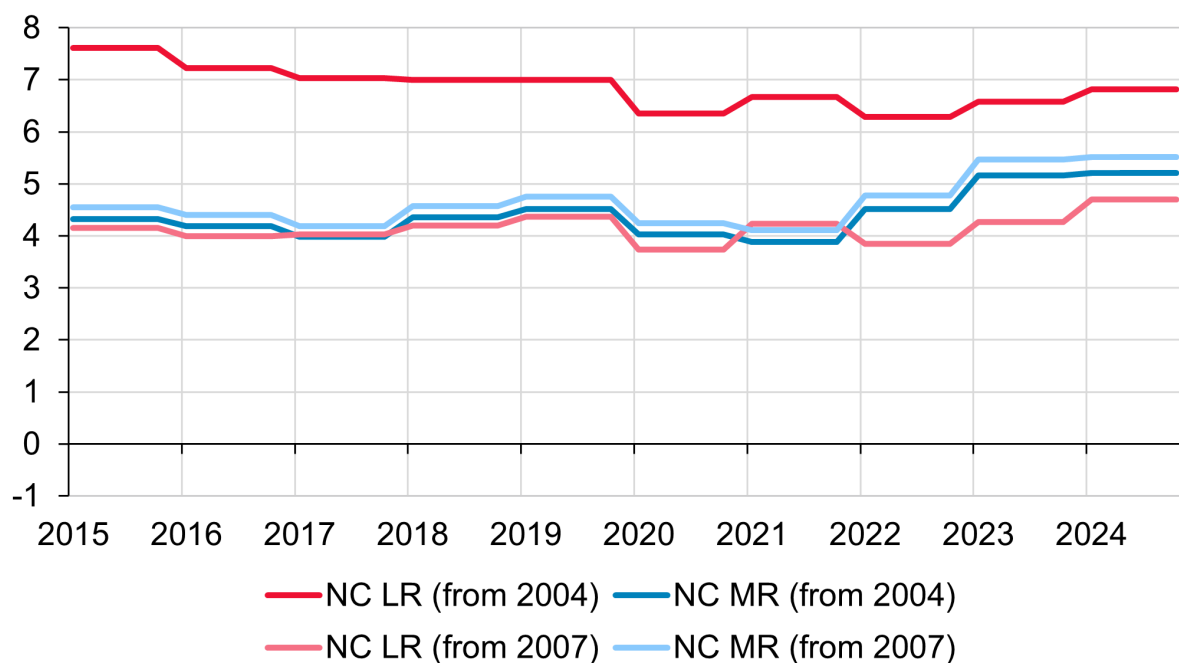


Рис. 14: Оценки долгосрочной и среднесрочной реальных нейтральных ставок на основе неоклассической теории роста.

DSGE-модель MARS использовалась в данной работе для обсуждения перспективы использовать перманентные (учитывающие вклад только перманентных шоков) ставку и выпуск в качестве кандидатов на краткосрочную нейтральную ставку и потенциальный выпуск. Однако на практике вклад перманентных шоков на российских данных идентифицируется незначительным большую часть времени, за исключением самого начала периода оценивания ~ 2015 г.

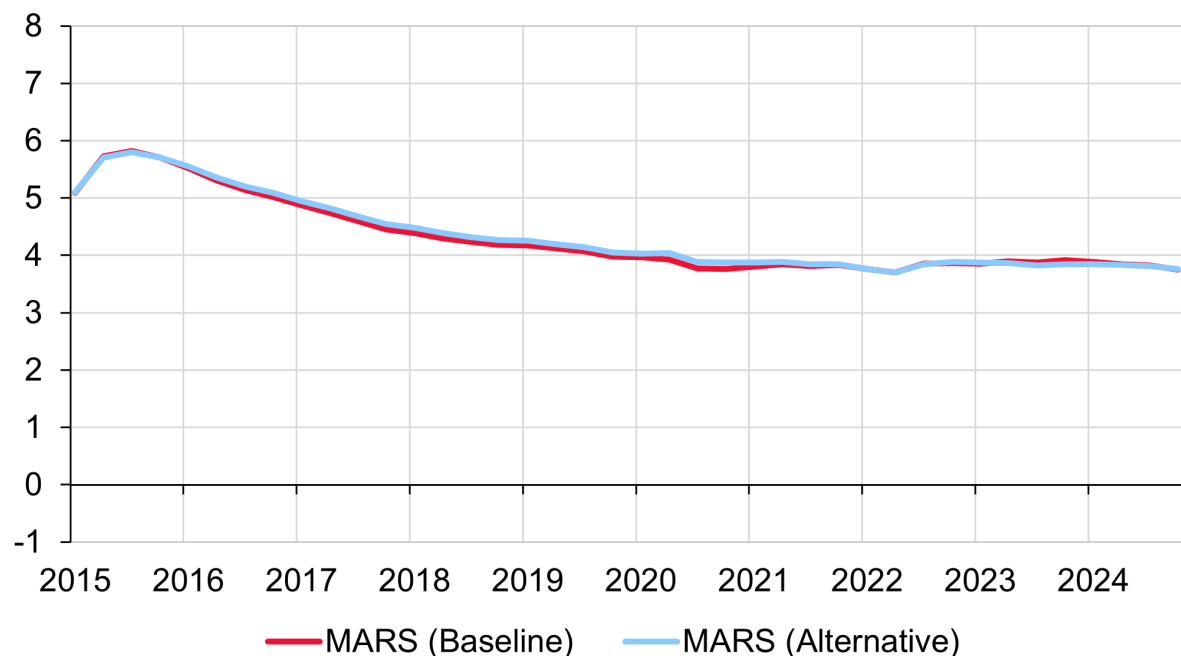


Рис. 15: Оценки краткосрочной реальной перманентной ставки DSGE-моделью MARS.

Сами оценки нейтральной ставки (Рисунок 16) в большинстве случаев демонстрируют высокую степень персистентности (для медианы по всем моделям $\rho = 0.7$ на горизонте одного года), что соответствует теоретическому обоснованию эволюции (долгосрочной) нейтральной ставки под воздействием фундаментальных – меняющихся медленно – факторов. На Рисунке 17 видно, что автокорреляции оценок разрыва реальной ставки, т.е. отклонения текущей (краткосрочной) реальной ставки ²⁴ от её долгосрочного равновесия, обнуляются уже через полгода для всех моделей. Частично этот феномен может объясняться короткой доступной выборкой для экономики России в которой, к тому же, присутствуют сразу несколько мощных экзогенных шоков, которые сильно зашумляют обычный деловой цикл.

²⁴В силу того что хороших несмещённых оценок краткосрочных инфляционных ожиданий для России нет, в качестве фактической реальной ставки была выбрана ставка ex-post: $r_t^{ex-post} = i_t - \pi_{t+1}$.

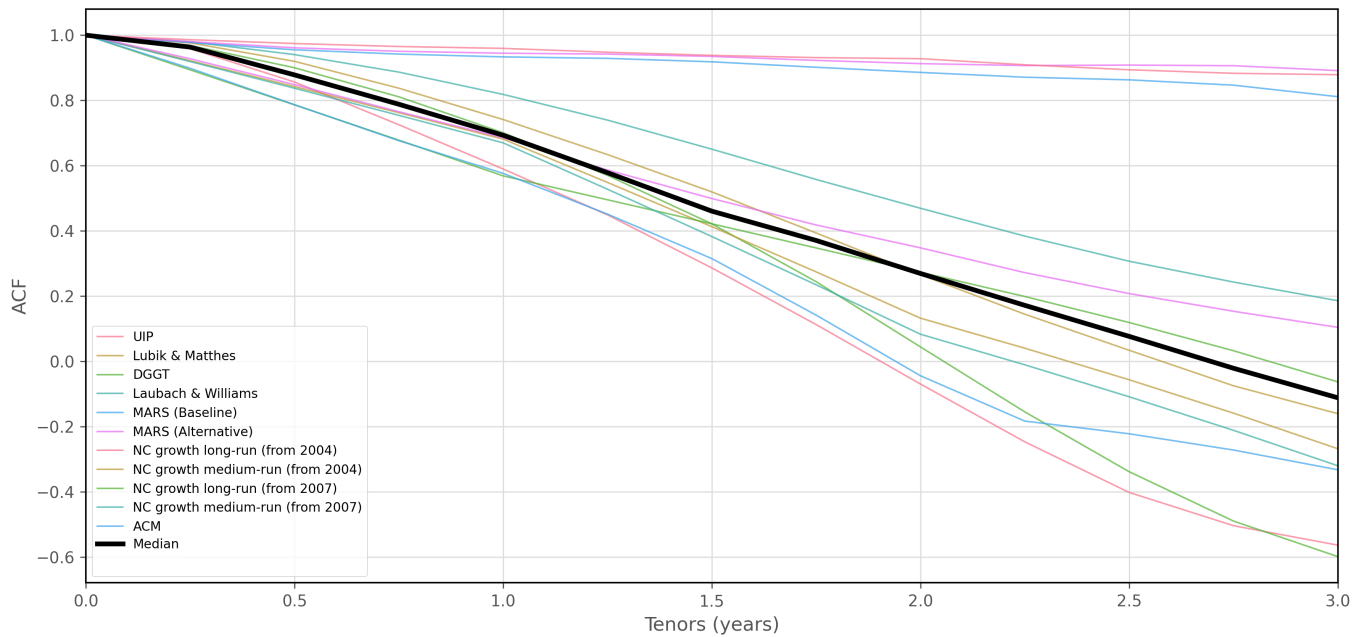


Рис. 16: Автокорреляции оценок реальной нейтральной ставки и их медиана.

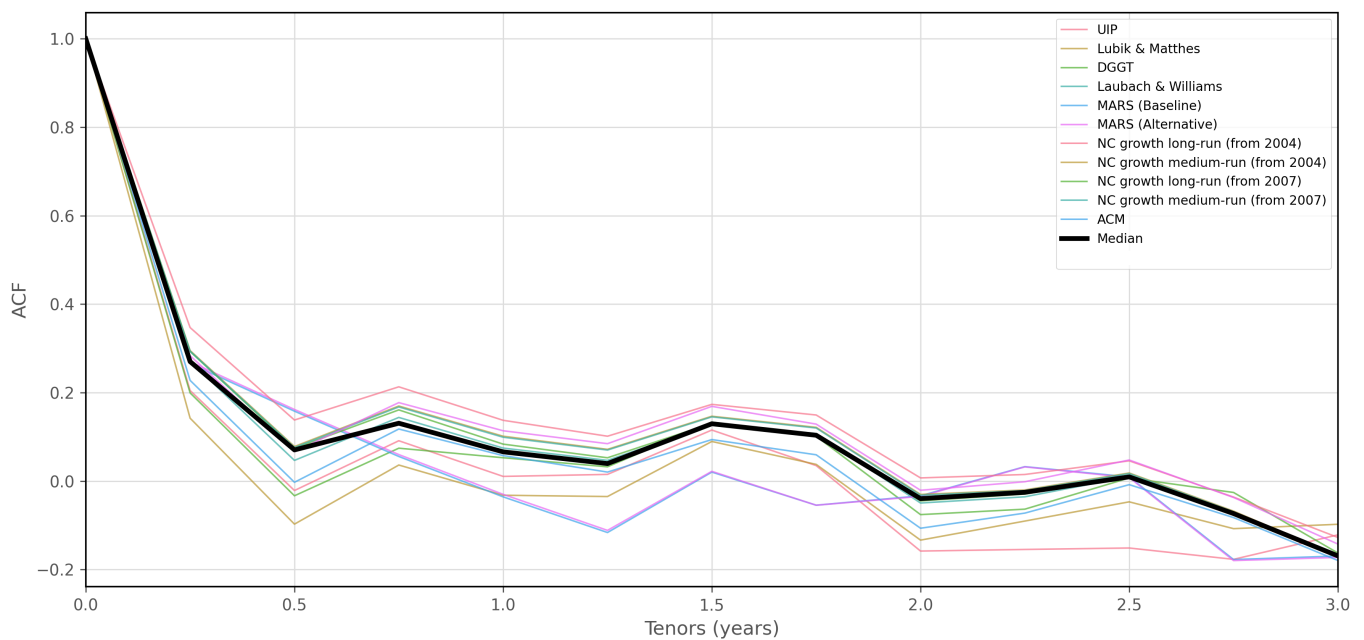


Рис. 17: Автокорреляции оценок разрыва реальной ставки и их медиана.

С точки зрения парных корреляций, на Рисунке 18 оценки нейтральной ставки образуют кластеры внутри которых оценки практически коинтегрированы, притом что корреляции между кластерами могут сильно варьироваться. Так, например, модели использующие долгосрочные процентные ставки (DGGT и ACM) оказываются в одном кластере с UIP, который также использует финансовые данные (прокси на премию за риск). Различные вариации неоклассической модели экзогенного роста также дают сильно скоррелированные результаты среднесрочных нейтральных ставок. Оценки же LM и LW вообще обладают отрицательной корреляцией со многими другими оценками. В силу того что оценки нейтральной ставки имеют низкую дисперсию, корреляции оценок разрыва ставки на Рисунке 19 близки к 1; за исключением оценок (краткосрочных) перманентных ставок из DSGE-модели.

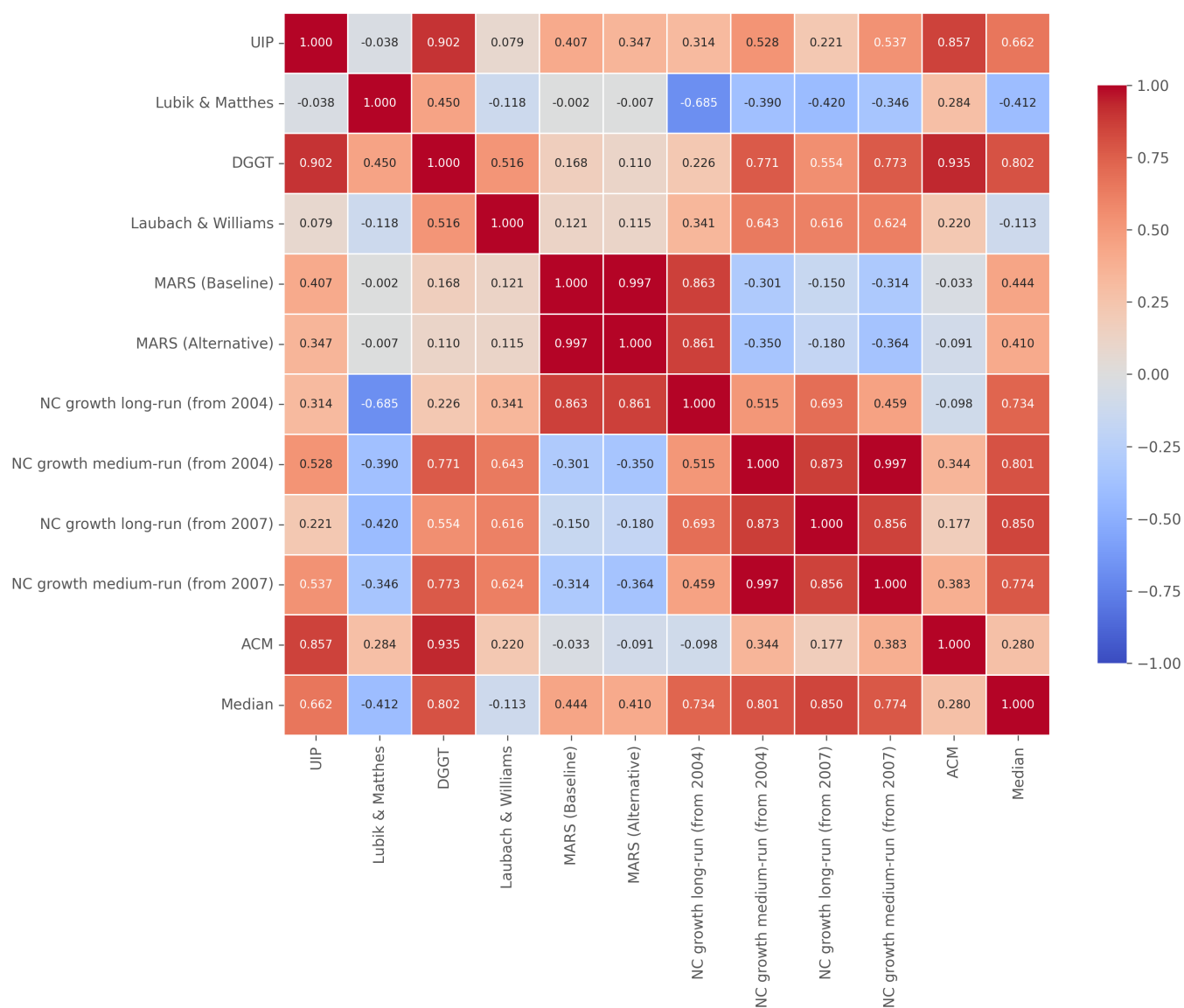


Рис. 18: Корреляционная матрица оценок реальной нейтральной ставки.

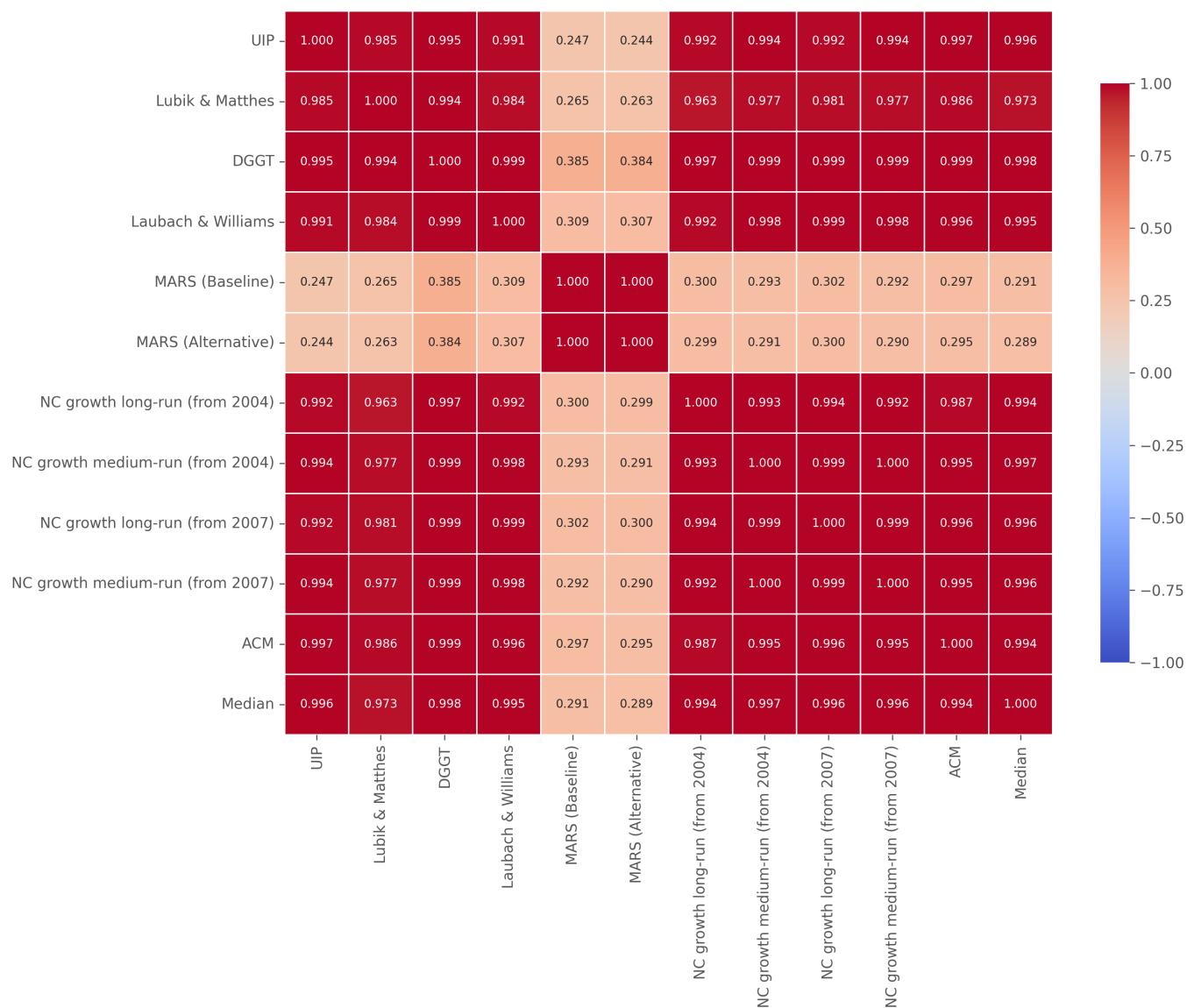


Рис. 19: Корреляционная матрица оценок разрыва реальной ставки.

Важным эмпирическим показателем теоретических ненаблюдаемых величин является отношение дисперсии разрыва к дисперсии приращений (ненаблюдаемого) тренда. Данная метрика у полученных оценок варьируется в диапазоне 25 – 250, т.е. различается на порядок.

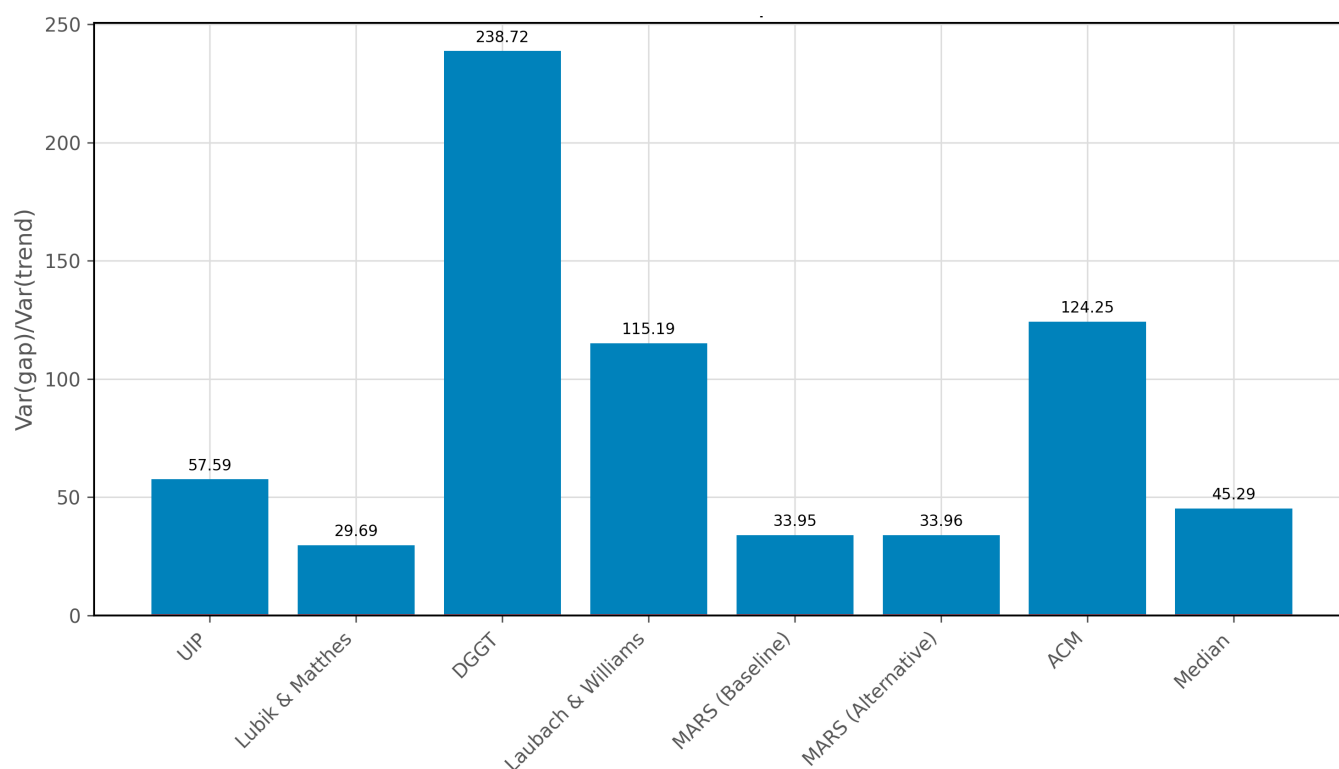


Рис. 20: Отношение дисперсий оценок разрыва реальной ставки к дисперсиям оценок реальной нейтральной ставки.

Примечания. Оценки на основе неоклассической модели экзогенного роста были получены на годовой частоте и поэтому не были включены в данный анализ.

Таблицы 8 и 9 содержат стандартную описательную статистику оценок нейтральной ставки и разрыва к ней.

Таблица 8: Описательная статистика оценок разрыва реальной ставки.

Model	N	Mean	Std	Skew	Kurt	Min	25%	50%	75%	Max
UIP	42	-1.92	8.27	-2.76	10.13	-39.02	-3.79	-0.47	2.76	9.76
Lubik & Matthes	54	0.74	7.04	-3.00	13.91	-35.66	-0.11	1.54	4.11	13.98
DGGT	40	-1.56	7.48	-3.59	18.29	-40.14	-2.64	-0.47	1.72	9.49
Laubach & Williams	60	-0.81	7.48	-2.18	9.05	-37.19	-3.67	0.19	3.58	13.15
MARS (Baseline)	43	0.34	3.72	0.27	2.33	-9.41	-1.66	0.54	2.58	12.57
MARS (Alternative)	43	0.30	3.73	0.28	2.31	-9.41	-1.75	0.48	2.49	12.57
NC growth LR (2004)	60	-6.95	7.96	-1.81	6.34	-42.81	-10.31	-5.19	-1.52	7.59
NC growth MR (2004)	60	-4.05	7.59	-2.07	8.13	-40.03	-7.13	-2.99	0.84	9.36
NC growth LR (2007)	60	-3.71	7.63	-2.13	8.56	-40.38	-6.50	-2.50	1.03	10.03
NC growth MR (2007)	60	-4.27	7.58	-2.09	8.19	-40.25	-7.36	-3.24	0.62	9.10
ACM	56	-1.77	7.38	-2.66	11.54	-38.76	-4.23	-1.13	2.61	10.99
Median	60	-3.36	7.40	-2.21	8.71	-39.02	-6.15	-1.93	1.25	10.03

Таблица 9: Описательная статистика оценок реальной нейтральной ставки.

Model	N	Mean	Std	Skew	Kurt	Min	25%	50%	75%	Max
UIP	42	3.40	1.09	0.18	-1.33	1.91	2.45	3.40	4.32	5.49
Lubik & Matthes	54	0.32	1.29	-0.15	-0.74	-2.30	-0.49	0.28	1.30	2.80
DGGT	40	4.40	0.48	0.58	-0.46	3.72	4.05	4.28	4.80	5.47
Laubach & Williams	88	1.77	0.69	0.86	-0.36	0.73	1.35	1.53	1.95	3.24
MARS (Baseline)	40	4.31	0.64	1.19	0.14	3.70	3.85	3.97	4.63	5.82
MARS (Alternative)	40	4.34	0.64	1.07	-0.16	3.71	3.85	4.05	4.71	5.81
NC growth LR (2004)	60	7.61	1.15	0.67	-1.04	6.29	6.67	7.04	8.84	9.83
NC growth MR (2004)	60	4.71	0.64	0.44	-1.20	3.89	4.19	4.51	5.21	5.85
NC growth LR (2007)	60	4.38	0.41	0.40	-0.83	3.74	4.03	4.27	4.70	5.14
NC growth MR (2007)	60	4.94	0.64	0.43	-1.24	4.11	4.40	4.75	5.51	6.09
ACM	56	2.96	0.66	1.11	0.70	2.04	2.45	2.79	3.22	4.94
Median	88	3.72	1.10	-1.18	0.94	0.76	3.06	4.03	4.40	5.14

5.2 Оценки разрыва выпуска

Оценки разрыва выпуска простыми одномерными фильтрами (Приложение М) дают достаточно большой разброс и в среднем указывают на умеренный положительный разрыв выпуска в последние годы. Умеренность оценок объясняется тем, что «перегрев» экономики сохраняется все последние годы и одномерные фильтры, не учитывая уровень инфляции и другие макроэкономические показатели, свидетельствующие о том, что экономика находится выше траектории сбалансированного роста, повышают оценки тренда вслед за продолжительным ускорением роста фактического выпуска.

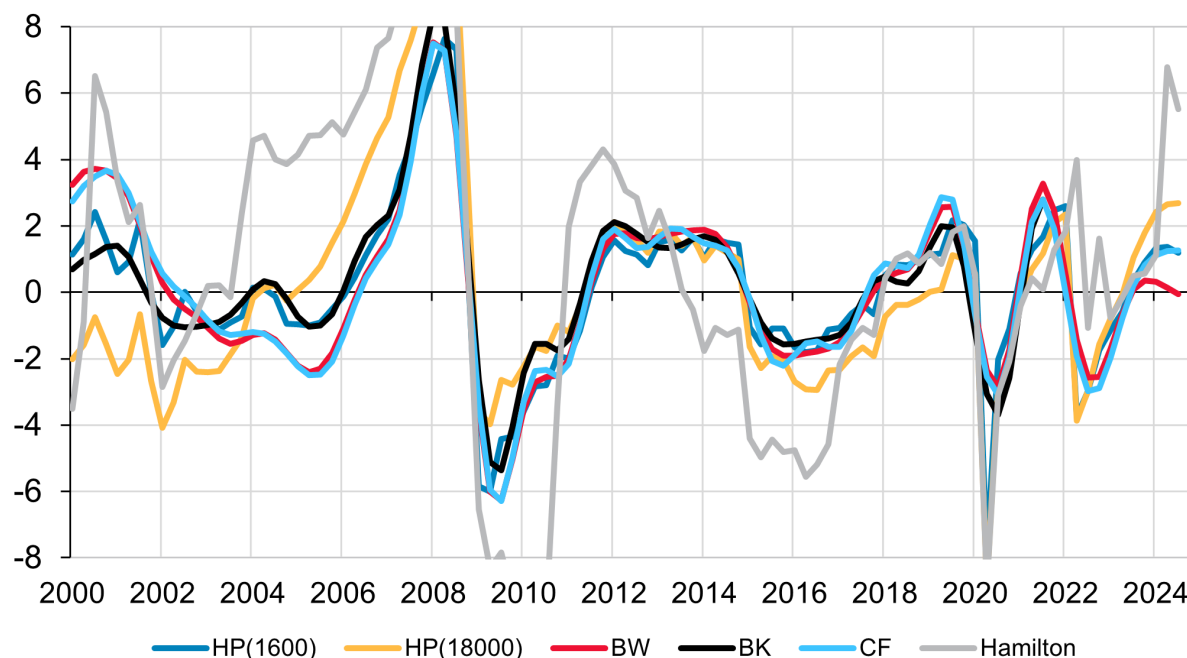


Рис. 21: Оценки среднесрочного разрыва выпуска с помощью одномерных фильтров.

Модели ненаблюдаемых компонент (Приложение L) также дают большой разброс в своих оценках, однако наиболее продвинутое модификации (со структурными сдвигами и учётом других макроэкономических переменных) сходятся в своих оценках умеренного положительного разрыва выпуска.

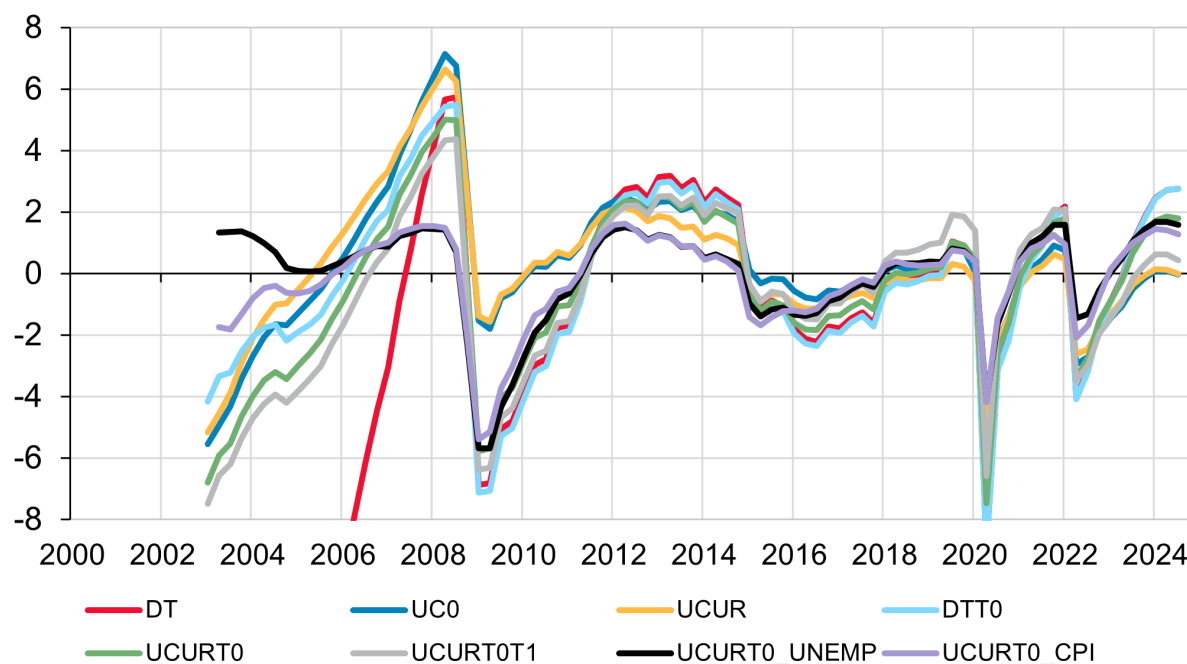


Рис. 22: Оценки среднесрочного разрыва выпуска с помощью моделей ненаблюдаемых компонент.

SVAR-модели с долгосрочными ограничениями в рамках подхода Бланшара-Куа (Приложение К) идентифицируют шоки последних лет преимущественно как шоки спроса (за счёт роста показателей интенсивности использования как труда, так и капитала) и дают достаточно высокую оценку разрыва; хотя и с большим разбросом, что свойственно этому подходу.

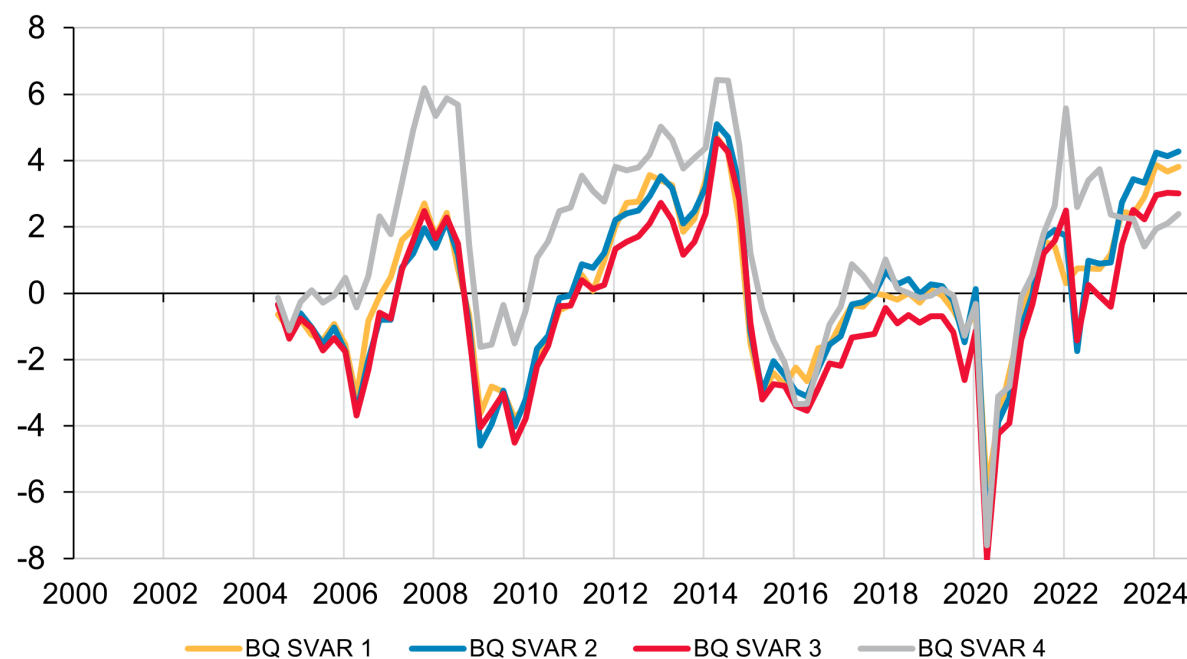


Рис. 23: Оценки среднесрочного разрыва выпуска на основе подхода Бланшара-Куа с помощью SVAR-моделей.

Простейший многомерный полуструктурный фильтр Лакстона-Тетлоу, учитывающий эмпирические кривую Филлипса и закон Оукена, и его альтернативные имплементации Хироше-

Камады, учитывающие те же закономерности по отдельности, (Приложение С) дают схожие оценки умеренного разрыва выпуска в последние годы, несмотря на то, что демонстрируют сильно различающиеся траектории разрыва на истории. Данные фильтры записываются в формате оптимизационной задачи и поэтому не допускают использование более гибких инструментов оценивания, например байесовского подхода.

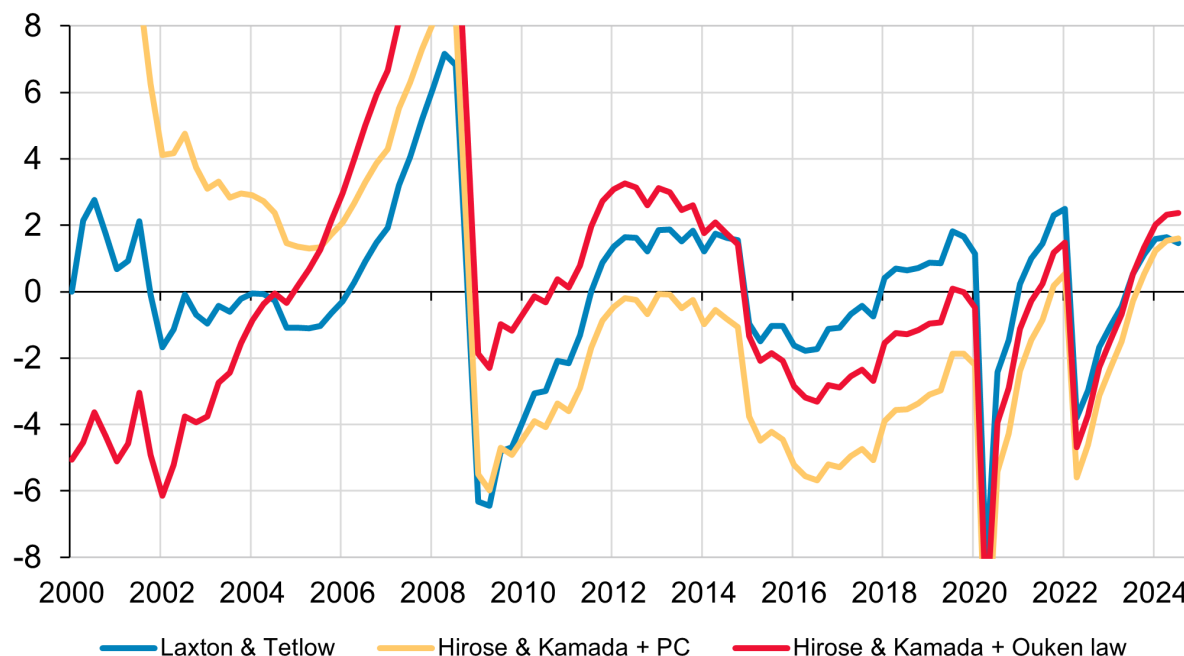


Рис. 24: Оценки среднесрочного разрыва выпуска с помощью оптимизационных многомерных полуструктурных фильтров.

Большинство многомерных полуструктурных фильтров представленных в пространстве состояний (Приложения D и E) сталкиваются с проблемой идентификации отношения дисперсий шоков тренда и цикла (англ. pile-up problem). Даже при задании информативных априорных распределений на эти параметры в фильтрах Благрейва-Лакстона и Лаубаха-Вильямса апостериорные распределения получаются достаточно плоскими. В следствии чего итоговая дисперсия тренда может оказаться довольно большой, после чего довольно большая часть ускорения роста выпуска последних лет объясняется ростом тренда при незначительном (и уже закрывшемся) разрыве. Решить эту проблему помогает явное моделирование производственной функции, как в фильтре Тота (Приложение F), которая связывает тренд выпуска с трендами факторов производства, которые может быть легче идентифицировать. Полуструктурный фильтр с учётом ПФ даёт существенную оценку разрыва выпуска в последние годы, что объясняется положительными оценками разрывов интенсивности использования факторов производства.

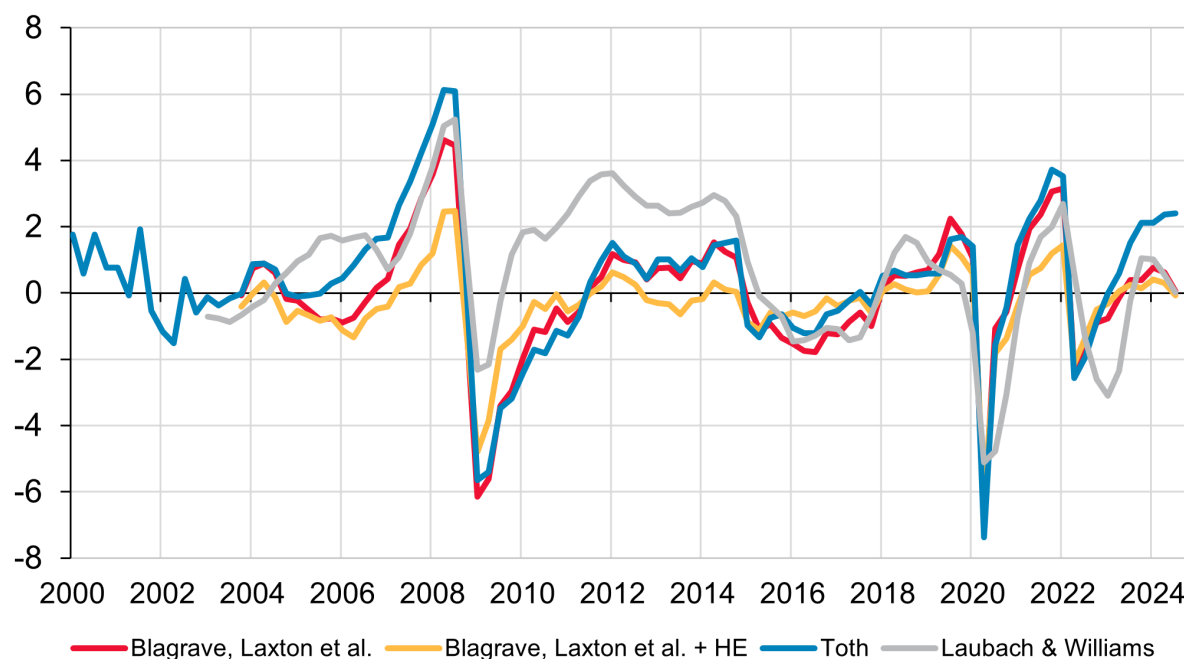


Рис. 25: Оценки среднесрочного разрыва выпуска с помощью многомерных полуструктурных фильтров представленных в пространстве состояний.

Оценки разрыва выпуска через подход на основе секторальной ПФ показывают существенный разрыв выпуска последние в годы преимущественно за счёт секторов торговли, обработки, финансов и госуправления.

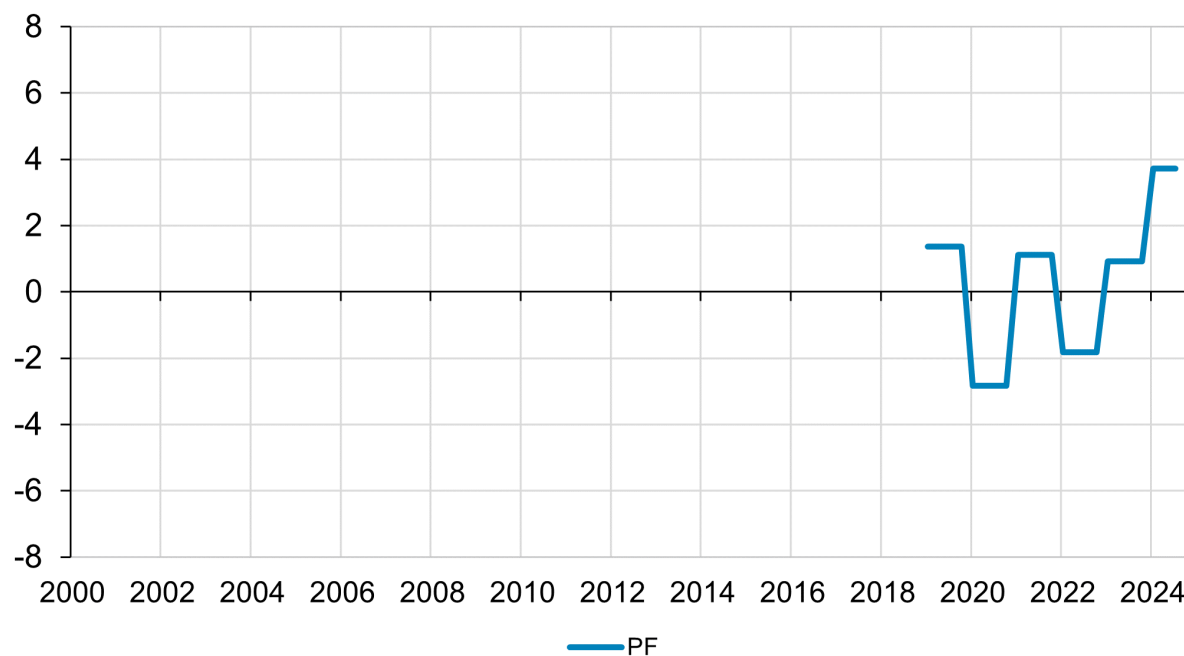


Рис. 26: Оценки среднесрочного разрыва выпуска через подход на основе секторальной ПФ.

DSGE-модель MARS оценивает значительный текущий разрыв выпуска из-за шоков спроса (государственных расходов и инвестиций), разрыв был бы ещё больше если бы шоки спроса не компенсировались бы шоками рынка труда и ДКП. Этот результат сохраняется при обоих вариантах калибровки, хотя на истории оценки отличаются из-за разной оценки равновесного уровня госрасходов и, как следствие, равновесной траектории ВВП.

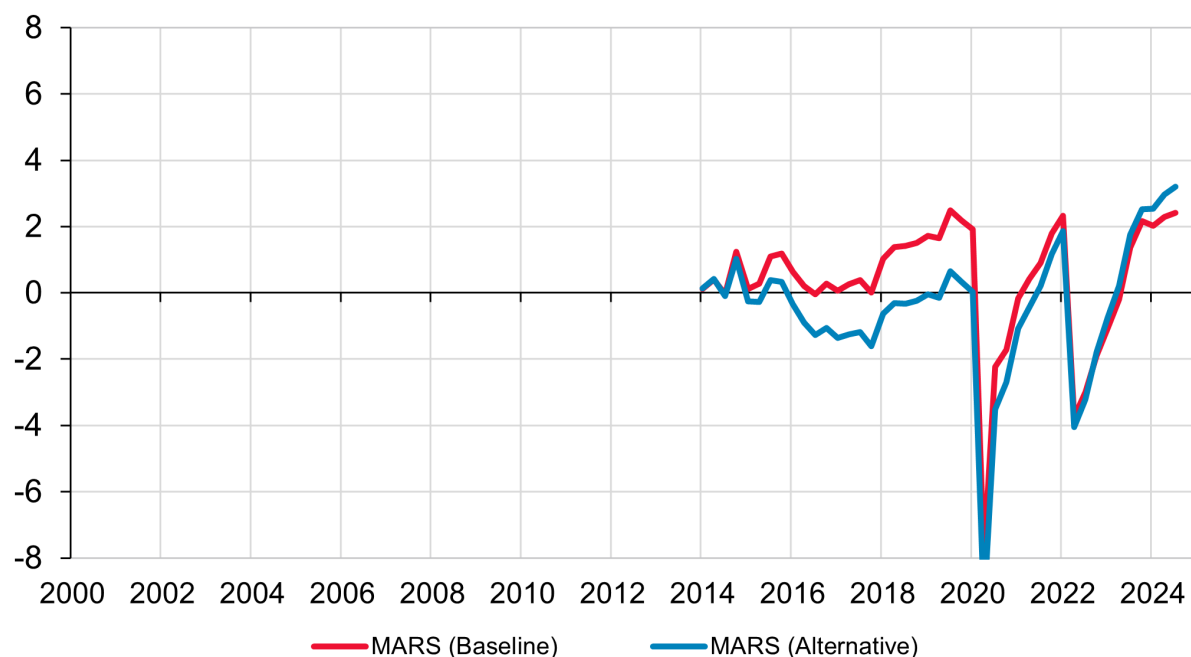


Рис. 27: Оценки краткосрочного перманентного разрыва выпуска DSGE-моделью MARS.

Оценки приращений потенциала (Рисунок 28) сильно варьируются в зависимости от метода оценки. Медиана по всем моделям демонстрирует небольшую персистентность – $\rho \approx 0.2$ начиная с полугода. Персистентность полученных оценок разрыва (Рисунок 29) так же сохраняет большую неоднородность. Медиана по всем моделям обладает довольно высокой персистентностью в первые полгода и зануляется в районе года, переходя в область незначимых отрицательных значений.

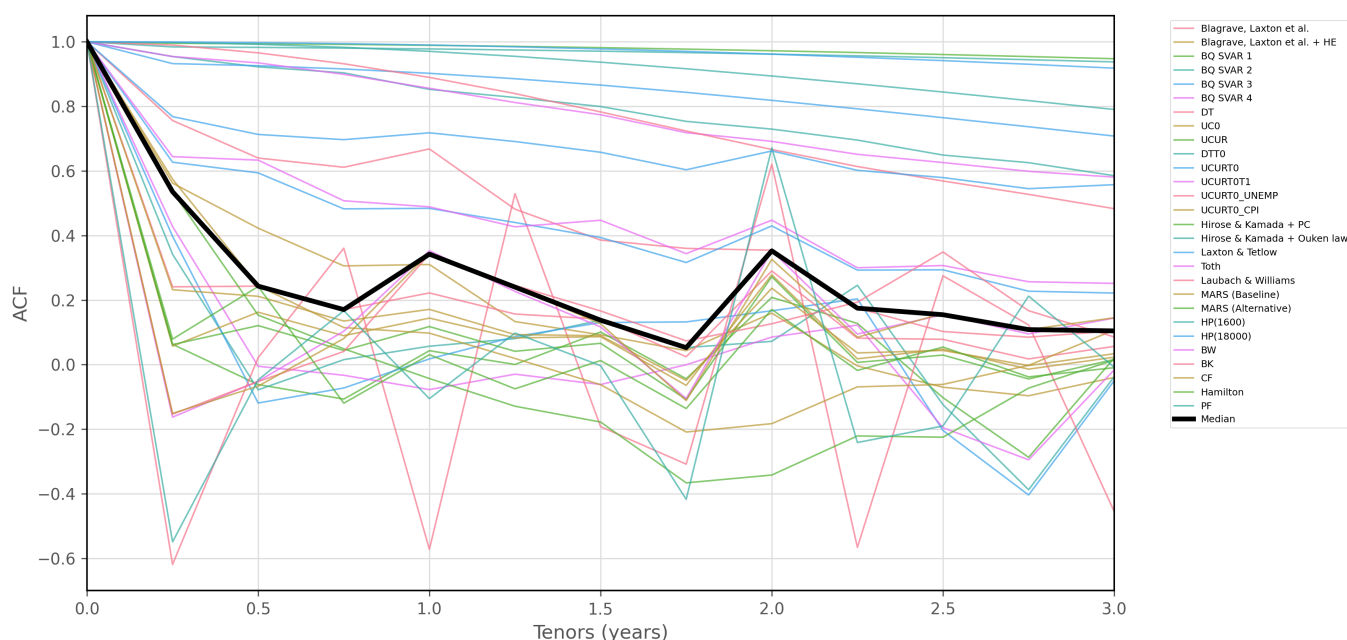


Рис. 28: Автокорреляции оценок приращений потенциального выпуска и их медиана.

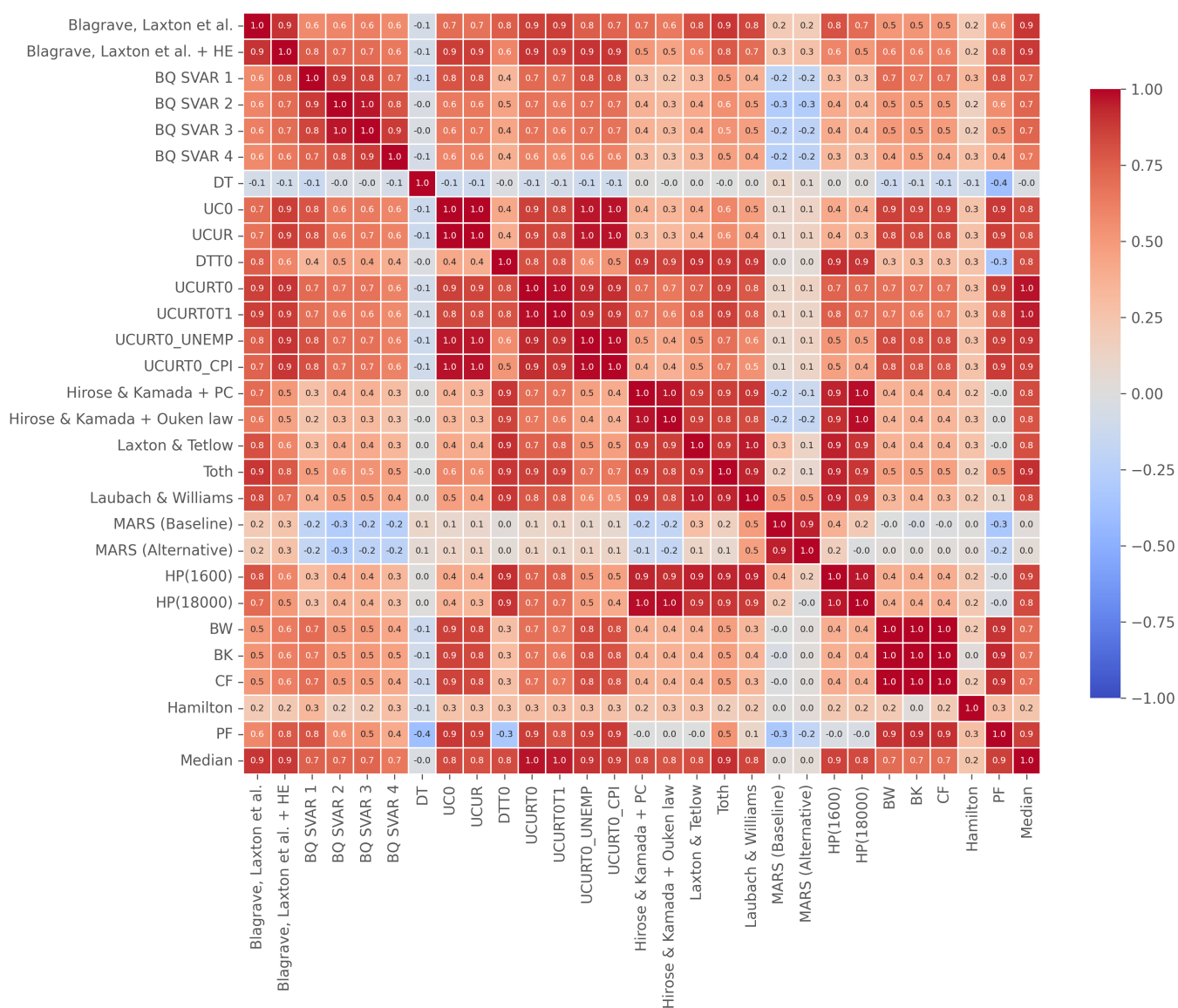


Рис. 30: Корреляционная матрица оценок приращений потенциального выпуска.

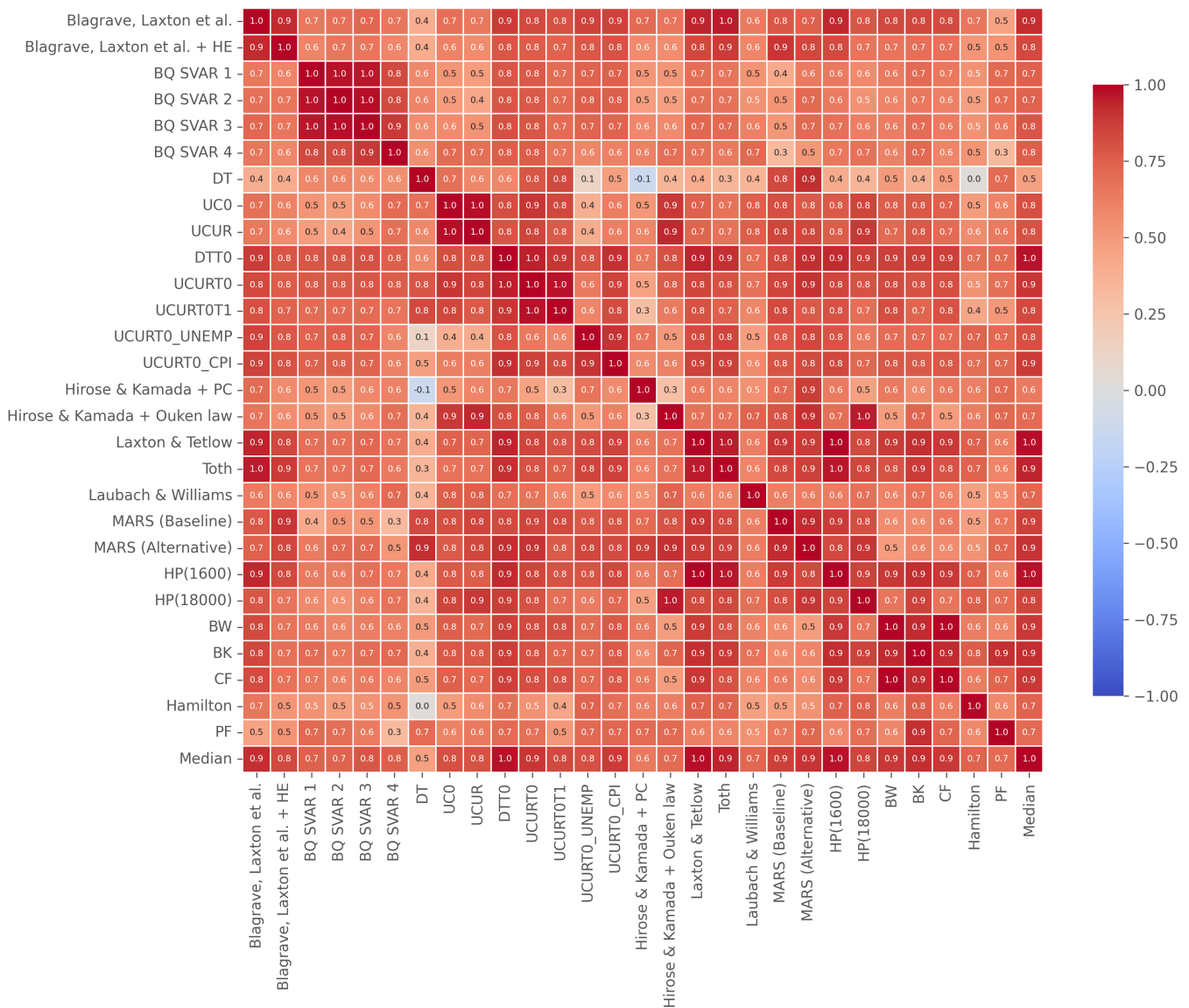


Рис. 31: Корреляционная матрица оценок разрыва выпуска.

Важным эмпирическим показателем теоретических ненаблюдаемых величин является отношение дисперсии разрыва к дисперсии (ненаблюдаемого) тренда. Данная метрика у полученных оценок за редким исключением варьируется в диапазоне 1 – 50, т.е. различается более чем на порядок.

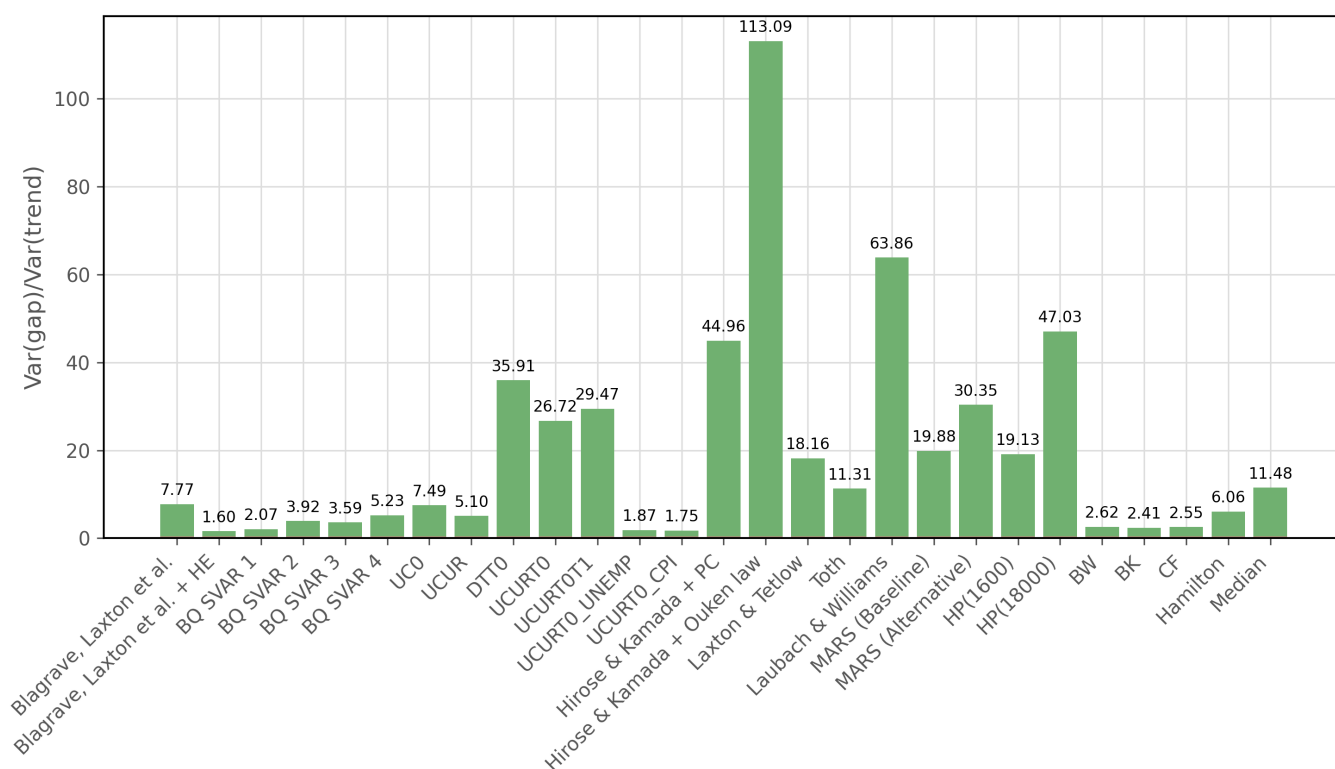


Рис. 32: Отношение дисперсий оценок разрыва выпуска к дисперсиям оценок приращений потенциального выпуска.

Примечания. Оценки на основе производственной функции были получены на годовой частоте и поэтому не были включены в данный анализ. Модель детерминированного тренда была исключена из рассмотрения из-за околонулевой дисперсии оценки приращений тренда.

Таблицы 10 и 11 содержат стандартную описательную статистику оценок приращений потенциала и разрыва выпуска.

Таблица 10: Описательная статистика оценок разрыва выпуска.

Model	N	Mean	Std	Skew	Kurt	Min	25%	50%	75%	Max
Blagrove et al.	84	-0.02	1.91	-0.81	3.08	-6.88	-0.89	0.16	0.90	4.62
Blagrove et al. + HE	84	-0.33	1.22	-1.90	8.17	-6.19	-0.68	-0.23	0.24	2.47
BQ SVAR 1	81	0.09	2.23	-0.05	-0.41	-5.92	-1.41	-0.07	1.85	4.71
BQ SVAR 2	81	0.06	2.44	-0.16	-0.14	-7.10	-1.53	-0.03	1.91	5.10
BQ SVAR 3	81	-0.46	2.33	-0.23	0.20	-8.03	-1.77	-0.69	1.54	4.64
BQ SVAR 4	81	1.37	2.65	-0.26	0.46	-7.60	-0.28	1.21	3.41	6.42
DT	87	-3.02	7.11	-1.70	2.31	-26.37	-3.96	-0.89	1.78	5.73
UC0	87	0.27	2.32	0.38	1.57	-5.55	-0.79	0.08	1.74	7.14
UCUR	87	0.22	2.18	0.54	1.65	-5.17	-0.88	-0.07	1.30	6.64
DTT0	87	-0.35	2.79	-0.37	0.45	-9.05	-1.95	-0.39	2.07	5.48
UCURT0	87	-0.48	2.63	-0.41	0.04	-7.48	-1.88	-0.25	1.67	5.00
UCURT0T1	87	-0.63	2.75	-0.59	-0.25	-7.49	-2.11	-0.37	1.67	4.38
UCURT0_UNEMP	86	-0.01	1.58	-1.71	3.30	-5.69	-0.74	0.40	1.15	1.68
UCURT0_CPI	86	-0.19	1.47	-1.35	2.28	-5.39	-1.06	0.23	0.91	1.62
HK + PC	99	0.12	4.75	0.66	0.17	-11.46	-3.68	-0.50	2.87	12.60
HK + Ouken law	99	0.02	3.91	0.98	1.71	-9.85	-2.62	-0.48	2.06	12.26
Laxton & Tetlow	99	0.05	2.45	-0.25	2.24	-8.29	-1.09	0.00	1.53	7.16
Toth	99	0.37	2.06	-0.45	2.96	-7.36	-0.61	0.53	1.48	6.13
Laubach & Williams	87	0.73	1.98	-0.45	0.41	-5.11	-0.69	0.95	1.99	5.24
MARS (Baseline)	43	0.35	1.94	-2.24	7.31	-7.97	-0.01	0.41	1.58	2.48
MARS (Alternative)	43	-0.43	2.11	-1.82	7.28	-9.48	-1.13	-0.25	0.36	3.20
HP(1600)	99	0.13	2.43	0.03	2.37	-7.89	-1.09	0.36	1.40	7.64
HP(18000)	99	0.12	3.13	1.12	2.61	-8.81	-2.03	-0.21	1.53	10.56
BW	99	0.13	2.47	0.34	0.84	-6.26	-1.71	0.08	1.75	7.53
BK	87	0.31	2.34	0.87	2.85	-5.37	-1.04	0.26	1.44	8.39
CF	99	0.14	2.47	0.28	0.80	-6.29	-1.64	0.20	1.61	7.50
Hamilton	99	0.68	4.56	-0.26	0.01	-9.92	-1.45	0.86	3.86	10.01
PF	23	0.27	2.14	-0.12	-0.97	-2.83	-1.82	0.92	1.37	3.72
Median	99	0.07	2.08	-0.22	1.87	-7.23	-1.09	0.17	1.48	5.88

Таблица 11: Описательная статистика оценок приращений потенциального выпуска.

Model	N	Mean	Std	Skew	Kurt	Min	25%	50%	75%	Max
Blagrave et al.	83	0.63	0.68	0.15	0.12	-1.13	0.27	0.51	1.01	2.04
Blagrave et al. + HE	83	0.63	0.96	-1.13	2.49	-2.40	0.28	0.54	1.18	2.31
BQ SVAR 1	80	0.53	1.55	-1.55	5.56	-6.30	-0.10	0.60	1.37	4.16
BQ SVAR 2	80	0.52	1.23	-0.52	1.70	-3.67	0.02	0.51	1.26	3.92
BQ SVAR 3	80	0.54	1.23	-0.50	1.53	-3.38	-0.07	0.46	1.31	3.98
BQ SVAR 4	80	0.55	1.16	-0.74	1.30	-3.09	0.11	0.47	1.34	2.96
DT	86	0.34	0.05	0.49	-1.81	0.30	0.30	0.30	0.40	0.40
UC0	86	0.61	0.85	-2.16	9.84	-3.70	0.40	0.70	1.08	3.20
UCUR	86	0.62	0.96	-2.33	10.42	-4.30	0.40	0.70	1.10	3.50
DTT0	86	0.60	0.47	1.19	-0.56	0.30	0.30	0.35	0.40	1.50
UCURT0	86	0.58	0.51	-0.26	1.22	-1.20	0.33	0.50	1.00	1.40
UCURT0T1	86	0.59	0.51	-0.20	0.71	-1.10	0.30	0.40	1.04	1.40
UCURT0_UNEMP	85	0.66	1.15	-1.64	6.48	-4.60	0.30	0.60	1.10	3.80
UCURT0_CPI	85	0.62	1.11	-1.90	7.18	-4.50	0.30	0.60	1.10	3.50
HK + PC	98	0.88	0.71	0.78	-1.01	0.20	0.30	0.50	1.50	2.18
HK + Ouken law	98	0.69	0.37	0.38	-1.53	0.31	0.33	0.57	1.08	1.25
Laxton & Tetlow	98	0.75	0.57	0.67	-1.11	-0.39	0.37	0.46	1.44	1.72
Toth	99	0.76	0.61	0.44	-1.27	-0.28	0.28	0.54	1.43	1.78
Laubach & Williams	87	0.47	0.25	1.16	-0.11	0.18	0.31	0.38	0.49	1.03
MARS (Baseline)	42	0.30	0.44	-2.03	5.84	-1.23	0.24	0.37	0.50	1.13
MARS (Alternative)	42	0.28	0.38	-2.01	5.57	-1.07	0.17	0.33	0.51	0.98
HP(1600)	99	0.76	0.56	0.71	-1.15	0.14	0.33	0.50	1.35	1.74
HP(18000)	99	0.71	0.46	0.53	-1.48	0.26	0.32	0.46	1.26	1.43
BW	99	0.81	1.53	-1.14	9.58	-7.26	0.17	0.76	1.64	6.76
BK	87	0.79	1.51	-0.98	10.81	-7.19	0.18	0.52	1.57	6.85
CF	99	0.79	1.54	-1.04	8.79	-7.19	0.17	0.62	1.69	6.78
Hamilton	99	0.63	1.85	-1.90	7.26	-8.03	0.20	0.87	1.57	6.33
PF	22	0.36	3.15	-1.36	3.57	-9.06	0.24	1.11	1.34	6.24
Median	99	0.73	0.61	-0.08	-0.08	-1.16	0.33	0.50	1.39	1.88

5.3 Агрегированные оценки

Оставляя репрезентативных представителей в каждом классе моделей и отказываясь от явно некорректных оценок можно получить достаточно интуитивный набор оценок, представленный на Рисунках 33–35.

В терминах медианы по всем оценкам, реальная нейтральная ставка в самом начале периода ТИ была на уровне 4% и постепенно снижалась до минимума в 2% в период COVID-19. В 1 кв. 2022 г. она скачкообразно выросла до 4% и продолжила плавный рост до значений чуть меньше 5% на конец 2024 г.

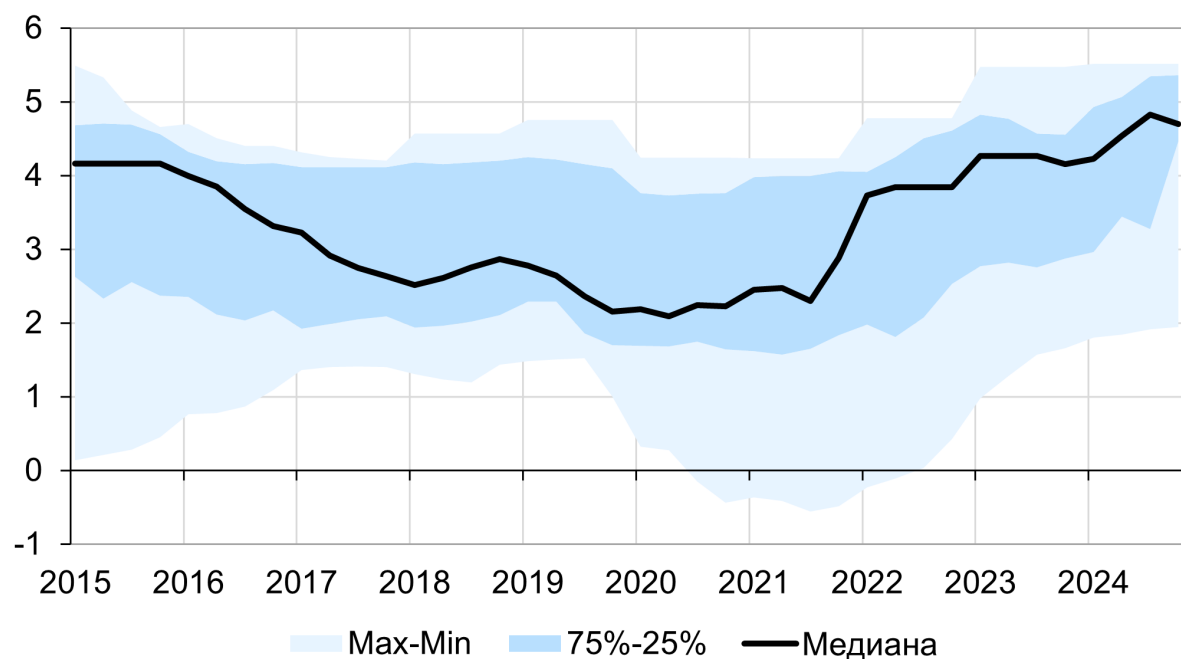


Рис. 33: Избранные оценки реальной нейтральной ставки.

Разрыв реальных ставок посчитанный к ex-post реальной ставке оставался положительным на уровне 2–4% весь период с начала ТИ до начала COVID-19, за исключением отдельных кварталов в 2015 и 2018 годах. С начала COVID-19 и до начала 2022 г. разрыв оставался отрицательным и расширяющимся. С резким ростом ключевой ставки в 1 кв. 2022 г. разрыв стал сильно положительным и начал падать – вместе со снижением ключевой ставки – до сильно отрицательной области с минимумом в середине 2023 г. Далее, на фоне одновременного роста фактической и нейтральной реальных ставок, вплоть до конца 2024 г. разрыв в среднем оставался положительным в диапазоне 2–6%, за исключением отдельных кварталов.

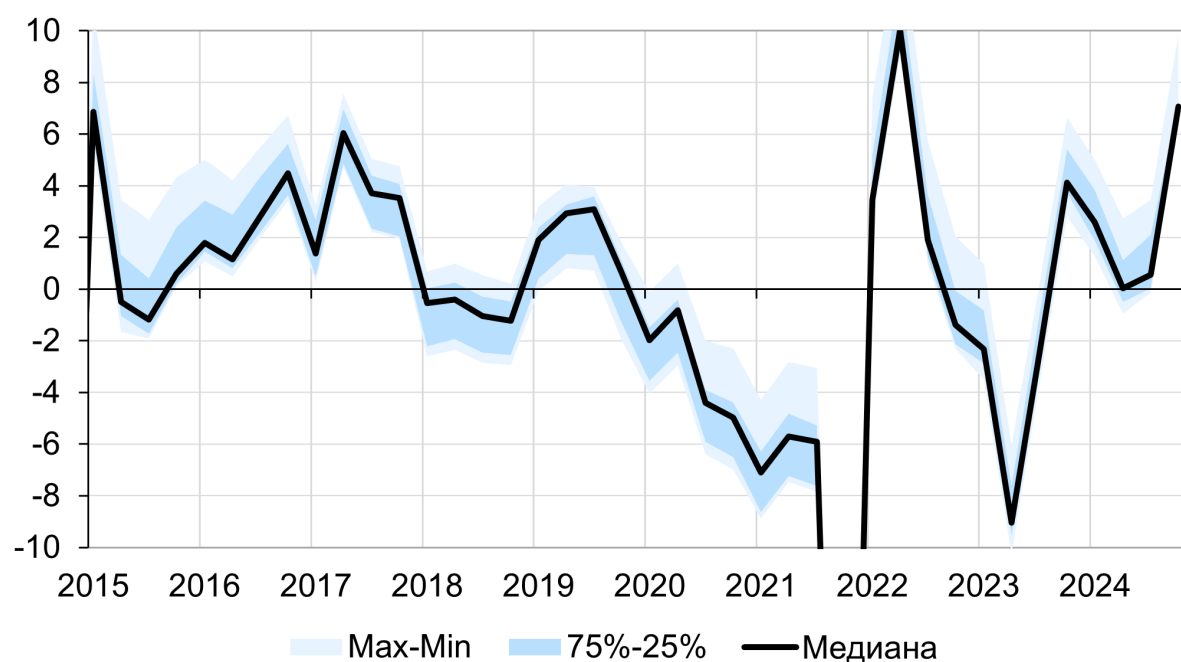


Рис. 34: Избранные оценки разрыва реальной ставки.

Медианная оценка годовых темпов роста потенциального выпуска до начала глобального финансового кризиса 2008 г. даёт оценки 5–7%. Далее они упали до уровня 2% вплоть до кризиса 2015 г., после чего зафиксировались на уровне 1–1,5%. С начала 2023 г. темпы роста потенциального выпуска остаются в районе 2,5%.

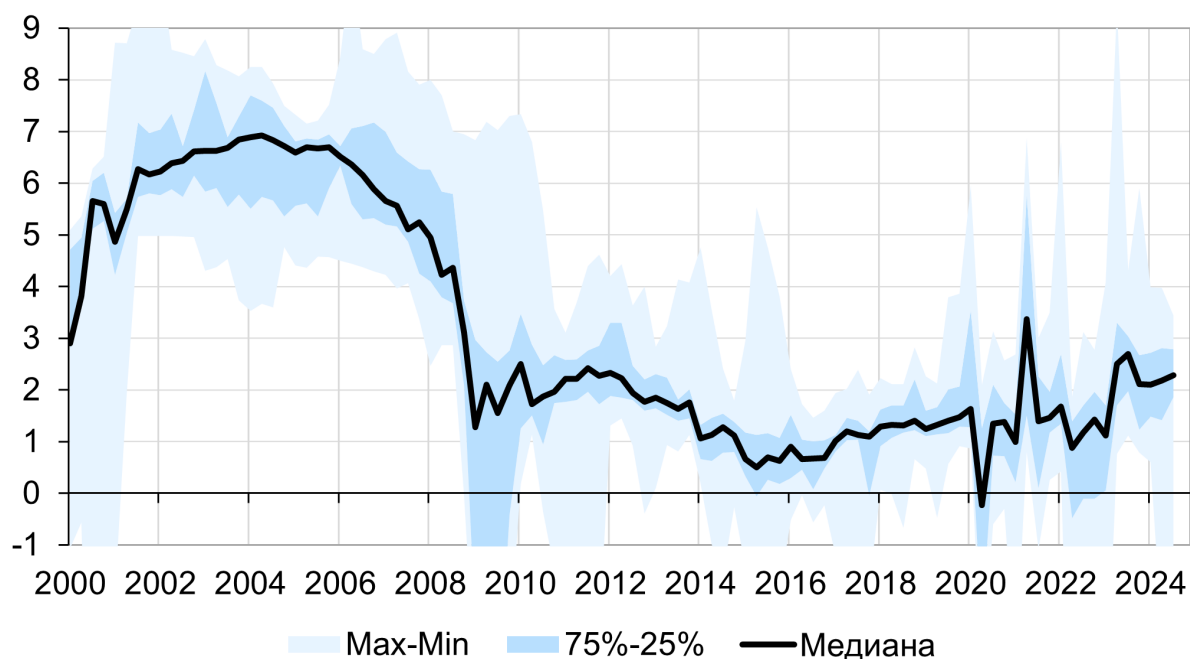


Рис. 35: Избранные оценки темпов роста потенциального выпуска г/г.

Относительно разрыва выпуска, медианная оценка указывает на максимальный перегрев непосредственно перед кризисами (в 2008, 2015, 2020 и 2022 годах) и минимальное значение в ходе этих кризисов. На конец 2024 г. положительный разрыв выпуска оценивается в 1,5–2%.

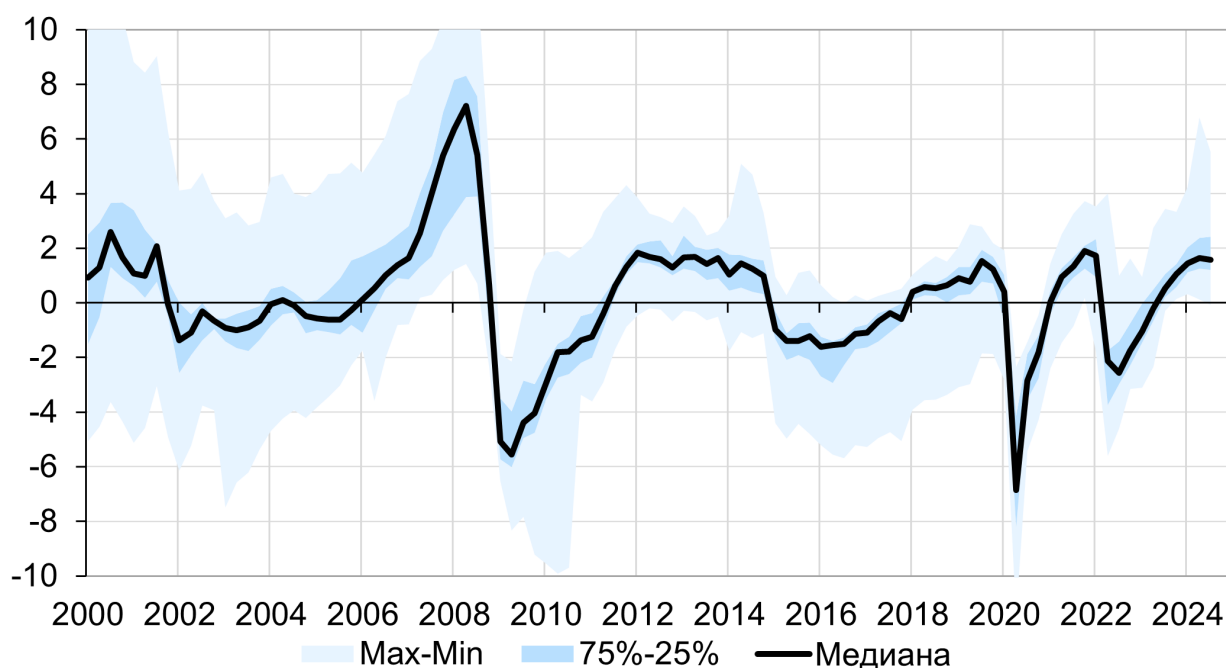


Рис. 36: Избранные оценки разрыва выпуска.

Полученный набор методов сохраняет довольно высокий разброс оценок относительно уровня нейтральной ставки и разрыва выпуска (Рисунок 37) – неопределённость между моделями (1–2% в последние годы) сопоставима с уровнем самих исследуемых ненаблюдаемых величин (2% для разрыва выпуска и 4–5% для реальной нейтральной ставки).

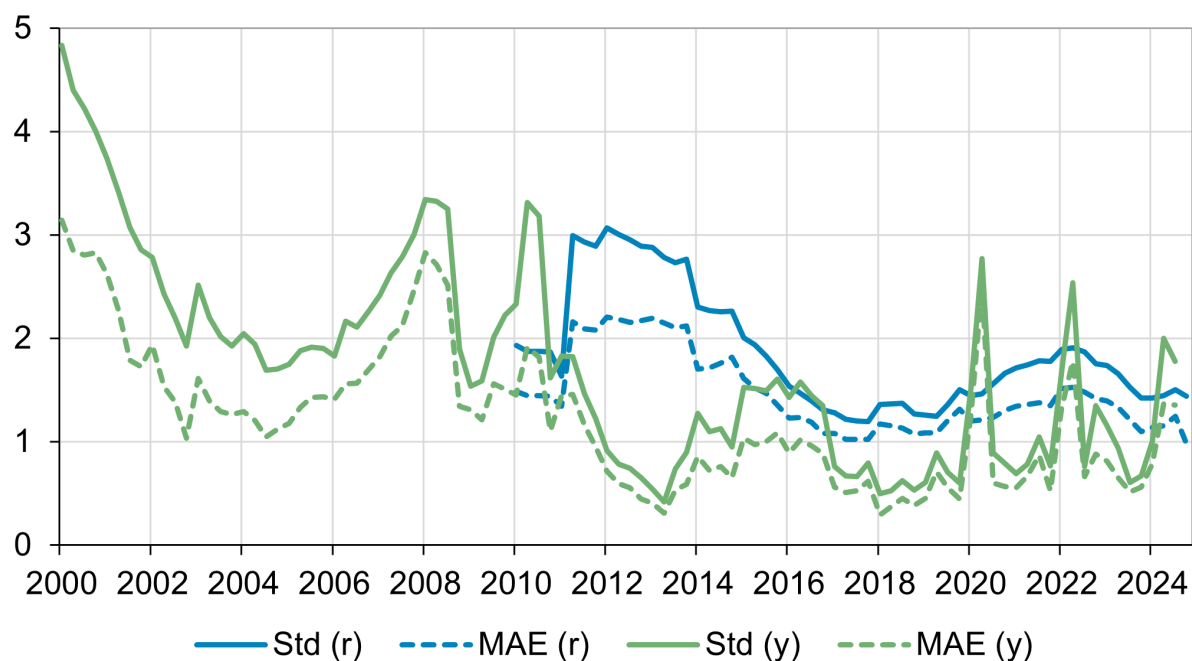


Рис. 37: Метрики степени неопределённости разрозненных оценок нейтральной ставки (r) и разрыва выпуска (y).

6 Анализ результатов

Несмотря на обширную литературу, посвящённую оценке потенциальных переменных, работ, посвящённых критериям качества полученных оценок, не так много и посвящены они в основном оценкам потенциального выпуска. Далее мы рассмотрим требования к оценке разрыва выпуска, приведённые в этих работах, обсудим их применимость к разрыву реальных ставок и приведём итоговые собственные критерии.

Suero et al. (2018) выделяют две группы критериев – «необходимые» (статистические) и «достаточные» (экономические). В первую входят: (1) статистическая значимость коэффициентов модели, (2) средний относительный пересмотр – отношение метрики (например, RMSE) разницы между односторонними и двусторонними оценками к максимальному по модулю разрыву; (3) средняя относительная неопределённость – отношение средней стандартной ошибки оценки разрыва к его максимуму. Ко второй группе метрик относятся: (4) экономическая обоснованность, например использование кривой Филлипса или закона Оукена; (5) соответствие консенсусному мнению относительно амплитуды и траектории разрыва; (6) стабильность односторонних оценок относительно пересмотра (либо выхода новых) данных. Отдельно авторы замечают, что, наравне со статистическими и экономическими критериями, следует учитывать прозрачность (т.е. простоту, англ. *transparency*) метода оценки разрыва.

Kangur et al. (2019) относят к желаемым свойствам оценок разрыва выпуска: (1) качество оценок в режиме реального времени (онлайн), т.е. устойчивость к пересмотру (и выходу новых) данных, а также к обновлению экспертных прогнозов, используемых для решения проблемы правой точки; (2) «эффективность» в том смысле, что текущая оценка учитывает всю доступную на текущий момент времени информацию; (3) нулевое долгосрочное среднее разрыва и (4) «экономическая состоятельность» – т.е. наличие значимой корреляции с инфляцией и/или иными индикаторами делового цикла.

Chen and Gornicka (2020) также говорят о (1) важности устойчивости онлайн-оценок и (2) способности разрыва прогнозировать инфляцию. Помимо этого, следуя Coibion et al (2018), авторы (3) тестируют чувствительность онлайн-оценок к различным (предварительно извлечённым) шокам, акцентируя внимание на нежелательности значимого отклика оценки разрыва на временные (англ. *transitory*) шоки.

Все рассмотренные выше работы объединяет акцент на качестве оценок в режиме реального времени и способность разрыва выпуска прогнозировать – либо хотя бы обладать значимой корреляцией – основные макроэкономические переменные, в т.ч. инфляцию. В связи с тем что использование оценок на исторических винтажах для большого набора исследуемых моделей затруднительно, мы ограничимся сравнением оценок в псевдореальном времени с финальными – двухсторонними – оценками.

Критерий прогнозных свойств разрывов применим и к разрыву реальной ставки – этому посвящена работа Neiss and Nelson (2001). Прогнозные свойства оценённых разрывов выпуска и реальных ставок относительно друг друга и инфляции также исследуются в Garnier and Wilhelmsen (2005)²⁵ и Larsen and McKeown (2004)²⁶.

Среди прочих упомянутых свойств оценок ненаблюдаемых переменных можно выделить статистическую значимость коэффициентов моделей и итоговых оценок, а также соответствие полученных оценок существующим нарративам. Значимость оценок отдельных коэффициентов можно увидеть в Приложениях А – М для тех методов, которые предполагают такой подход, далее мы подробнее рассмотрим статистическую значимость итоговых оценок ненаблюдаемых величин.

В отличие от американской экономики²⁷ по российскому деловому циклу не существует какой либо официальной или общепринятой хронологии, поэтому в качестве базового нарратива

²⁵Используются оценки из вариации модели Laubach and Williams (2003) на данных ЕС.

²⁶Используются оценки из вариации модели Laubach and Williams (2003) на данных Великобритании.

²⁷Наиболее популярной в академических кругах является хронология от NBER's Business Cycle Dating

мы в дальнейшем будем использовать публичные оценки Банка России долгосрочной нейтральной ставки и долгосрочного потенциального роста.

Несмотря на то, что, с точки зрения структурных моделей, отдельные структурные шоки могут одновременно влиять и на тренд, и на разрыв выпуска, большая положительная корреляция между потенциальным уровнем и разрывом является нежелательной.

Особый интерес вызывает способность восстанавливать ненаблюдаемые переменные из известного модельного DGP (англ. data generating process). Хорошим кандидатом тут является небольшая новая кейнсианская DSGE-модель, оценённая на российских данных (Ivashchenko, 2025).

Далее мы исследуем качество полученных оценок нейтральной ставки и потенциального выпуска с помощью следующих критериев:

- Качество оценок в режиме реального времени;
- Статистическая значимость оценок;
- Процикличность оценок;
- Способность улучшать прогнозы основных макроэкономических переменных;
- Способность моделей воспроизвести ненаблюдаемые переменные с известным DGP;
- Соответствие существующим нарративам.

6.1 Качество оценок в режиме реального времени

В Приложениях А – М, содержащих подробности модельных расчётов, приведены графики односторонних – на расширяющемся окне либо результаты одностороннего фильтра Калмана, в зависимости от подхода – оценок ненаблюдаемых величин. В данной работе не использовались винтажи ВВП и не учитывались задержки в публикации статистики, так что нужно держать в уме, что в реальных условиях качество оценок может быть значительно хуже.

На Рисунке 38 представлены среднеквадратичные (RMSE) и медианные абсолютные (MAE) ошибки онлайн-оценок по отношению к итоговым. Большинство метрик RMSE лежит в интервале 1,5–2%, а MAE в 1–1,5%, не отличаясь существенно между оценками разрыва выпуска и нейтральной ставки.

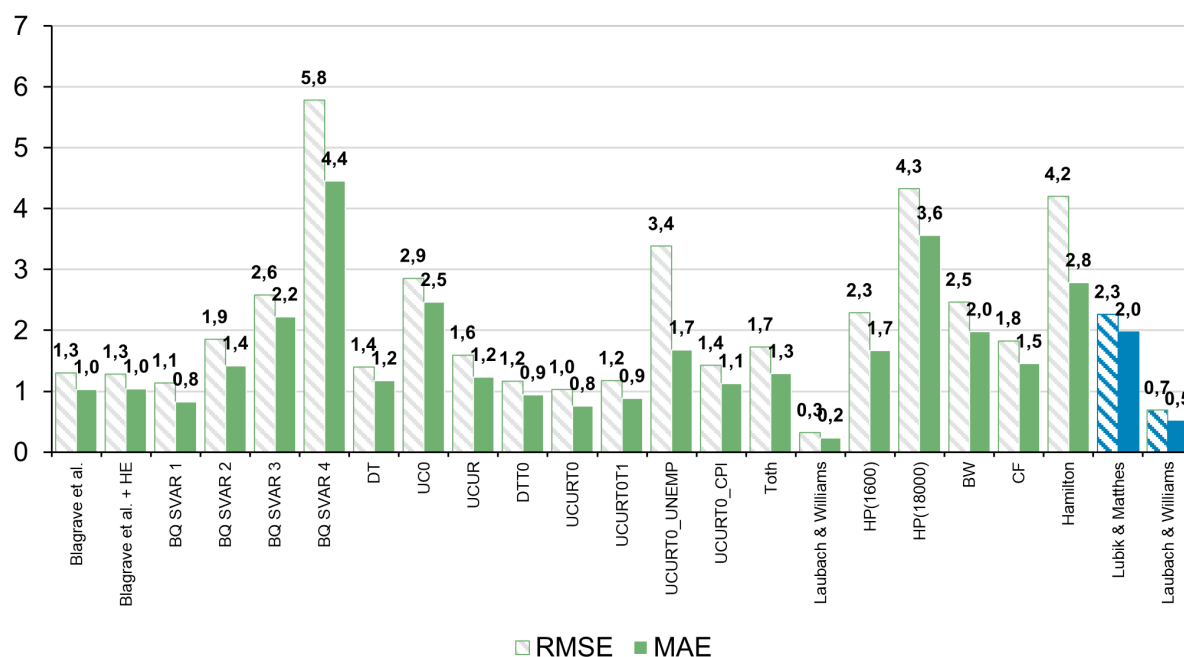


Рис. 38: Метрики отклонения односторонних оценок нейтральной ставки (синим) и разрыва выпуска (зелёным) от двухсторонних, %.

6.2 Статистическая значимость оценок

Критике статистической значимости оценок нейтральной ставки посвящена работа Поршакова и Синякова (2019), где демонстрируется высокая степень неопределённости преимущественно полуструктурных методов оценки. Рисунки 33 и 35 иллюстрируют лишь разброс между различными оценками ненаблюдаемых величин, в то время как степень неопределённости каждой отдельной оценки может быть кратно больше. Далее мы подробнее рассмотрим доверительные (достоверные в случае байесовского подхода) интервалы отдельных оценок.

В Приложениях А – М посвященным реализации отдельных методов оценки приведено множество технических подробностей, в том числе графики оценённых потенциальных величин и доверительные (либо достоверные) интервалы (ДИ) вокруг них. В текущем разделе мы подробнее остановимся на статистической значимости оценок на конце выборки в 2024 году.

На Рисунке 39 показаны ДИ трёх моделей: полуструктурной модели на основе Laubach and Williams (2003, LW) и двух неструктурных моделей (Lubik and Matthes, 2015, LM и Del Negro et al., 2017, DGGT). Наиболее репрезентативными следует считать ДИ модели LM, т.к. они отражают в себе в том числе и неопределённость в оценке параметров – для построения ДИ асимптотического среднего использовалось апостериорное распределение параметров (Приложение I). Интервалы модели LW получаются настолько узкими из-за того, что при оценке тренда реальной ставки используется двухшаговая процедура, по которой латентный фактор извлекается из оригинальной модели Holston, Laubach and Williams (2020) и далее интерпретируется как наблюдаемый (с некоторой ошибкой наблюдения) в модифицированной для экономики России модели (Приложение E).

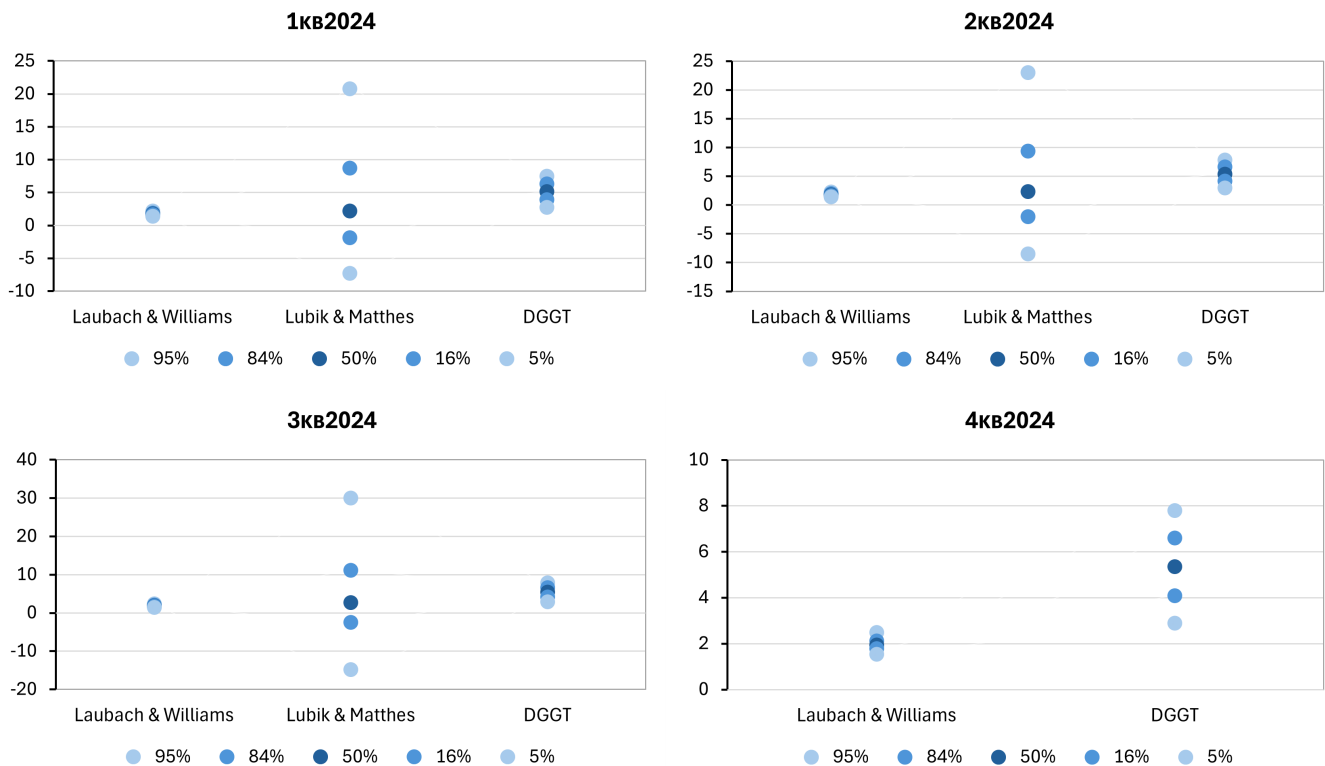


Рис. 39: Доверительные и достоверные интервалы оценок реальной нейтральной ставки в 2024 г.

На Рисунке 40 показаны ДИ трёх полуструктурных моделей: LW, модифицированной версии модели Toth (2021) (Вихарев, forthcoming) и оригинальной модели Blagrove et al. (2015) с использованием наблюдаемых ожиданий на основе Hamilton (1985); а также три наиболее удачные спецификации неструктурных моделей ненаблюдаемых компонент (UCM). Аналогично рассуждениям про ДИ оценок r^* , приведённые интервалы не отображают неопределённость в оценке параметров и мог быть рассмотрены, как оценка снизу на потенциальную ширину ДИ.

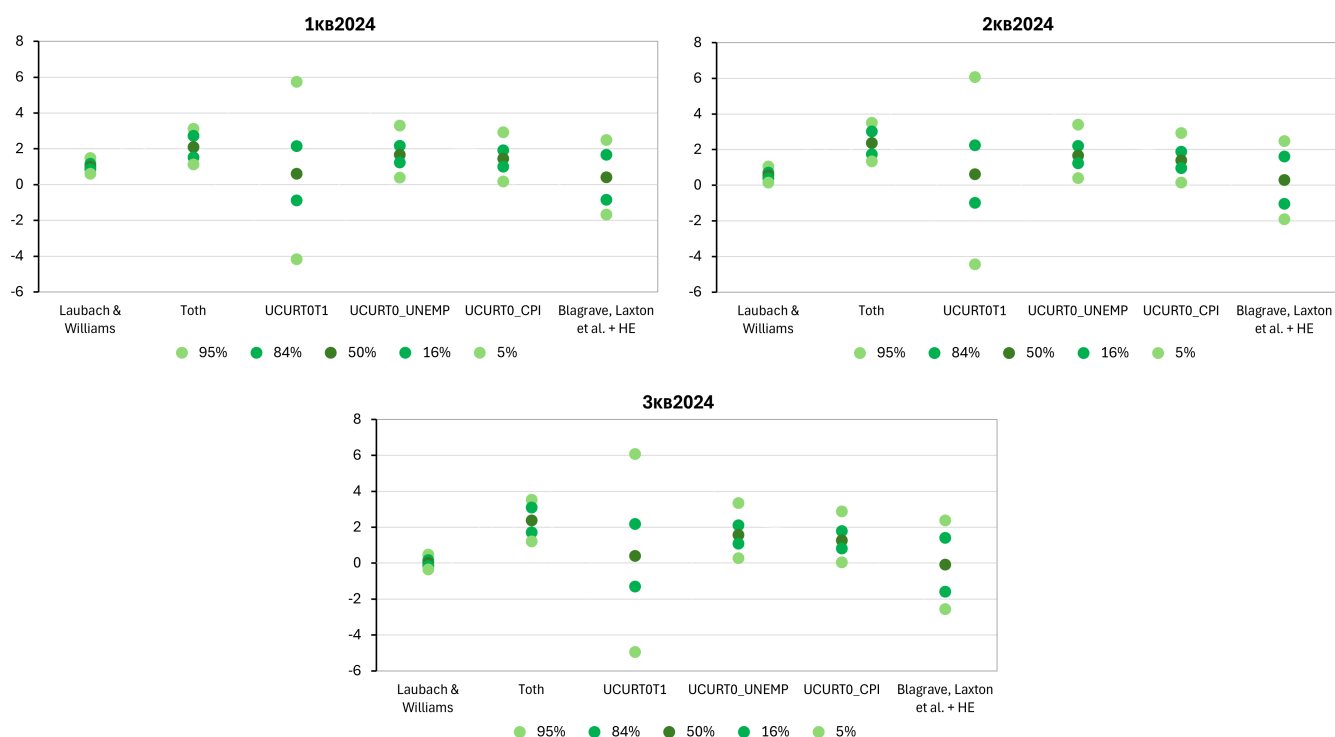


Рис. 40: Доверительные и достоверные интервалы оценок разрыва выпуска в 2024 г.

В целом можно утверждать, что после учёта всех видов неопределённости оценки реальной нейтральной ставки и разрыва выпуска на российских данных не всегда будут значимы даже на уровне 64%, что поднимает вопрос об их применимости. Частично исправить эту ситуацию может агрегирование результатов нескольких независимых и состоятельных моделей, например использование медианы нескольких оценок. Даже в случае положительной корреляции идиосинкратических ошибок оценок, дисперсия медианы – достаточного количества независимых состоятельных оценок – будет значительно меньше дисперсий отдельных оценок.

6.3 Процикличность оценок

Среди всех методов оценки нейтральной ставки проциклическостью обладают только неструктурные модели LM и DGGT. Расчёты на основе неоклассической теории, наоборот, антициклически.

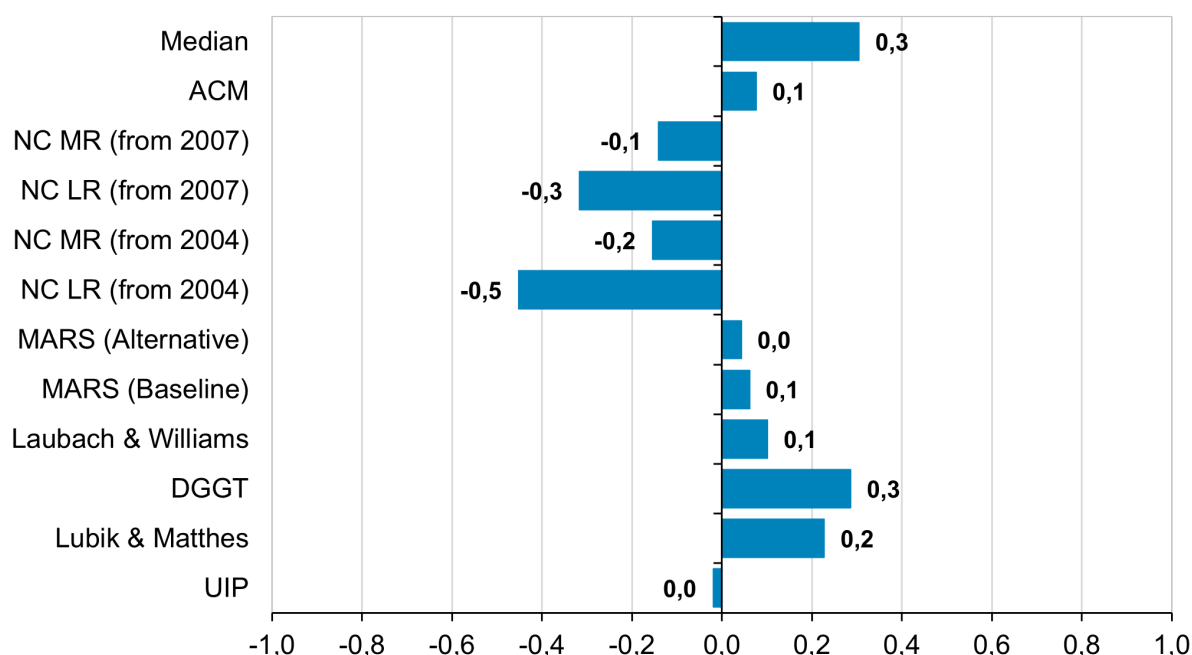


Рис. 41: Корреляции разрывов реальных ставок и нейтральных ставок.

Большинство неструктурных оценок потенциального выпуска дают околонулевую корреляцию с разрывом. С другой стороны, оценки большинством полуструктурных фильтров, а также наиболее близкие к ним спецификации неструктурных UCM, процикличны с корреляцией в диапазоне 0,25 – 0,75. Отдельное место занимает перманентный выпуск из DSGE-модели MARS обладающий отрицательной корреляцией, которая объясняется тем, что выпуск в модели реагирует на перманентные шоки слабее, чем тренд.

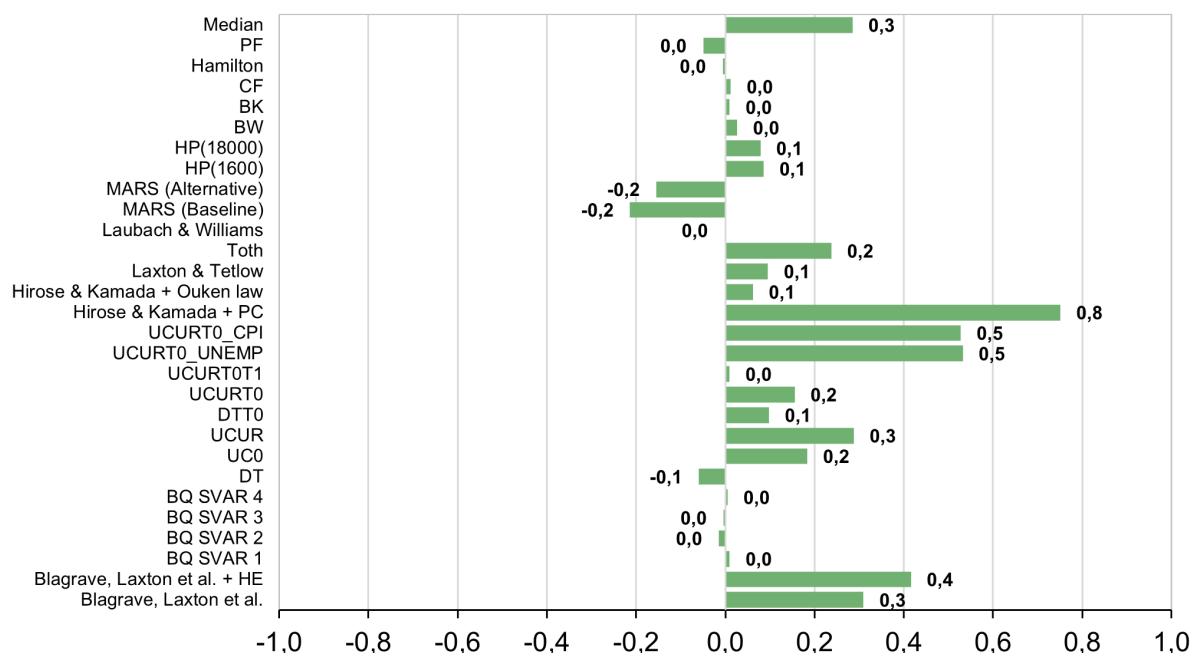


Рис. 42: Корреляции разрывов выпуска и секвенциальных темпов роста трендов.

Стоит обратить внимание на то, что медиана из нескольких оценок сохраняет процикличность в той же мере, что и входящие в выборку модели.

6.4 Прогнозные свойства разрывов

В данном разделе, базируясь на методологии близкой к Neiss and Nelson (2001), исследуем прогнозные свойства полученных разрывов реальной ставки и выпуска относительно своих исходных рядов – ex-post реальной ставки и секвенциальных темпов роста ВВП – и инфляции (секвенциальные темпы роста ИПЦ). Для этого оценим простую модель линейной регрессии

$$M_1 : z_t = \beta_0 + \beta_1 z_{t-h} + \beta_2 x_{t-h} + \varepsilon_{1,t}, \quad (8)$$

после чего на основе DM теста (Diebold and Mariano, 1995) сравним качество прогнозов на h кварталов вперёд относительно упрощённой модели

$$M_2 : z_t = \gamma_0 + \gamma_1 z_{t-h} + \varepsilon_{2,t}. \quad (9)$$

В рамках анализа прогнозных свойств разрывов мы рассмотрим 3 следующих теста:

1. Способность разрыва реальной ставки предсказывать будущую реальную ставку говорит о применимости нейтральной ставки в качестве уровня, к которому сходится фактическая ставка²⁸.

Тестируется модель $M_1 : r_t - r_{t-h} = \beta_0 + \beta_2 \hat{r}_t + \varepsilon_{1,t}$, против $M_2 : r_t - r_{t-h} = \gamma_0 + \varepsilon_{2,t}$.

2. Способность разрыва реальной ставки предсказывать будущую секвенциальную инфляцию является необходимым критерием для интерпретации его как индикатора делового цикла.

Тестируется модель $M_1 : \pi_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_{t-h} + \beta_2 \hat{r}_{t-h} + \varepsilon_{1,t}$, против $M_2 : \pi_t = \gamma_0 + \gamma_1 \pi_{t-h} + \varepsilon_{2,t}$.

3. Аналогично способность разрыва выпуска предсказывать будущую секвенциальную инфляцию является необходимым критерием для интерпретации его как индикатора делового цикла.

Тестируется модель $M_1 : \pi_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_{t-h} + \beta_2 \hat{y}_{t-h} + \varepsilon_{1,t}$, против $M_2 : \pi_t = \gamma_0 + \gamma_1 \pi_{t-h} + \varepsilon_{2,t}$.

Использование разрыва реальной ставки совместно с её лагами приводит незначительному к улучшению качества прогноза для всех моделей на всех горизонтах, однако к такому же улучшению прогноза приводит использование фактической ставки вместо её оценённого разрыва. Более того, лишь некоторые результаты значимы на уровне 10%, а на уровне 5% вообще нет значимых результатов, что совокупно не позволяет принять гипотезу о значимой сходимости фактической ex-post реальной ставки к полученным оценкам нейтральной ставки.

²⁸В данном тесте модели ограничиваются $\beta_1 = \gamma_1 = 1$ из-за большой корреляции между разрывами реальной ставки и фактическим рядом ex-post реальной ставки.

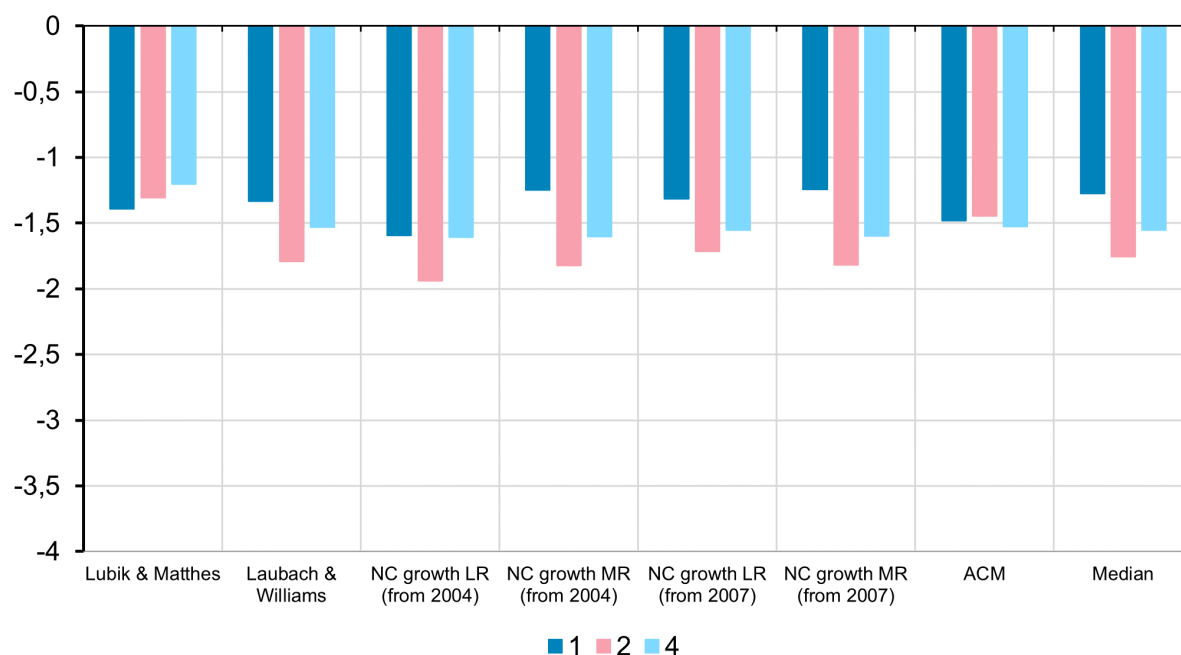


Рис. 43: Статистики DM тестов при прогнозировании ex-post реальной ставки с помощью оценок разрыва реальной ставки.

Значимое улучшение качества прогноза инфляции на 1 квартал вперёд при учёте разрыва реальной ставки происходит исключительно за счёт использования «смотрящих вперёд» ex-post реальных ставок, которые содержат в себе информацию о инфляции в следующем квартале. Начиная со второго квартала учёт оценок разрыва реальной ставки не помогает прогнозировать инфляцию, что говорит о слабой применимости полученных оценок в качестве индикаторов делового цикла. Отдельно стоит заметить, что эти же результаты сохраняются и при использовании фактической реальной ставки.

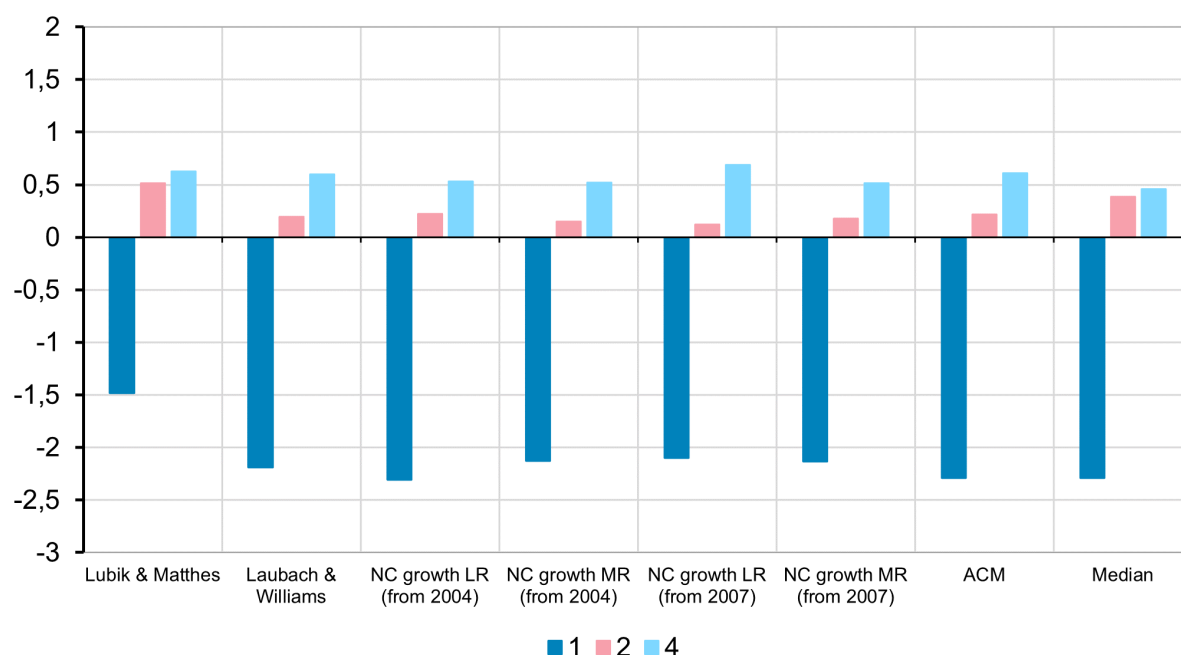


Рис. 44: Статистики DM тестов при прогнозировании секвенциальной инфляции с помощью оценок разрыва реальной ставки.

Учёт разрыва выпуска при прогнозировании инфляции даёт незначительное по вкладу и незначимое статистически улучшение на 1 квартал вперёд, а также заметное и значимое (на уровне 10% для многих моделей) ухудшение («зашумлени» прогноза) на все последующие горизонты. Использование фактических секвенциальных темпов роста ВВП не улучшает прогноз даже на 1 квартал вперёд, что говорит в пользу того, что выделение циклической компоненты (разрыва) из фактической динамики выпуска может давать дополнительную полезную информацию и может быть полезным в качестве индикатора делового цикла. Однако на российских данных прогнозное качество этих оценок невысоко.

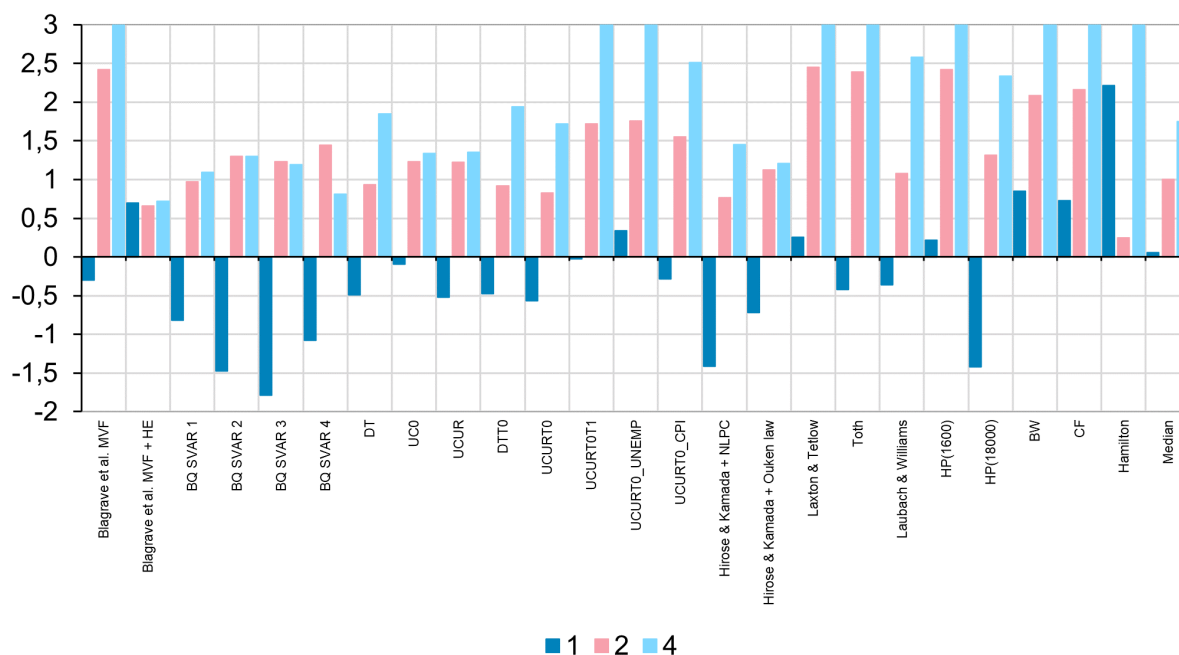


Рис. 45: Статистики DM тестов при прогнозировании секвенциальной инфляции с помощью оценок разрыва выпуска.

6.5 Тест моделей на искусственных данных

Можно дополнить анализ из Раздела 4.2, используя более практические подходы, используемые в данной работе. Поскольку для них не представляется возможным посчитать корреляции аналитически, то придется это делать на симулированных данных. Для надежности используем длинную выборку (2000 лет ежеквартальных наблюдений). Соответствующие корреляции разрывов представлены на Рисунке 46.

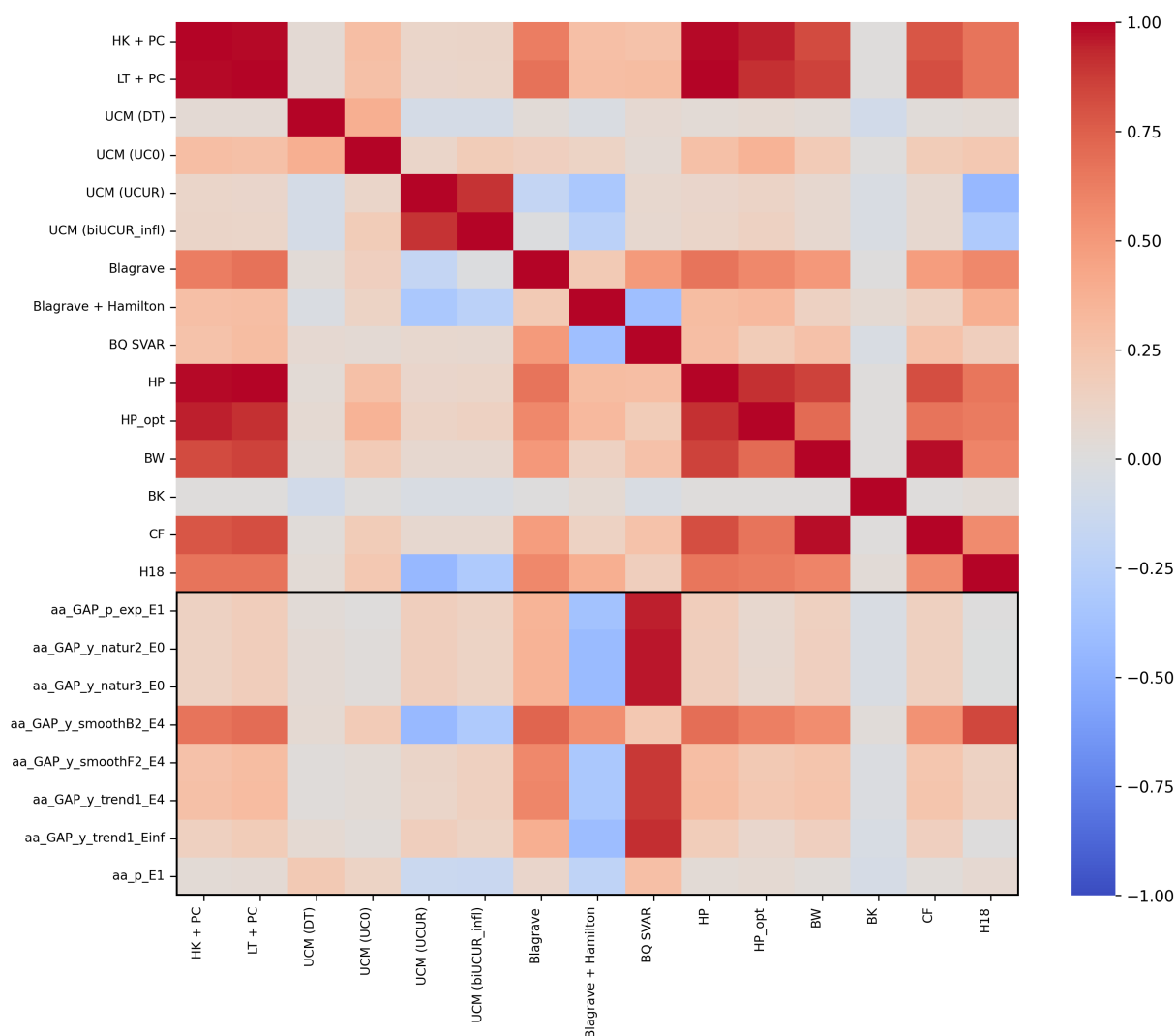


Рис. 46: Корреляции разрывов выпуска, оценённых различными моделями.

Как можно видеть, большинство показателей разрывов слабо коррелированы друг с другом. Выдели самые яркие пары: -0,44 (UCM (UCUR) vs H18), -0,39 (BQ SVAR vs Blaggrave + Hamilton), -0,32 (UCM (UCUR) vs Blaggrave + Hamilton). То есть добавление вопросов связанных с идентификацией модели на самом деле только увеличивает разницу в показателях разрыва. Также можно видеть, как соотносятся практические подходы с теоретическими подходами естественных ставок. Тут, конечно, выделяется подход BQ SVAR, имеющий высокую корреляцию с группой показателей разрывов на основе естественного выпуска, нейтрального для изменения инфляции, сглаженного вперед выпуска и перманентному показателю (отклонение от стеди-стейт). При этом у подавляющего большинства подходов к расчету разрывов (способному оперировать с уменьшенным количеством наблюдаемых рядов), показатели корреляций оказываются близки к нулю, как, например, у UCM (DT) с самым высоким показателем в 22% для показателей нейтрального разрыва с точки зрения отклонения инфляции от цели.

Причем надо заметить, что высокая корреляция не исключает существенного расхождения масштабирующих констант. Поэтому можно еще и посмотреть на RMSE разницы трендов, где за основу берется стандартный тренд в DSGE-моделях получающийся делением на экзогенный TFP. Соответствующие результаты приведены в Таблице 12. Тут можно заметить, что разница трендов, будет равна разницы разрывов, то есть выбор у читателя остается свобода выбора интерпретации представленных RMSE. Как можно видеть, даже подход BQ SVAR, имеющий корреляцию 0,92 для соответствующих разрывов имеет гигантский RMSE. Все оставшиеся варианты подходов начинают от двух с лишним процентов среднеквадратической ошибки. При

этом естественный тренд выпуска (версия с устранением только негибкости ценообразования) имеет один из самых низких показателей отклонения от стандартного тренда, в отличие от альтернативной формы естественного тренда.

Таким образом, большинство эмпирических показателей разрыва выпуска слабо связаны с теоретическими концептами естественного разрыва выпуска.

Таблица 12: RMSE трендов выпуска по моделям из других разделов к стандартному в DSGE-модели.

Подход	RMSE
HK + PC	3,06%
LT + PC	2,66%
UCM (DT)	77,26%
UCM (UC0)	6,25%
UCM (UCUR)	23,51%
UCM (biUCUR_infl)	17,41%
Blagrove	2,28%
Blagrove + Hamilton	4,44%
BQ SVAR	102,08%
HP	2,67%
HP_opt	3,58%
BW	2,35%
BK	166,40%
CF	2,44%
H18	5,75%
aa_GAP_p_exp_E1	0,72%
aa_GAP_y_natur2_E0	0,37%
aa_GAP_y_natur3_E0	4,92%
aa_GAP_y_smoothB2_E4	2,91%
aa_GAP_y_smoothF2_E4	1,81%
aa_GAP_y_trend1_E4	0,43%
aa_GAP_y_trend1_Einf	0,00%
aa_p_E1	10,47%

Примечания. aa_GAP_p_exp_E1 – Ожидаемое изменение инфляции за 1 кв (инфляция-ожидаемая инфляция). Некоторые нейтральные показатели пропорциональны ему; aa_GAP_y_natur2_E0 – Естественный разрыв ВВП №2. Разница ВВП и того, какой он был бы в текущем периоде при отсутствии негибкости ценообразования; aa_GAP_y_natur3_E0 – Естественный разрыв ВВП №3. Разница ВВП и того, какой он был бы в текущем периоде при отсутствии негибкости ценообразования и несовершенной конкуренции; aa_GAP_y_smoothB2_E4 – Разрыв ВВП, на основе сглаживания назад, 4 квартала. См. (к.5); aa_GAP_y_smoothF2_E4 – Разрыв ВВП, на основе сглаживания вперед, 4 квартала. См. (к.4); aa_GAP_y_trend1_E4 – Разрыв ВВП, на основе ожидаемого через 4 периода ВВП; aa_GAP_y_trend1_Einf – Разрыв ВВП, на основе деления на TFP процесс. Стандартный для DSGE подход; aa_p_E1 – Ожидаемая инфляция через один период. Некоторые нейтральные показатели пропорциональны ему.

6.6 Нарративный анализ

Если принять за целевой нарратив публичные прогнозные интервалы Банка России, то долгосрочные потенциальные темпы роста упали на 0,5% после 2022 года с 2 – 3% до 1,5 – 2,5%. Долгосрочная же нейтральная ставка упала на 1% на фоне кризиса COVID-19 (с 2 – 3% до 1 – 2%), а затем, с начала 2024 года, начала расти и вышла на уровень 3,5 – 4,5% в конце 2024.

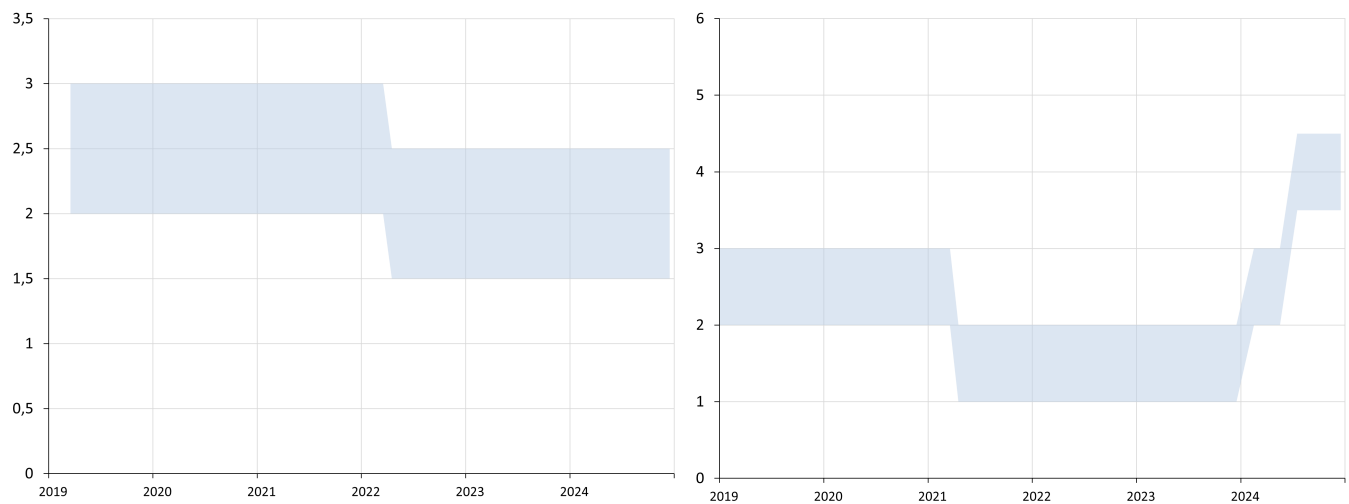


Рис. 47: Оценки долгосрочных темпов роста выпуска (слева) и долгосрочной реальной нейтральной ставки (справа) из публичных интервалов Банка России.

Медианная оценка темпов роста потенциального выпуска (Рисунок 35) полученная в ходе данного исследования атрибутирует ex-post (задним числом) шок COVID-19 как временный (V-образный в устоявшейся терминологии, англ. V-shape) и оценивает темпы роста потенциального выпуска стабильно около 1,5% начиная с 2018 года (завершение адаптации после кризиса 2015 года) по начало 2023 года. Далее оценка выходит в диапазон 2 – 2,5% и остаётся там до конца 2024 года.

Рисунок 33 демонстрирует рост медианной оценки нейтральной ставки с начала 2022 года с 2,5 до 4,5% на конец 2024 года – что соответствует актуальным публичным интервалам БР. Однако на кризисный период COVID-19 медианная оценка никак не реагирует, что отличает её от публичных интервалов БР.

7 Выводы

- В противовес эмпирическим методам оценки нейтральной ставки и выпуска, выделяющим устойчивую компоненту в динамике фактических переменных, в работе выделяются 2 общих класса потенциальных величин (ПВ) в рамках структурных моделей: контрфактические аналоги фактических переменных в экономике без несовершенств (например, естественные) и переменные, учитывающие в своей динамике лишь часть шоков (например, перманентные). Эти ПВ являются теоретически обоснованными и более интерпретируемыми чем эмпирические нейтральные ПВ. Более того, естественной ставке соответствует естественный выпуск, а перманентной ставке – перманентный выпуск, чего нельзя сказать про эмпирические оценки нейтральных ПВ.
- Краткосрочные ПВ могут качественно отличаться в своей динамике (даже в рамках известного модельного DGP), в то время как в долгосрочной перспективе все они сходятся в общее долгосрочное равновесие. Таким образом, долгосрочные ПВ оказываются наиболее робастными к выбору определения, модели и метода оценивания, что делает их наиболее применимыми на практике.
- Центральные банки в своей практике используют различные ПВ для (1) аппроксимации оптимальной ДКП, (2) определения направленности ДКП и степени её жёсткости, (3) объявления долгосрочных ориентиров для уточнения ожиданий экономических агентов, а также для (4) калибровки моделей и уточнения оценок. Однако не все ПВ одинаково полезны в решении этих задачи.
- Краткосрочные естественные ставки имеют корни в области оптимальной ДКП в простых (хотя и хрестоматийных) моделях, но имеют мало общего с оптимальной ДКП в более актуальных на практике моделях. Также естественные ПВ бесполезны в качестве точки отсчёта направленности ДКП, т.к. сами являются сильно проциклическими.
- Большинство исследованных ПВ вносит слабый вклад в прогнозирование основных макроэкономических переменных на российских данных, что говорит об ограниченной применимости ПВ в качестве индикаторов делового цикла в России.
- Долгосрочные ПВ могут применяться в качестве ориентира для долгосрочных ожиданий в экономике, обозначая уровень, на который выйдет ставка за пределами текущей фазы делового цикла.
- Оценки долгосрочной нейтральной ставки и краткосрочного разрыва выпуска необходимы для проведения ДКП по правилу Тейлора. Их оценки, полученные из спутниковых моделей, опирающихся на более широкий набор данных и учитывающие факторы, не входящие в базовые модели ЦБ, могут улучшить качество проводимой политики.
- Среднесрочная нейтральная ставка – скорее эмпирическая концепция. В структурных моделях наиболее теоретически обоснованные её аналоги это перманентная ставка и ставка по правилу (нулевой монетарный шок).
- В случае оценки среднесрочной нейтральной ставки/выпуска из многомерных полуструктурных фильтров речь идёт о не ускоряющих инфляцию ПВ. Их оценки проциклически и слабо помогают в прогнозе инфляции. Неструктурные же методы дают оценки трендовых – медленно меняющихся – ПВ. Они не столь проциклически, но также несут мало пользы при прогнозе инфляции. Модели ценообразования активов оказываются полезны для прямого извлечения рыночной оценки параметров долгосрочного равновесия – долгосрочной нейтральной ставки.
- Для оценки параметров долгосрочного равновесия необходимы «смотрящие вперёд» (англ. forward-looking) модели (например, из теории долгосрочного экономического роста). Также полезны модели, опирающиеся на альтернативные данные (например, макрофинансовые модели), и подходы, учитывающие демографическую структуру общества (например, OLG-модели).
- Полученные на российских данных оценки обладают невысоким качеством в режиме реального времени и большой разрозненностью – отклонение односторонних оценок от двусторонних и разброс двусторонних оценок разных моделей сопоставимы по масштабу с самими оценками. Кроме того, полученные оценки ненаблюдаемых переменных обладают низкой статистической значимостью.
- Отчасти эти проблемы решаются агрегированием нескольких независимых оценок, например, использованием медианной оценки. Однако, несмотря на то что медиана робастнее одной отдельно взятой оценки, она сохраняет смещение (если оно есть в изначальных оценках), проциклическость и проблему крайней точки из исходных оценок $\Rightarrow$ Текущие оценки могут быть проциклически и завышать (занижать) оценки на пике (спаде) делового цикла $\Rightarrow$ Следует подходить с осторожностью к последним оценкам, особенно если предполагается, что они получены в период больших разрывов.

- Полученная медианная оценка на основе лучших отобранных моделей показывает, что реальная нейтральная ставка в России с начала 2022 г. выросла на 2–3% (с ~ 2 до 4–5%) на конец 2024 г. В то же время, медианные оценки темпов роста тренда ВВП увеличились на 1–1,5% (с 1–1,5 до $\sim 2\%$). Полученные результаты, в целом, совпадают с имеющимися нарративами относительно делового цикла в России.

Часть II

Теория и методы оценки

8 Взгляд неоклассической теории на потенциальные величины

Отправной точкой нашего обзора теоретических концепций, описывающих долгосрочные равновесные (потенциальные) величины, будет неоклассическая теория (англ. neo-classical theory, NC). Неоклассическую теорию принято разделять на описание краткосрочной (либо среднесрочной) и долгосрочной динамики экономики. Основным инструментом неоклассической теории в краткосрочной перспективе является модель реального делового цикла (англ. real business cycle model, RBC), однако модели этого семейства обычно не учитывают долгосрочное равновесие (либо не фокусируются на нём), а краткосрочная динамика аналогична естественным величинам в новокейнсианских DSGE-моделях. Таким образом, мы остановимся на рассмотрении неоклассических моделей (долгосрочного) роста как подхода к оценке долгосрочных нейтральной процентной ставки и потенциального выпуска.

Неоклассические модели роста принято разделять на три основных класса:

- Экзогенные – полагающие рост факторной производительности (ФП) экзогенным и объясняющие долгосрочные равновесные величины через структурные параметры экономики и экзогенные темпы роста ФП. Эти модели позволяют связать (долгосрочную) нейтральную ставку с темпами роста потенциального выпуска, а сами темпы роста потенциала выражаются через экзогенные равновесные темпы роста ФП и структурные параметры модели.
- Полуэндогенные – связывающие рост ФП с динамикой эндогенных величин (например, доли капитала в ВВП) и объясняющие долгосрочные равновесные величины только через структурные параметры экономики. Эти модели позволяют связать нейтральную ставку с темпами роста потенциального выпуска, а сами темпы роста потенциала выражаются только через структурные параметры модели.
- Эндогенные – моделирующие сектор НИОКР в явном виде и объясняющие долгосрочные равновесные величины через структурные параметры экономики, включая специфичные для сектора НИОКР. Эти модели позволяют связать нейтральную ставку с темпами роста потенциального выпуска, а сами темпы роста потенциала выражаются только через структурные параметры модели, включая специфичные для сектора НИОКР.

Неоклассические модели экзогенного роста широко используются для анализа долгосрочных трендов в экономике, хотя и имеют свои ограничения и критику. В частности, они не объясняют природу долгосрочного роста, лишь описывая его экзогенно заданным технологическим развитием. Эту проблему призвана решить теория эндогенного роста, явно описывающая сектор исследований и разработок (Aghion, Philippe and Howitt, 2009). Эндогенные модели роста не пользуются большой популярностью для оценки долгосрочного равновесия из-за сложности их имплементации и оценки (либо калибровки), так же как и полуэндогенные модели. Поэтому далее мы рассмотрим применение экзогенных моделей роста для оценки потенциальных величин.

Модели Солоу (Solow, 1988), Рамсея (Ramsey, 1928) (далее Cass, 1965; Koopmans, 1965) и их расширения описывают поведение агентов в условиях общего равновесия, дают структурное представление о долгосрочных процессах: экономическом росте, накоплении капитала и распределении ресурсов, что делает их удобным инструментом для анализа долгосрочной нейтральной процентной ставки.

В неоклассической теории нейтральная ставка процента определяется как цена капитала, которая уравнивает спрос на инвестиции и предложение сбережений. В этих моделях ставка может быть определена через равновесие на рынке капитала, которое играет центральную роль в долгосрочной динамике экономики. Важно отметить, что нейтральная процентная ставка в неоклассической теории хоть и является фиксированной величиной, но её оценка в каждый период времени зависит от оценок динамики фундаментальных факторов, таких как темпы роста производительности, накопление капитала и демографические изменения, которые так же влияют и на потенциальный выпуск.

8.1 Неоклассическая теория производства и инвестиций

Возьмём нейтральную по Хиксу неоклассическую производственную функцию:

$$Y = BF(K, L), \quad (10)$$

зависящую от двух факторов производства: труда L и капитала K . Коэффициент B отражает общую факторную производительность, зависящую от связанной с шоками спроса интенсивности использования факторов производства и от медленно растущей со временем общей эффективности использования факторов, определяемой, в частности, технологическим развитием.

Некласической функции присущи следующие два свойства:

- Постоянная отдача от масштаба (линейная однородность по (K, L))

- Убывающая предельная производительность факторов (вогнутость по K и L)

Темпы приростов величин связаны уравнением:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta B}{B} + \varepsilon_K \frac{\Delta K}{K} + \varepsilon_L \frac{\Delta L}{L}, \quad (11)$$

через эластичности выпуска по капиталу K и труду L

$$\varepsilon_K = \frac{K}{Y} \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{K}{F} \frac{\partial F}{\partial K}, \quad (12)$$

$$\varepsilon_L = \frac{L}{Y} \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{L}{F} \frac{\partial F}{\partial L} \quad (13)$$

которые не зависят от B^{29} в силу постоянной отдачи от масштаба и в сумме дают единицу:

$$\varepsilon_K + \varepsilon_L = 1. \quad (14)$$

Для вычислений будем рассматривать производственную функцию Кобба-Дугласа

$$F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$$

с постоянными эластичностями выпуска по капиталу и труду. Заметим, что в этом случае итоговые формулы останутся неизменными независимо от того, обозначают ли K и L только загруженные части труда и капитала или их общие значения.

В условиях совершенной конкуренции на рынке аренды капитала предельная производительность капитала равна реальной стоимости его содержания:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = p_K(r + \delta) - \Delta p_K, \quad (15)$$

где p_K – реальная цена капитала, r реальная процентная ставка, δ – норма амортизации капитала (включая его обслуживание), Δp_K – изменение реальной цены капитала.³⁰

В теоретической литературе часто считают $p_K \equiv 1$, так что $\frac{\partial Y}{\partial K} = r + \delta$. Мы также будем считать, что в среднесрочной перспективе реальная цена капитала постоянная $\bar{p}_K$, но для практических оценок нет оснований считать эту постоянную единицей. Более того, одно из объяснений низких значений реальной процентной ставки использует значение относительной цены капитала (Sajedi and Thwaites, 2016).

8.2 Среднесрочная нейтральная реальная ставка

Из связи предельной и средней производительности капитала (12)

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \varepsilon_K \frac{Y}{K},$$

с учётом равновесия на рынке капитала (15), приравнивающего предельную производительность капитала и его реальную стоимость, получаем выражение для текущей реальной процентной ставки:

$$r = \frac{\Delta p_K}{p_K} + \frac{\varepsilon_K Y}{p_K K} - \delta, \quad (16)$$

где считаем, что темп прироста реальной цены капитала $\frac{\Delta p_K}{p_K}$ зависит от внешних шоков и при их отсутствии сходится к нулю, т.е. $p_K \rightarrow \bar{p}_K$. Поэтому можно вычислить среднесрочную реальную процентную ставку:

$$\bar{r} = \frac{\varepsilon_K}{\bar{p}_K} \left(\frac{Y}{K} \right) - \delta, \quad (17)$$

²⁹Эластичности могут зависеть от K и L для функции $F(K, L) = (\alpha K^\eta + \beta L^\eta)^{1/\eta}$ с постоянной эластичностью замещения производственных факторов (англ. constant elasticity of substitution, CES). Функция CES удовлетворяет обоим условиям неоклассической производственной функции, когда она вогнута при $\eta < 1$, и имеет следующие выражения для эластичностей по факторам производства:

$$\varepsilon_K = \alpha \left(\frac{K}{F} \right)^\eta = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{L}{K} \right)^\eta}, \quad \varepsilon_L = \beta \left(\frac{L}{F} \right)^\eta = \frac{1}{\frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{K}{L} \right)^\eta + 1}.$$

При $\beta = 1 - \alpha$ и $\eta \rightarrow 0$ производственная функция стремится к функции Кобба-Дугласа: $F(K, L) \rightarrow K^\alpha L^{1-\alpha}$, эластичности которой всегда постоянны: $\varepsilon_K \rightarrow \alpha$, $\varepsilon_L \rightarrow 1 - \alpha$.

³⁰В условиях неопределённости правая часть формулы может включать дополнительные члены, связанные с рискованностью вложений в капитал, что приводит к увеличению стоимости его содержания.

по скользящему среднему значению отношения выпуска к капиталу $\left(\frac{Y}{K}\right)$. Ставку $\bar{r}$ в литературе также принято называть естественной (natural interest rate). Получается, среднесрочная нейтральная реальная процентная ставка приблизительно равна отношению доли расходов на капитал в естественном выпуске к стоимости капитала за вычетом нормы выбытия капитала.

Предполагая, что в равновесии на рынке труда в среднесрочной перспективе предельная производительность труда равна средней реальной заработной плате w , из (15) можно оценить эластичность по труду как долю зарплаты в выпуске (Young, 1995):

$$\varepsilon_L = \frac{w\bar{L}}{\bar{Y}},$$

а из (16) можно выразить эластичность выпуска по капиталу:

$$\varepsilon_K = 1 - \frac{w\bar{L}}{\bar{Y}}, \quad (18)$$

где $\bar{L}$ – среднее количество занятых.

8.3 Долгосрочная динамика. Траектория сбалансированного роста

Для расчёта долгосрочной нейтральной реальной ставки процента используем гипотезу постоянной доли s валовых инвестиций от выпуска, которая применяется в модели экзогенного экономического роста Солоу-Свана, где s равна норме сбережений из дохода, т.к. там рассматривается закрытая экономика. Динамику капитала можно записать в следующем виде:

$$\Delta K = \frac{sY}{p_K} - \tilde{\delta}K,$$

где постоянная доля s выпуска Y идёт на валовые инвестиции $\Delta K + \tilde{\delta}K$, норма выбытия физического капитала $\tilde{\delta}$ может отличаться от нормы амортизации δ . В результате получаем связь темпа прироста капитала

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{sY}{p_K K} - \tilde{\delta}. \quad (19)$$

и его средней производительности Y/K . Выразив $\frac{Y}{p_K K}$ из (19) и подставив в (17), получаем выражение для среднесрочной реальной процентной ставки

$$\bar{r} = \frac{\varepsilon_K}{s} \left(\frac{\Delta K}{K} + \tilde{\delta} \right) - \delta, \quad (20)$$

через скользящее среднее темпа прироста капитала и константу s , которую можно оценить по среднему уровню инвестиций $\bar{I}$ относительно естественного выпуска $\bar{Y}$:

$$s = \frac{\bar{I}}{\bar{Y}}.$$

Предполагается, что общая факторная производительность B прирастает с экзогенным темпом:

$$\frac{\Delta B}{B} = g - \epsilon,$$

где g – постоянный экзогенный средний темп прироста, известный в литературе как остаток Солоу от роста выпуска (Aghion and Howitt, 2009), не объясняемый ростом капитала и труда, ϵ – отклонения от среднего темпа, обусловленные изменением общей интенсивности использования факторов производства, вызванных шоками спроса. Из связи темпов приростов (19) получаем формулу для остатка Солоу (Solow, 1957):

$$g = \frac{\Delta Y}{Y} - \varepsilon_K \frac{\Delta K}{K} - \varepsilon_L \frac{\Delta L}{L} + \epsilon,$$

где эластичности ε_K и ε_L можно определить из равновесия на рынке труда (18). В среднесрочной перспективе пренебрегаем ϵ и можем записать:

$$g \approx g_Y - \varepsilon_K g_K - \varepsilon_L g_L, \quad (21)$$

где g_Y , g_K и g_L – средние темпы прироста выпуска, капитала и труда, соответственно.

Для определения остатка Солоу также можно использовать равновесие на рынке капитала (15) (Jorgenson and Griliches, 1967; Hsieh, 2002).

В долгосрочной перспективе пренебрегаем отклонениями ϵ , отражающими изменения интенсивности использования факторов производства в связи с шоками спроса. Темп прироста g общей факторной производительности задан экзогенно:

$$\frac{\Delta B}{B} \rightarrow g.$$

Также считаем, что темп прироста занятых сходится к темпу прироста населения, который сходится к константе n :

$$\frac{\Delta L}{L} \rightarrow n.$$

Предположение сбалансированного роста состоит в том, что в долгосрочной перспективе переменные реального выпуска и капитала растут с постоянными темпами g_Y^* и g_K^* , к которым сходятся со временем (среднесрочные) темпы в процессе перехода к сбалансированному росту:

$$\frac{\Delta Y}{Y} \rightarrow g_Y^*, \quad \frac{\Delta K}{K} \rightarrow g_K^*.$$

Это предположение доказывается формально для модели Солоу в стандартном курсе макроэкономики, см., например, [Romer, 2012]. Тогда из уравнения (19), в силу предполагаемого нами постоянства $\bar{p}_K$ и s , следует, что долгосрочная средняя производительность капитала тоже постоянна:

$$\frac{Y}{K} \rightarrow \frac{\bar{p}_K}{s}(g_K^* + \tilde{\delta}).$$

Поэтому долгосрочные темпы прироста выпуска g_Y^* и g_K^* одинаковы и могут быть выражены из (21):

$$g_Y^* = g_K^* = \frac{g}{\varepsilon_L} + n, \quad (22)$$

через средний темп прироста общей факторной производительности g (остаток Солоу), долгосрочный темп прироста трудоспособного населения n , который можно взять из демографических прогнозов, и эластичность выпуска по труду ε_L , которую из равновесия на рынке труда можно оценить как среднюю долю заработной платы в выпуске.³¹

8.4 Долгосрочная нейтральная реальная ставка

Долгосрочная нейтральная процентная ставка r^* на траектории сбалансированного роста постоянна и после подстановки (22) в (20) выражается следующим образом:

$$r^* = \frac{\varepsilon_K}{s} \left(\frac{g}{\varepsilon_L} + n + \tilde{\delta} \right) - \delta, \quad (23)$$

где остаток Солоу g можно оценивать по формуле (21).

Серьёзным ограничением в применении моделей роста для оценки долгосрочных потенциальных величин является необходимость задать долгосрочные темпы роста населения (точнее рабочей силы). Это требует либо серьёзных упрощающих допущений, либо учёта демографии в модели (например OLG в Collard, 2011), либо использования внешнего демографического прогноза.

Оценки долгосрочной и среднесрочной нейтральной ставок в России на основе неоклассической модели экзогенного роста приведены в Приложении А.

8.5 Обзор основных публикаций

Неоклассические модели роста для оценки нейтральной процентной ставки активно используются центральными банками. В Adjalala et al (2024) представлены оценки нейтральных процентных ставок Канады и США (как глобальной нейтральной ставки) с помощью двух разновидностей моделей роста:

- Неоклассической модели роста с учётом риска, учитывающей канал остаточного риска (Bootsma et al., 2020);
- Модели перекрывающихся поколений (англ. overlapping generations model, OLG) (Kuncl and Matveev, 2023).

³¹Из (22) видно, что сбалансированный рост в наших предположениях возможен только при постоянной эластичности ε_L , что выполняется для функции Кобба-Дугласа. Для другой, CES, производственной функции сбалансированный рост возможен, только если она нейтральна по Харроду (Grossman, 2017), т.е. с техническим прогрессом, воплощённым в труде.

Неоклассическая модель роста с учётом риска

Эта модель представляет собой модель общего равновесия в закрытой экономике с совокупной неопределенностью. Она предполагает, что нейтральная ставка определяется только внутренними факторами, влияющими на решения домохозяйств о потреблении и сбережениях. Bootsma et al. (2020) опираются на новую американскую версию неоклассической модели роста, основанной на рисках, которую Carter et (2019) впервые разработали в канадском контексте. Этот подход был выбран для изучения влияния макроэкономических рисков на нейтральную ставку.

Основа данной модели – стандартная неоклассическая модель роста – представлена в работе Mendes (2014). В этой модели бесконечно-живущие домохозяйства в общем равновесии получают на свои сбережения реальную процентную ставку r :

$$r + \gamma = \rho + \sigma^{-1} g^C + n, \quad (24)$$

где γ – эффективный кредитный спред для d/x , ρ – временные предпочтения d/x , σ^{-1} – эластичность межвременного замещения d/x , g^C – устойчивый темп роста подушевого потребления и n – темп роста населения.

Хотя эта модель полезна для определения основных факторов, определяющих нейтральную ставку, авторы отмечают у нее ряд недостатков:

- Модель подразумевает, что нейтральная ставка зависит исключительно от решений домохозяйств о потреблении и сбережениях. Инвестиционный спрос не играет никакой роли в определении процентных ставок.
- Кривая предложения долгосрочных сбережений является идеально эластичной при реальной процентной ставке, заданной уравнением 24. Если долгосрочная процентная ставка больше, то домохозяйства захотят сберегать практически весь свой доход; если процентная ставка меньше, они захотят занимать бесконечно и потреблять как можно больше немедленно.
- Это исключает какую-либо роль внешних факторов, определяющих нейтральную ставку.
- Обоснование того, почему темпы роста населения влияют на нейтральную ставку, не является особенно убедительным.
- Бесконечная продолжительность жизни домохозяйств, делает невозможным анализ влияния поведения в течение жизненного цикла на совокупные сбережения.

Модель перекрывающихся поколений

Использование модели перекрывающихся поколений устраняет ряд недостатков, связанных со стандартной неоклассической моделью:

- Позволяет как сбережениям, так и инвестиционному поведению влиять на нейтральную ставку (в отличие от влияния одних сбережений в стандартной неоклассической модели).
- Допускает роль как внешних, так и внутренних факторов (в отличие от учёта роли только внутренних факторов в стандартной неоклассической модели).
- Даёт более правдоподобное обоснование роли демографии в определении нейтральной ставки. В модели OLG рост населения влияет на нейтральную ставку частично через её воздействие на инвестиционный спрос.
- Структура перекрывающихся поколений позволяет анализировать влияние поведения в течение жизненного цикла на совокупные сбережения.

Модель перекрывающихся поколений представляет собой модель общего равновесия для открытой экономики (закрытой в случае США). Adjalala et al. (2024) отмечают, что среди моделей, используемых для оценки нейтральной ставки, модель OLG имеет наиболее богатую структуру и охватывает большинство факторов, которые авторы полагают важным учитывать.

В Kuncil and Matveev (2023) представлена модель малой открытой экономики с перекрывающимися поколениями, с помощью которой авторы изучают детерминанты нейтральной реальной процентной ставки. Модель используется для оценки долгосрочной динамики нейтральной ставки в Канаде с 1980 по 2018 год. В этой модели международные (глобальная нейтральная ставка – ставка в США) и внутренние факторы (темпы роста долгосрочных затрат труда и производительности, продолжительность жизни, государственный долг, неравенство) определяют нейтральную ставку Канады. Рост нейтральной ставки в США повышает нейтральную ставку в Канаде. Рост населения также повышает нейтральную ставку. В небольших странах с открытой экономикой, таких как Канада, аналогичные факторы для внешнего сектора также влияют на внутреннюю нейтральную

ставку через изменения глобальной нейтральной ставки. Данная модель OLG является детерминированной, без совокупного или индивидуального риска – влияние совокупного экономического риска на нейтральную ставку Канады оценивается с использованием неоклассической модели роста с учетом риска, представленной, например, в работах Bootsma et al. (2020) или Carter et al. (2019) на основе Farhi и Gourio (2018).

Прочие работы мировых ЦБ

Помимо Канады и США, к оценке нейтральной процентной ставки через призму неоклассических моделей прибегают и другие мировые центральные банки, например, Банк Англии (Bailey et al., 2022), Банк Португалии (Carvalho, 2023), Норвежский Банк (Meyer et al., 2022).

В исследовании Bailey et al. (2022) рассматриваются глобальные факторы, повлиявшие на динамику реальной процентной ставки за последние 60 лет. Стандартная неоклассическая теория, которая лежит в основе рассмотренной авторами структурной модели, предполагает сильную взаимосвязь между безрисковой реальной ставкой и нормой доходности на капитал. Авторы отмечают, что за последние десятилетия в мире произошли значительные структурные изменения, оказавшие существенное влияние на долгосрочную денежно-кредитную политику, поэтому было решено сосредоточиться на нескольких ключевых тенденциях. Во-первых, это долгосрочное снижение процентных ставок по безрисковым активам, что говорит о снижении долгосрочной глобальной равновесной процентной ставки. Используя структурную модель, было обнаружено, что снижение темпов роста производительности и увеличение продолжительности жизни сыграли наибольшую роль в объяснении этого снижения. Вторая тенденция – это снижение инвестиций несмотря на растущий разрыв между доходностью капитала и безрисковой ставкой. В рамках такой модели снижение глобальной реальной нейтральной ставки связано со снижением доходности капитала.

Согласно Carvalho (2023) в неоклассических моделях экономического роста с агентами с постоянным относительным неприятием риска равновесная реальная процентная ставка на рынке сбережений определяется следующим уравнением:

$$r = \theta + \sigma^{-1}g, \quad (25)$$

где σ^{-1} – эластичность межвременного замещения d/x , g – темп роста потенциального выпуска и θ – временные предпочтения d/x .

Как видно из уравнения 25, нейтральная ставка неразрывно связана с темпами роста потенциального выпуска и, следовательно, с производительностью. Это соотношение является следствием решения межвременной задачи потребления d/x .

Meyer et al. (2022) отмечают, что за последние десятилетия реальная нейтральная процентная ставка существенно снизилась на фоне замедления роста СФП, старения населения, роста неравенства и спроса на безрисковые и ликвидные активы, а также снижения инвестиционного спроса. Авторы исходят из того, что в простой модели с одной репрезентативной фирмой и одним репрезентативным домашним хозяйством, реальная процентная ставка определяется потенциальным ростом:

$$r = \sigma^{-1}g + \rho + n, \quad (26)$$

где σ^{-1} – эластичность межвременного замещения d/x , g – рост СФП и n – прирост населения, а ρ – ставка дисконтирования для домашних хозяйств.

Однако реальная экономика состоит из множества различных типов домохозяйств с более сложными мотивами сбережения, чем у домохозяйств в модели Рамсея. Более того, домохозяйства могут инвестировать в различные классы активов с различными сроками погашения, ликвидностью, рисками и, следовательно, ожидаемой доходностью. Доходность на реальный капитал служит опорой для всех других процентных ставок в экономике, таких как безрисковые ставки. Тем не менее, изменения в предпочтениях инвесторов относительно различных классов активов, могут привести к изменениям реальных процентных ставок, не связанным с изменениями в доходности на реальный капитал.

Оценки на основе неоклассических моделей роста для России

Единственной обнаруженной отечественной работой, где для оценки нейтральной ставки в России применяют теорию долгосрочного роста, является работа Крепцев и др. (2016) (также цитируется Поршаков и Синяков, 2019). Для оценки уровня равновесной процентной ставки в России в краткосрочной и в долгосрочной перспективе авторы прежде всего используют три условия для частного равновесия, которые на практике часто применяются по отдельности. Таким образом, авторы подробно описывают три условия отсутствия арбитража, определяющие равновесную процентную ставку в структурных моделях (в долгосрочном и, реже, в краткосрочном периоде):

- уравнение связи между долгосрочным ростом доходов (рост потенциального выпуска) и реальной процентной ставкой по депозитно-кредитным операциям домохозяйств,

- уравнение равновесия спроса на отечественные и зарубежные финансовые активы или паритет процентных ставок,
- и, наконец, уравнение отсутствия арбитража между инвестициями в реальные и финансовые активы, согласно которому процентная ставка должна уравнивать доходность инвестиций в финансовые и реальные активы.

В рамках теории роста имеют место первое и третье уравнения, поэтому остановимся подробнее на расчетах и результатах авторов, полученных именно этими способом.

Ключевое условие для определения равновесной процентной ставки – оптимальный выбор домохозяйств между текущим потреблением и будущим потреблением (сбережениями) или уравнение Эйлера:

$$\mathbb{E}_t \left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \beta (1 + r_t) \right] = 1, \quad (27)$$

где r_t – безрисковая реальная процентная ставка, c_t – уровень подушевого потребления д/х, $\mathbb{E}_t[\dots]$ – оператор условного математического ожидания, β – коэффициент дисконтирования будущего потребления, а σ^{-1} – эластичность межвременного замещения. Такой выбор влияет на объем сбережений и задает связь ставки и темпов роста потребления.

Это уравнение задает предложение сбережений (финансовых активов): чем выше ставка, тем меньше текущее потребление и выше предложение ресурсов для инвестиций при прочих равных условиях. Мотив сглаживания потребления приводит к тому, что растет спрос на потребление сегодня, когда доходы еще недостаточно большие. Это приводит к росту реальной процентной ставки через рост спроса на заемные ресурсы для сглаживания потребления. В итоге устанавливается следующая связь между долгосрочным ростом доходов (ростом потребления) и реальной процентной ставкой по депозитно-кредитным операциям домохозяйств:

$$r = \sigma^{-1}g - \ln \beta, \quad (28)$$

где σ^{-1} – эластичность межвременного замещения, g – темп подушевого роста ВВП, а $-\ln \beta$ – норма временных предпочтений.

При этом авторы отмечают и некоторые ограничения этого подхода:

- Уравнение 28 является одним из условий, задающих долгосрочную равновесную ставку в общем равновесии, но не единственным условием. Для долгосрочного периода её действительно оказывается достаточно, но для понимания краткосрочной динамики равновесной ставки после каких-либо шоков необходимо рассматривать процентную ставку в общем равновесии;
- Предполагается, что индивиды сглаживают потребление. В частности, что финансовые рынки позволяют переносить потребление на будущее или занимать, то есть отсутствуют кредитные ограничения (хотя в случае наличия кредитных ограничений ставка окажется выше);
- Не учитываются эффекты бюджетной политики;
- Также большая неопределенность в оценке субъективного фактора дисконтирования, β , существенно снижает практическую ценность этого метода.

Уравнение отсутствия арбитража между инвестициями в реальные и финансовые активы требует выполнения следующего соотношения:

$$MPK = r + \delta - (\Delta P^K - \Delta P^Y), \quad (29)$$

которое показывает, что дополнительный продукт от увеличения запаса капитала на единицу (предельный продукт капитала, англ. marginal product of capital, МРК) должен равняться издержкам по приобретению этого дополнительного капитала (англ. user cost of capital, УС). Любые отклонения корректируются через запас капитала.

Для расчетов текущей равновесной процентной ставки авторы исходят из того, что δ составляет 5% в год, а $(\Delta P^K - \Delta P^Y)$ – это разность темпов роста цен по дефлятору инвестиций и ВВП. Для решения проблемы оценивания МРК авторы применяют наиболее простой и популярный способ – используют производственную функцию Кобба-Дугласа, для которой выполняется следующее равенство:

$$MPK = \alpha \frac{Y}{K}, \quad (30)$$

где α – доля дохода капитала в ВВП, $\frac{Y}{K}$ – капиталотдача (отношение ВВП к запасу капитала). Для России величина капиталотдачи составляет в среднем за 2000–2014 гг. около 0,3–0,5 по разным оценкам запаса капитала, доля капитала в доходе около 0,35.

В итоге данным методом авторы получили для процентной ставки диапазон значений 5,5–12,5 % в год из-за различных оценок капиталоотдачи в России. В целом оценка этим методом ненадежна из-за проблематичности оценивания предельного продукта капитала в экономике и нормы амортизации капитала.

Остальные отечественные публикации по неоклассическим моделям роста в основном посвящены либо прогнозированию макроэкономических показателей, либо расчету долгосрочного экономического роста России (Бойко и Кукарцев, 2019) и оценке влияния различных факторов (человеческого капитала (Мичасова, 2014), военных расходов (Арженовский, 2016), внешнеэкономической деятельности (Изотов, 2018), бюджетного дефицита (Алёхин, 2019) и других) на экономический рост.

9 Взгляд новокейнсианской теории на потенциальные величины

Естественная ставка и выпуск определяются в рамках структурных макроэкономических моделей (DSGE, OLG) в краткосрочном и долгосрочном периодах: в зависимости от того, какое предположение делается относительно влияния текущих шоков. Краткосрочные естественная ставка и выпуск зависят от текущих шоков. Их использование исторически связано с оптимальной в каждый момент времени ДКП, однако на практике имеются сложности с точки зрения верификации оценок статистическими методами и робастности оценки. Рассчитывая долгосрочные ставку и выпуск, мы предполагаем, что действие всех шоков исчерпано и экономика находится в долгосрочном равновесии. Долгосрочная естественная ставка зависит от свойств долгосрочных трендов производительности, демографии, неравенства и др. Ставку и выпуск, которые определяются детерминистическими трендами и перманентными шоками (с исключением транзиторных) называют перманентными. Долгосрочные естественная ставка и выпуск совпадают с соответствующими долгосрочными перманентными переменными.

9.1 Краткосрочная естественная ставка и оптимальная ДКП

Краткосрочная естественная ставка – это важный промежуточный ориентир, помогающий монетарным властям приблизиться к оптимальной ДКП, хотя в общем случае не гарантирующий ее достижение. Woodford (2003), опираясь на идеи Wicksell (1898), определяет естественную ставку как ставку при текущих шоках в экономике без номинальных жесткостей цен и зарплат.³² Для базовой новой кейнсианской модели без капитала, без детерминистических трендов, без денег, с экзогенными государственными расходами Woodford (2003) приводит следующее решение для естественного выпуска и естественной ставки (естественные переменные имеют верхний индекс x^n):

$$\hat{Y}_t^n = \frac{\sigma}{\sigma + \omega} [\hat{G}_t + s_C \bar{C}_t] + \frac{\omega}{\sigma + \omega} \left[\left(1 + \frac{1}{\omega}\right) a_t + \frac{\kappa}{\omega} \bar{h}_t \right], \quad (31)$$

$$\hat{r}_t^n = \frac{\sigma \omega}{\sigma + \omega} \left[(1 - \rho_G) \hat{G}_t + s_C (1 - \rho_C) \bar{C}_t - \left(1 + \frac{1}{\omega}\right) (1 - \rho_a) a_t - \frac{\kappa}{\omega} (1 - \rho_h) \bar{h}_t \right], \quad (32)$$

где $\hat{Y}_t^n \equiv \frac{Y_t^n - \bar{Y}}{\bar{Y}}$ – процентное отклонение естественного выпуска от стационарного уровня $\bar{Y}$; $\hat{r}_t^n \equiv r_t^n - \bar{r}$ – отклонение естественной ставки от стационарного уровня $\bar{r}$; $\hat{G}_t \equiv \frac{G_t - \bar{G}}{\bar{Y}}$ – отклонение экзогенных госрасходов от стационарного уровня $\bar{G}$ как доля от стационарного выпуска; $\bar{C}_t$ – процентный сдвиг потребительского спроса по Фришу; $a_t \equiv \ln \frac{A_t}{\bar{A}}$ – (логарифмическое) отклонение TFP от стационарного уровня $\bar{A}$; $\bar{h}_t$ – процентный сдвиг предложения труда по Фришу; σ – величина, обратная эластичности межвременного замещения; κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу; ω – чувствительность реальных предельных издержек фирмы производителя к росту выпуска; s_C – доля частного потребления в выпуске; ρ_G , ρ_C , ρ_a и ρ_h – коэффициенты авторегрессии для соответствующих экзогенных процессов.

Интуитивно в логике динамической кривой IS (инвестиции-сбережения) естественный выпуск растет под действием как факторов спроса (госрасходы $\hat{G}_t^n$ и экзогенные шоки потребления $\bar{C}_t$), так и факторов предложения (производительность a_t и предложение труда $\bar{h}_t$). При этом рост экзогенного спроса повышает естественную ставку $\hat{r}_t^n$, чтобы снизить эндогенную часть совокупного спроса, а рост экзогенного предложения понижает естественную ставку $\hat{r}_t^n$, чтобы повысить эндогенную часть совокупного спроса и восстановить равновесие.

Рассмотрим базовую логику, демонстрирующую, что, ориентируясь на естественную ставку, ЦБ приближается к оптимальной ДКП (подробнее см. Woodford (2003), Blanchard, Gali (2007) и др.). В расчете данной ненаблюдаемой переменной заложены две основные идеи. Во-первых, естественная ставка показывает ту реальную ставку, которая установилась бы в экономике без вмешательства ЦБ. Современный подход к реализации ДКП предполагает, что ЦБ берет в свои руки управление ценой заемных средств и в результате лишается возможности наблюдать рыночную ставку, которая установилась бы без его вмешательства.³³ Во-вторых, естественная ставка должна соответствовать оптимальному распределению ресурсов в экономике.³⁴ Основным препятствием

³² Данное чёткое определение в работах других авторов (Obstfeld 2023; Barsky et al., 2014 и др.) иногда дополняется условием обнуления создающих неэффективность в более сложной модели (например, *a la* Smets and Wouters, 2007) шоков монополистической наценки на цены и зарплаты. Реальную ставку в экономике с гибкими ценами и обнулением монополистической наценки (как статической, так и стохастической компонент) принято называть **эффективной ставкой** (см., например, Vetlov et al., 2011). Оба варианта мы рассматриваем как близкие аналоги и в текущем обзоре не касаемся возможных различий между естественной и эффективной ставками.

³³ С этой точки зрения естественную ставку можно охарактеризовать как «теневую» ставку

³⁴ С этой точки зрения естественную ставку можно назвать «эффективной»

к достижению оптимального распределения ресурсов, считаются номинальные жесткости цен, которые мешают их мгновенной подстройке под структурные шоки.³⁵ Если ценовой механизм подстройки работает неидеально (цены жесткие), то возникнет отклонение реальных предельных издержек фирм rmc_t от своего естественного уровня, соответствующего оптимальному распределению ресурсов rmc_t^n . Это создает инфляционное давление в рамках новой кейнсианской кривой Филлипса:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^e + \kappa (rmc_t - rmc_t^n), \quad (33)$$

где β – субъективный межвременной дисконтный фактор; κ – чувствительность инфляции к реальным предельным издержкам.

Установив реальную ставку r_t на уровне естественной ставки r_t^n , ЦБ способен привести разрыв выпуска $y_t - y_t^n$ к нулю:

$$y_t - y_t^n = -\frac{1}{\sigma} \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (r_{t+k} - r_{t+k}^n). \quad (34)$$

В базовой версии новой кейнсианской модели (Woodford, 2003; Gali, 2008) разрыв предельных издержек пропорционален разрыву выпуска:

$$(rmc_t - rmc_t^n) = (\sigma + \omega) (y_t - y_t^n). \quad (35)$$

Поэтому используя Викселлианское правило:

$$r_{t+k} = r_{t+k}^n, \quad \forall k \quad (36)$$

можно добиться нулевого разрыва выпуска, реальных издержек и обнулить инфляционное давление одновременно:

$$r_{t+k} - r_{t+k}^n = y_t - y_t^n = rmc_t - rmc_t^n = \pi_t = 0 \quad (37)$$

Возможность, обнулив разрыв выпуска, добиться нулевой инфляции и достигнуть при этом эффективного распределения ресурсов, называется «божественным совпадением». Идеально Викселлианский принцип (36): «Всегда устанавливай ставку, равную естественной – получишь оптимальную ДКП» работает только в простейшей модели (Woodford, 2003; Blanchard and Gali, 2007). Если кроме жесткости цен в модели появляется жесткость зарплат или шоки монополистической наценки, «божественное совпадение» нарушается: естественная ставка не сможет избавить экономику от инфляционного давления. В этом случае к Викселлианскому принципу в правило ДКП добавляют реакцию ставки на инфляцию и разрыв выпуска. Получается квазивикселлианское правило ДКП (Barsky et al., 2014), также известное как правило Викселля-Тейлора или правило W-типа (Curdia, 2015a):

$$r_t = r_t^n + \phi_\pi \pi_{t+j}^e + \phi_y (y_t - y_t^n) \quad (38)$$

Правило (38), хотя и не гарантирует оптимального распределения ресурсов, позволяет снизить колебания разрыва выпуска и инфляции по сравнению с традиционным аналогом правила Тейлора. Vetlov et al. (2011) также находят, что ориентация правила ДКП на естественный разрыв выпуска $(y_t - y_t^n)$ вместо традиционного отклонения от статистического тренда (или от перманентного выпуска $(y_t - y_t^p)$) способна улучшить trade-off между инфляцией и разрывом ВВП и снизить волатильность инфляции. Curdia et al. (2015a) демонстрируют, что W type правило ((38) с добавлением инерционной компоненты) лучше описывает американские данные, чем традиционное правило Тейлора (T-type правило).

Другая важная тема связана с прогнозными свойствами разрывов ставки $r_t - r_t^n$ и выпуска $(y_t - y_t^n)$. Целый ряд исследований (Ness, Nelson, 2003; Curdia et al., 2015a и др.) показали, что такие разрывы помогают улучшить прогноз инфляции $\mathbb{E}_t \pi_{t+j}$, то есть помогают лучше идентифицировать интенсивность будущего инфляционного давления. Это означает, что применение краткосрочной естественной ставки для практических целей (например, один из вариантов квазивикселлианского правила) позволит ЦБ точнее реагировать на отклонения от эффективного распределения ресурсов и снижать волатильность инфляции.

Квазивикселлианское правило ДКП (38) не приводит к оптимальной политике. Из-за проблем с идентификацией r_t^n оно уступает в робастности традиционному правилу Тейлора. Одновременно с этим оно обладает обоими перечисленными достоинствами: достаточной робастностью и близостью к оптимальной политике (Justiniano et al., 2013), что делает это правило привлекательным вариантом практической реализации ДКП. Множество ЦБ периодически рассчитывают краткосрочную естественную ставку с помощью DSGE-моделей и используют данные расчеты для реализации ДКП.

³⁵ Потери экономики от т.н. реальных жесткостей и других ограничений на процесс подстройки реальной части экономики под шоки традиционно не входят в сферу интересов монетарных властей.

9.2 Проблемы оценки краткосрочных естественных переменных

Оценку краткосрочной естественной ставки и выпуска можно получить, только имея структурную модель DGP. Статистическими методами получить информацию о несуществующей в реальности экономике с гибкими ценами без вмешательства ЦБ в явном виде невозможно: все эконометрические методы являются косвенными. Поэтому расчет на основе структурной DSGE-модели (или OLG) – это единственный способ явным образом получить оценку краткосрочной естественной ставки. В этом его сила, и его слабость: сам расчет невозможно верифицировать статистическими методами, а робастность такого расчета по определению невелика, так как он завязан на выбранный в конкретной модели набор эффектов, жесткостей, несовершенств, шоков, priors и т.д. (Edge, Kiley and Laforge, 2007; Поршаков, Синяков, 2019). Полностью преодолеть ту же проблему, которая ограничивает практическую имплементацию идеи оптимальной политики, невозможно и для ДКП на основе квазивикселлианского правила ДКП.

Важной развилкой в расчете естественной ставки и выпуска является учет переменных состояния s_{t-1} (прежде всего, капитала). Woodford (2003) предлагает вычислять **условную** естественную ставку на основе наблюдаемых значений переменных состояния: $r_t^n|_{s_{t-1}}$. Динамика естественных переменных в этом случае тесно связана с их фактической динамикой за счет общего уровня переменных состояния. Neiss and Nelson (2003) указывают, что в этом случае могут получиться излишне экстравагантные рекомендации по ДКП, если в решениях ЦБ присутствует существенная дискреционная компонента. В частности, любое отклонение от правила ДКП приведет к тому, что переменная состояния s_t изменится, и в следующем периоде естественная ставка $r_{t+1}^n|_{s_t}$ будет пытаться вернуть переменные состояния на прежний уровень. Это делает краткосрочную естественную ставку $r_t^n|_{s_{t-1}}$ более волатильным рядом, чем ряд фактической ставки r_t . Это не соответствует априорным представлениям ЦБ о свойствах нейтральной ставки, поэтому они предлагают вычислять **безусловную** естественную ставку $r_t^n|_{s_{t-1}^n}$, в которой переменные состояния s_{t-1}^n не связаны с фактическими значениями переменных, а следуют из начальных условий и модельной реакции на прошлые шоки: $s_{t-1}^n = f(s_0^n, \varepsilon_{t-j})$, где $j \in \overline{1, t-1}$. Статистические свойства траектории безусловной естественной ставки оказываются сходными со свойствами оценок нейтральной ставки различными полуструктурными и статистическими методами a la Laubach and Williams (2017), Del Negro and Primiceri (2015), Lubik and Matthes (2015) и др.

Таким образом, существенная практическая польза от использования концепции краткосрочной естественной ставки значительно ослабляется проблемами с высокой чувствительностью метода к ошибкам спецификации структурных моделей, а также сложностью оценки структурных параметров бесфрикционной экономики (Edge, Kiley and Laforge, 2007; Поршаков и Синяков, 2019).³⁶

9.3 Долгосрочная естественная ставка и выпуск: детерминистические и стохастические тренды

По мере исчерпания действия транзиторных шоков экономика сходится к долгосрочному равновесию, которое в DSGE-модели определяется детерминистическими трендами $\vec{g}_y t$ и стохастическими трендами z_t . Перманентные шоки v_t определяют I(1) динамику стохастических трендов:

$$\vec{z}_t = \vec{z}_{t-1} + \vec{v}_t, \quad (39)$$

Перманентные переменные $\vec{y}_t^p$ – это ненаблюдаемые переменные, которые получаются после исключения вклада всех транзиторных шоков и определяются только детерминистическими и стохастическими трендами:

$$\vec{y}_t^p = \vec{g}_y t + A \vec{y}_{t-1}^p + B \vec{v}_t \quad (40)$$

В долгосрочном периоде матожидания фактических $\vec{y}_t$, естественных $\vec{y}_t^n$ и перманентных $\vec{y}_t^p$ переменных совпадают:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \vec{y}_{t+k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \vec{y}_{t+k}^n = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \vec{y}_{t+k}^p \quad (41)$$

Если исключить детерминистические тренды, то вклад стохастических трендов в фактические, естественные и перманентные переменные также будет идентичным:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \frac{\vec{y}_{t+k} - \vec{g}_y(t+k)}{\vec{z}_{t+k}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \frac{\vec{y}_{t+k}^n - \vec{g}_y(t+k)}{\vec{z}_{t+k}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \frac{\vec{y}_{t+k}^p - \vec{g}_y(t+k)}{\vec{z}_{t+k}} = \Omega \quad (42)$$

³⁶Традиционно сложность практического использования краткосрочной естественной ставки также связана с базовой критикой DSGE-подхода к анализу бизнес-цикла: наличием ошибок спецификации модели, проблемой фальсификации модели, малой долей предсказуемой части динамики переменных, сильной чувствительностью выводов к априорной информации и др.

Фокус на перманентных переменных делается для того, чтобы разложить динамику асимптоты $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \vec{y}_{t+k}$ на перманентные шоки с учётом информации по широкому кругу наблюдаемых переменных, а также структурных ограничений, накладываемых DSGE-моделью.

Перманентные переменные $\vec{y}_t^p$ определены как в краткосрочном, так и долгосрочном периодах.

9.4 Перманентная ставка

Краткосрочная перманентная ставка r_t^p показывает реакцию монетарных властей (по правилу ДКП) на возникающие на частоте бизнес-цикла колебания инфляции и выпуска, вызванные перманентными шоками. Данная реакция стандартная для данного класса моделей, так как связана с номинальной жесткостью цен и з/п, поэтому мы основное внимание уделим установлению долгосрочной перманентной ставки, которая совпадает с долгосрочной естественной ставкой $\bar{r}^p = \bar{r}$.

В общем равновесии долгосрочная реальная ставка $\bar{r}$ определяется трендами в общей производительности, демографии, а также уровнем чистых активов/долгов общества (д/х и правительства). Основным уравнением, которое задает долгосрочную реальную ставку, является уравнение Эйлера для потребления (Woodford, 2003).

$$1 + r_t = \beta^{-1} \left\{ \mathbb{E}_t \left[\frac{u_c(C_{t+1}, \xi_{t+1})}{u_c(C_t, \xi_t)} \Pi_{t+1}^{-1} \right] \right\}^{-1}, \quad (43)$$

где $u_c(C_t, \xi_t)$ – предельная полезность потребления; ξ_t – шоки межвременных предпочтений; $\Pi_t = 1 + \pi_t$ – инфляция; β – субъективный межвременной дисконт.

В отсутствие детерминистических трендов стационарный уровень перманентной реальной ставки составляет:

$$\bar{r}^p = \bar{r} = \frac{1 - \beta}{\beta}. \quad (44)$$

Чем ниже д/х ценит будущее (ниже β), тем более высокая реальная ставка требуется, чтобы компенсировать потерю благосостояния при переводе потребления из текущего периода в будущий.

Если присутствуют детерминистические тренды TFP и рабочей силы, уравнение Эйлера имеет вид:

$$1 + r_t = \beta^{-1} \left\{ \mathbb{E}_t \left[\frac{u_c(C_{t+1}, \xi_{t+1})}{u_c(C_t, \xi_t)} \frac{N_t}{N_{t+1}} \Pi_{t+1}^{-1} \right] \right\}^{-1}, \quad (45)$$

где N_t – численность рабочих в одном д/х.

В этом случае условие для долгосрочной перманентной реальной ставки:

$$1 + \bar{r}^p = 1 + \bar{r} = \beta^{-1} (1 + g_c)^\sigma (1 + n), \quad (46)$$

где g_c – темп прироста потребления на одного рабочего; n – темп прироста рабочей силы.

Лог-линеаризация уравнения 46 даёт:

$$\bar{r}^p = \bar{r} = \rho + \sigma g_c + n, \quad (47)$$

где $\rho = -\ln \beta$.

Чем выше темп прироста потребления на человека, тем сильнее снижается предельная полезность потребления работника³⁷. Для компенсации этого снижения потребителю требуется более высокая реальная ставка. Величина g_c зависит от детерминистических темпов прироста TFP и параметров функции полезности. Ее расчет приведен ниже. Чем ниже эластичность межвременного замещения $\frac{1}{\sigma}$, то есть чем сложнее замещать полезность одного периода полезностью другого периода, тем выше потери полезности от эффекта снижения предельной полезности потребления. Тем большая ставка $\bar{r}$ требуется для компенсации таких потерь.

Чем быстрее прирастает население в одном д/х, тем выгоднее пропорция обмена настоящего потребление на будущее для одного члена д/х. Например, долг, взятый д/х в текущем периоде для финансирования текущего потребления, в будущем распределится на большее количество работников.

Разнообразие факторов, которые выделяют различные авторы для объяснения изменения процентных ставок в долгосрочном равновесии, достаточно велико (актуальный обзор см. в Грищенко и Синяков, 2024). В различных более специализированных работах процесс формирования равновесной ставки усложняется в направлении *демографии* (Papetti, 2021; Rachel and Smith, 2017; Carvalho et al., 2016); *финансовых рынков и ДКП* (Borio et al., 2019); *фискальной и долговой политики* (Rachel and Summers, 2019); *внешнего сектора* (Obstfeld,

³⁷ Функция мгновенной полезности имеет свойство убывающей предельной полезности по потреблению одного работника

2023). Однако DSGE-подход достаточно требователен к усложнению предпосылок, поэтому в большинстве работ усложнение базовой конструкции происходит с помощью моделей частичного равновесия, эмпирических, полуструктурных моделей.

В краткосрочном периоде на равновесную ставку влияют факторы со стороны инвестиционной активности фирм (Karabarbounis, Neiman 2014; Mankiw 2022), а также аспекты взаимодействия с внешним миром (Bernanke, 2005; Obstfeld, 2023). Metzler (1968) в своей простой, но емкой модели объясняет установление равновесной ставки взаимодействием сбережений и инвестиций при взаимодействии с мировой экономикой. Данная модель служит рамочной конструкцией для объяснения динамики равновесной реальной ставки в мире в целом, развитых и развивающихся странах (Bernanke, 2005; Rachel and Summers, 2019; Obstfeld, 2023).

Однако в рамках DSGE-подхода влияние инвестиционной и внешней сферы на ставку в долгосрочном равновесии становится ограниченным. В долгосрочном периоде инвестиции и капитал подстраиваются под $\bar{r}$ эндогенным образом с учётом предполагаемой структуры производственного процесса, предпочтений и набора несовершенств. Базовая идея состоит в том, что изменение $\bar{r}$ повлияет на уровень инвестиций, капитала, выпуска, выпуска на одного работника, но не долгосрочный темп прироста реальных переменных :

$$g_c \neq f\{\bar{K}(\bar{r})\} \quad (48)$$

Равновесие при взаимодействии с внешним миром устанавливается за счет долгосрочной подстройки объема чистых международных активов $\bar{A}$: при любых заданных равновесных реальных ставках в стране $\bar{r}$ и за рубежом $\bar{r}_W$, установится равновесное значение внешней премии, которая подстроится за счет эндогенного $\bar{A}$:

$$rp(\bar{A}) = \bar{r} - \bar{r}_W \quad (49)$$

Подстройка капитала и международных активов к долгосрочному равновесию – это долгосрочные процессы, результатом которых будет среднесрочная динамика реальной ставки, которая изучается множеством авторов (Rachel and Smith, 2015, 2017; Rachel and Summers, 2019; Bernanke, 2005; Obstfeld, 2023 и др.).

9.5 Перманентный выпуск

В отличие от долгосрочной перманентной ставки $\bar{r}^p$, долгосрочный перманентный выпуск $\bar{Y}^p$ зависит как от детерминистических, так и от стохастических трендов z_t .

Рассмотрим траекторию сбалансированного роста (BGP) в DSGE-модели, имеющей в качестве долгосрочной основы базовую неоклассическую модель экзогенного роста. Производственная функция типа Кобба-Дугласа $Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} (l_t N_t)^\alpha$ требует, чтобы темпы прироста удовлетворяли:

$$g_Y = g + \alpha(g_l + n) + (1 - \alpha)g_K, \quad (50)$$

где $g_{Y,l,K}$ – темпы прироста выпуска, отработанных часов одного работника l_t и капитала, соответственно; g – темп прироста TFP; n – темп прироста трудовых ресурсов; α – доля оплаты труда в издержках.

Так как на BGP $g_Y = g_K$:

$$g_Y = \frac{g}{\alpha} + g_l + n. \quad (51)$$

Оптимальный спрос на труд требует, чтобы:

$$g_w = g_Y - g_l - n = \frac{g}{\alpha}, \quad (52)$$

где g_w – темп прироста реальной з/п.

Из условия оптимального предложения труда следует, что в долгосрочном периоде:

$$g_w = \sigma g_c + \kappa g_l, \quad (53)$$

где g_c – темп прироста потребления одного работника; κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу.

Учтя, что потребление на BGP составляет фиксированную долю выпуска:

$$g_c = g_Y - n. \quad (54)$$

Решая (50)-(53) для случая $\sigma = 1$, имеем следующие свойства детерминистических трендов на BGP³⁸:

$$g_Y = \frac{g}{\alpha} + n, \quad (55)$$

³⁸В работе Новак и Шульгина (2025) рассмотрен случай $\sigma \neq 1$.

$$g_l = 0, \quad (56)$$

$$g_c = g_w = \frac{g}{\alpha}. \quad (57)$$

Выделим четыре группы стохастических трендов:

- **Перманентные шоки производительности.** В большинстве моделей вводится перманентный шок общей производительности v_{At} , который часто предполагается AR(1) процессом (Edge, Kiley, Laforte, 2007). Schmitt-Grohe, Uribe (2011) выделяют два типа перманентных шоков производительности: производительности труда, и производительности инвестиций и демонстрируют, как должны быть коинтегрированы ряды выпуска, инвестиций, труда.
- **Перманентные шоки фискальной сферы.** На фоне наблюдающегося тренда на увеличение доли госсектора в экономике, данный фактор становится важным драйвером выпуска. Baxter, King (1993) демонстрируют базовые эффекты, возникающие в долгосрочном периоде при перманентных шоках сбалансированного бюджета (v_{Gt} – госрасходов и v_{Tt} – автономных налогов). Основная идея связана с эффектом вытеснения частного потребления государственным и эффектами роста предложения труда за счет отработанных часов при увеличении конкуренции за ресурсы. Rachel and Summers (2019) расширяют набор эффектов от перманентных шоков фискальной политики, добавляя идеи возникновения эффектов от нерикардиянских д/х; эффектов межвременного перераспределения доходов для агентов с небесконечным горизонтом планирования; роли перераспределения доходов между агентами (через канал неравенства доходов).
- **Перманентные шоки рынка труда.** Грищенко и Поршаков (2024) показывают целый спектр возможных каналов влияния демографических факторов на решения экономических агентов. Многие из процессов можно моделировать как перманентные шоки рынка труда. В терминах модели можно говорить о перманентных шоках рабочей силы v_N , воздействующих на долгосрочный уровень рабочей силы в экономике; перманентных шоках, влияющих на объем отработанных часов, например шоков монополистической наценки в з/п v_w ; перманентных шоках спроса на труд v_{Ld} , меняющих оптимальную пропорцию трудовых и капитальных ресурсов для фирм.
- **Перманентные шоки внешней торговли и финансов.** Перманентные шоки экспорта v_{Ex} и импорта v_{Im} приводят к долгосрочным изменениям соотношений внутреннего и внешнего потребления, цен, долгосрочным сдвигам реального курса иностранной валюты, объема чистых зарубежных активов. Данные шоки со стороны спроса влияют на долгосрочное равновесие в экономике через канал конкуренции за трудовые ресурсы: шоки, расширяющие спрос делают доступные трудовые ресурсы более редкими, что увеличивает их равновесную оплату и, следовательно, предложение труда и выпуск (Новак и Шульгин, 2025).

Основная польза от идентификации перманентных шоков состоит в контроле долгосрочной асимптоты траектории выпуска $\bar{y} = \bar{y}^P$, причем DSGE-модель позволяет проводить этот контроль на основе широкого набора наблюдаемых переменных и оцененных структурных взаимозависимостей между ними. Возможность моделировать асимптоту в рамках DSGE-подхода дает возможность точнее предсказывать динамику выпуска, лучше идентифицировать шоки на частоте бизнес-цикла и, в итоге, точнее выбрать ДКП. Расчет краткосрочного перманентного выпуска y_t^P в рамках DSGE-модели можно соотносить с результатами фильтрации выпуска на основе целого спектра эмпирических моделей, что позволяет обогатить как теоретический анализ, так и интерпретацию эмпирических результатов.

10 Неструктурные подходы к оценке потенциальных величин

Неструктурные подходы позволяют смотреть на интересующие нас макроэкономические переменные как на абстрактные временные ряды из которых тем или иным образом необходимо выделить «устойчивую» или трендовую компоненту. Подход на основе частотных фильтров интерпретирует тренды как часть спектра временного ряда лежащую внутри определённого интервала (либо ниже заданной границы). В то же время эконометрические методы используют множество различных интерпретаций трендовой компоненты временного ряда, в зависимости от конкретной используемой модели временных рядов. Отдельное место занимают модели ненаблюдаемых компонент, которые представляют собой достаточно гибкий класс моделей и представляют многие другие неструктурные модели своими частными случаями.

К преимуществам неструктурных подходов можно отнести то, что они максимально опираются на данные, не накладывая существенных ограничений на исследуемые ряды. Основным ограничением большинства таких методов является то, что они декомпозируют текущую траекторию временного ряда и не могут ответить на вопрос, где будет долгосрочное равновесие у этой переменной. С точки зрения экономической интерпретации, тренды, полученные из большинства неструктурных методов, можно интерпретировать как оценки среднесрочных (медленно меняющихся) потенциальных величин.

Простейшими (наивными) неструктурными способами моделирования тренда во временном ряде являются детерминированный полиномиальный и стохастический тренды:

$$\bar{y}_t = \bar{y}_t^{\text{det}} + \bar{y}_t^{\text{stoch}}.$$

Полиномиальный тренд представляется как многочлен порядка d , аргументом которого выступает временной индекс t :

$$\bar{y}_t^{\text{det}} = \phi_0 + \phi_1 t + \dots + \phi_d t^d.$$

Этот метод можно интерпретировать как аппроксимацию математического ожидания выпуска простым степенным полиномом.

Стохастический тренд порядка d моделируется как временная разность соответствующего порядка от наблюдаемого выпуска:

$$(1 - L)^d \bar{y}_t^{\text{stoch}} = \varepsilon_t,$$

где L – оператор лага, а ε_t – случайная ошибка.

Оба метода дают крайне наивные (полиномиальные) траектории условного прогноза и могут использоваться скорее как бенчмарки для более продвинутых методов. Однако на искусственных данных эти модели иногда могут давать результаты даже лучше многомерных полуструктурных фильтров (Canova, 2022).

Одномерные неструктурные (статистические и эконометрические) фильтры основываются на статистических свойствах ряда выпуска, не включая информацию о других экономических переменных. Они представляют собой различные способы фильтрации или сглаживания временных рядов, позволяют выделить долгосрочный тренд $\bar{y}_t$ путём сглаживания краткосрочных колебаний.

10.1 Частотные фильтры

Со времён пионерской работы Burns and Mitchell (1946) в макроэкономике окончательно утвердилась практика разделения краткосрочных колебаний макроэкономических показателей (делового цикла) и долгосрочной динамики экономического роста. Авторы (на американских данных) определяют деловой цикл, как персистентные колебания агрегированных экономических показателей, с характерными частотами от 6 до 32 кварталов (от 1,5 до 8 лет), вокруг траектории долгосрочного равновесия. Позднее в работах Kydland and Prescott (1982) и Prescott (1986) было дано теоретическое обоснование этим флуктуациям, что положило начало теории реального делового цикла (англ. real business cycle, RBC).

Идея о том, что деловой цикл лежит в определённой полосе частот, делает логичной использование полосовых частотных фильтров (англ. band-pass filters) для выделения циклической компоненты макроэкономического ряда. Идеальный полосовой фильтр имеет П-образную амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) (англ. frequency response), т.е. оставляет в отфильтрованном сигнале только частоты между нижней и верхней границами частот. Однако на практике для конечных рядов такая характеристика недостижима. Среди популярных в макроэкономике аппроксимаций идеального полосового фильтра наибольшим успехом пользуются фильтры Бакстера-Кинга (Baxter and King (1999)), Кристиано-Фитцджеральда (Christiano and Fitzgerald (2003)) и Баттерворта (Gomes (2001)). Больше подробностей про использование частотных фильтров в макроэкономике можно увидеть в Pollock (2014) и Harvey and Trimbur (2003).

Наиболее известный одномерный неструктурный фильтр для оценки потенциального выпуска – фильтр Ходрика-Прескотта (Hodrick and Prescott (1997)) обычно записывают в виде оптимизационной задачи:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t) - (\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1})]^2 \rightarrow \min_{\{\bar{y}_t\}_{t=1}^T},$$

где:

- y_t – (логарифм) наблюдаемого выпуска,
- $\bar{y}_t$ – тренд выпуска,
- λ – параметр, определяющий степень гладкости ряда.

Однако он также представим как high-pass фильтр (см. Gomez (2001) и Sakarya and Jong (2022)) – т.е. частотный фильтр отсеивающий частоты выше определённого порога (его АЧХ имеет S-образную форму). Этот порог зависит только от λ – параметра, отвечающего за соотношение дисперсии цикла к тренду (больше λ – более гладкий тренд). Однозначного ответа на вопрос «какое значение λ следует использовать?» не существует, а оценки в литературе разнятся на многие порядки: от единиц до десятков тысяч. Если дать данным говорить за себя и оценить НР фильтр на квартальных данных в виде модели пространства состояний, оценённая λ_Q будет порядка 1. В работе Pedersen (2001) используется НР фильтр с $\lambda_Q = 1000$ как аппроксимация идеального частотного фильтра. В оригинальной работе Hodrick and Prescott (1997) авторы предлагают использовать $\lambda_Q = 1600$. В работе Flaig (2015) автор с помощью НР фильтра аппроксимирует оптимальный фильтр Колмогорова-Винера для случая ошибочной спецификации, когда цикл не является белым шумом, а содержит серийную корреляцию (AR(2) процесс). Для параметров делового цикла России больше всего, исходя из результатов работы, подходит $\lambda_Q = 15887$. В то же время в Borio (2012), на чьих результатах основываются рекомендации BIS, предлагается использовать $\lambda_Q = 51200$ для того чтобы сохранить больше низкочастотных компонент (таких как финансовый цикл) в оценке циклической компоненты. В работах Ravn and Uhlig (2002) и Maravall and del Rio (2007) подробно обсуждаются критерии выбора параметра сглаживания таким образом, чтобы его значения были согласованы между собой для разных частот наблюдения.

Главным недостатком частотных фильтров является то, что они находят тренд даже там, где его нет. Если частотный спектр декомпозируемого ряда содержит частоты, которые попадают в целевые интервалы фильтра, то эта часть спектра будет отфильтрована как тренд, даже если она слабо выражена или обусловлена другими причинами помимо наличия в данных тренда. Этот феномен принято называть эффектом Слуцкого (англ. the Slutsky effect). Помимо этого, сегодня не существует окончательного ответа на вопрос выбора интервала частот, которые описывают деловой цикл – аналогично выбору λ для НР-фильтра, который, с частотной точки зрения, относится к классу high-pass фильтров (т.е. оставляет в цикле частоты выше определённой границы). Больше подробностей про слабые места частотных фильтров можно увидеть в Venati (2001).

Оценки потенциального выпуска в России с помощью частотных фильтров представлены в Приложении М.

10.2 Эконометрические методы

В данном разделе собраны методы декомпозиции временных рядов, базирующиеся на классических эконометрических моделях. Стоит отметить, что каждая из этих моделей определяет тренд своим собственным образом и они редко сопоставимы между собой. Однако если полагать состоятельность данных процедур, то их результаты можно интерпретировать как разные эмпирические методы оценки ненаблюдаемых теоретических величин.

Фильтр Hamilton

В работе Hamilton (2018) автор критикует фильтр Ходрика-Прескотта и предлагает своё решение, основанное на локальной проекции нестационарного временного ряда на последовательность своих лагов. К основным недостаткам НР фильтра автор относит: ложные циклы (тренд фильтруется даже на искусственных данных, в которых его изначально не было), проблемы с оценкой на конце выборки, а также несоответствие эмпирических (порядка 1) и теоретических (1600) значений параметра сглаживания. Эконометрически фильтр представляется как AR(p+h) процесс с нулевыми коэффициентами при первых h лагах:

$$y_{t+h} = \alpha + \beta_0 y_t + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_{t+h},$$

где ε_{t+h} – циклическая компонента ряда y_{t+h} . Автор доказывает состоятельность такого подхода к оценке циклической компоненты для широкого класса нестационарных процессов. Для квартальных данных в работе эмпирически рекомендуется использовать $p = 4$ и $h = 8$. Позднее Hodrick (2020) показал на искусственных данных из DSGE-модели, что в ряде случаев фильтр Ходрика-Прескотта всё-таки оказывается эффективнее фильтра Гамильтона.

Фильтр Beveridge-Nelson

В работе Beveridge and Nelson (1981) (BN) авторы предлагают декомпозицию на тренд и цикл для нестационарного процесса со случайным блужданием с дрейфом исходя из задачи оптимального прогнозирования:

$$y_t = \tau_t + c_t,$$

где:

$$\tau_t = \lim_{h \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t(y_{t+h} - h\mu),$$

а $\mu = E(\Delta y_t)$. Тренд τ_t – это отклонение долгосрочного прогноза переменной y_t от детерминированного дрейфа μ .

К недостаткам этого подхода можно отнести то, что полученный разрыв выпуска слишком волатильный и не обладает той персистентностью, с которой обычно ассоциируют бизнес-цикл. Эту проблему пытаются решать в Kamber, Morley and Wong (2018), накладывая ограничения на отношение дисперсий цикла и тренда. Так же фильтр подразумевает постоянный во времени дрейф, что не согласуется с суждениями о структурных сдвигах во временных рядах реального ВВП большинства стран. Эту проблему можно обойти, представив фильтр в формате модели пространства состояний (Moorley (2002)) и используя TVP дрейф. Подробнее про модификации BN фильтра см. в Разделе 10.3.

Декомпозиция на основе SVAR (Blanchard-Quah)

Blanchard и Quah (1989) предложили метод оценки потенциального выпуска, основанный на структурной векторной авторегрессии (SVAR) с долгосрочными ограничениями. Авторы предположили, что колебания динамики выпуска могут быть объяснены двумя видами шоков, не коррелирующими между собой:

- краткосрочным (оказывающим временное изменение выпуска)
- и долгосрочным (вносящим перманентное изменение в выпуск по прошествии некоторого времени).

Указанные шоки определяются идентификационными ограничениями в SVAR. При этом авторы предлагают интерпретировать шоки с точки зрения экономической теории: первый вид шока (краткосрочный) обозначить как шок спроса, второй шок (долгосрочный) как шок предложения.

Предположение авторов об отсутствии корреляции между двумя шоками оправдано тем, что шоки рассматриваются в рамках парадигмы Слуцкого-Фриша как экзогенные процессы, не вытекающие из внутренних экономических процессов и не имеющие общей причины.

В оригинальной работе авторы используют две переменные: первую разность логарифма ВВП (далее Δy_t) и уровень безработицы (далее U_t). Авторы подчеркивают, что в SVAR должны присутствовать только стационарные переменные. Перед оценкой коэффициентов модели авторы убирают тренды из Δy_t и U_t . Чтобы убрать тренд из Δy_t , авторы делят выборку (1950Q2 – 1987Q4) на две подвыборки (до 1973Q4 и 1974Q1-1987Q4) и на каждой подвыборке вычитают средние темпы роста ВВП из фактических. Разделение выборки обосновано замедлением средних темпов экономического роста в США, точка перелома выбрана таким образом, чтобы совпасть с первым нефтяным шоком ОПЕК. Чтобы убрать тренд из U_t авторы оценивают коэффициенты регрессии U_t к переменной времени t и вычитают полученный тренд из U_t . Авторы используют 8 лагов в своей VAR. Для проверки результатов на устойчивость авторы меняли количество лагов с 8 до 12, а также исключали из выборки первые 5 лет. Полученные результаты остались практически такими же.

Кроме детрендринга для приведения данных к стационарному состоянию можно взять разность. В итоге, в модели будет присутствовать вторая разность логарифма ВВП и первая разность уровня безработицы. Как отмечает ряд авторов (например, Camba-Mendez, Rodriguez-Palenzuela (2003)), вторая спецификация предполагает наличие эффекта гистерезиса в безработице.

Полученные в работе Blanchard и Quah шоки спроса и предложения позволяют, с точки зрения авторов, оценить потенциал и разрыв выпуска. Поскольку шоки спроса не оказывают влияния на выпуск в долгосрочном периоде, то потенциальный объем выпуска определяется, как выпуск за вычетом выявленных шоков спроса.

В дальнейших исследованиях у разных авторов модель развивается по нескольким направлениям: добавление и/или замена исходных переменных (например, безработицу на инфляцию и т.д.), расширение модели до открытой экономики (через валютный курс, импортные или мировые цены и т.д.).

Bersch and Sinclair (2011) оценивают разрыв выпуска в Монголии и заменяют в оригинальной модели уровень безработицы на инфляцию, так как официальный уровень безработицы не информативен из-за большой занятости в неформальном секторе. Авторы отмечают, что оценка разрыва выпуска по модели BQ намного более устойчива по сравнению с результатами статистических фильтров.

Shapiro and Watson (1988) начинают свой анализ исходя из следующей предпосылки: в долгосрочной перспективе уровень выпуска определяется шоками предложения, которые включают в себя технологический шок и шок предложения рабочей силы. Поэтому они используют следующий набор переменных: количество занятых в

экономике, уровень выпуска, инфляцию и реальную процентную ставку как разность между номинальной ставкой и инфляцией. Количество занятых и уровень выпуска – это нестационарные переменные, поэтому для них берутся первые разности логарифмов. Инфляция также обозначена авторами как нестационарная переменная, поэтому авторы используют первую разность инфляции вместо ее уровня. Реальная процентная ставка оказывается стационарной, поэтому с ней не проводится никаких дополнительных манипуляций. В итоге в модели Shapiro and Watson (1988) выпуск подвержен двум шокам – шоку предложения труда и своим собственным (технологическим) шокам. На количество занятых долгосрочное воздействие оказывает только шок предложения труда. Для инфляции и реальной процентной ставки никаких долгосрочных ограничений не предусмотрено.

Gali (1992) проводит декомпозицию выпуска США и использует следующий набор переменных: валовый национальный продукт, доходность 3-месячных государственных облигаций, ИПЦ, денежный агрегат M1. Авторы накладывают долгосрочные ограничения по влиянию шока спроса на деньги, шока предложения денег и шока кривой IS на выпуск. Дополнительно авторы накладывают ряд краткосрочных ограничений.

Fackler and MacMillin (1998) для своей декомпозиции выпуска используют индекс промышленного производства, процентную ставку, реальные денежные остатки, резервы коммерческих банков, денежный мультипликатор и цену на нефть относительно потребительских цен.

Van Zandweghe and Gottschalk (2001) оценивают разрыв выпуска в Германии по двухпеременной модели BQ. Авторы используют несколько пар переменных: 1) ВВП и безработица; 2) ВВП и дефлятор ВВП; 3) индекс промышленного производства и уровень загрузки производственных мощностей; 4) индекс промышленного производства и индекс цен производителей. Авторы стационаризуют уровень безработицы удаляя тренд при помощи полосового частотного фильтра. Авторы отмечают, что модели с разными парами переменных генерируют, практически идентичные импульсные отклики для выпуска, а также довольно схожие оценки разрыва выпуска. Тем не менее, чтобы убедиться, что модели действительно одинаковы в своей идентификации шоков, авторы оценивают корреляции полученных шоков спроса и предложения разных моделей.

Предполагается, что 1) шоки спроса разных моделей будут положительно коррелировать; 2) шоки предложения разных моделей будут положительно коррелировать; 3) шоки спроса одних моделей не будут иметь значимую корреляцию с шоками предложения других моделей. Авторам удается подтвердить предложения 1 и 2, но предположение 3 не выполняется. Так, например, шок предложения по модели с ВВП и безработицей имеет значимую положительную корреляцию с шоком спроса по модели с ВВП и дефлятором. То есть, модели не одинаково понимают шоки спроса и предложения. Как отмечают авторы, это может свидетельствовать о том, что такие двухпеременные модели просто недостаточно сложны для правильной идентификации шоков.

Canova (2022) оценивает разрыв выпуска по методу Blanchard and Quah (1989) с использованием двух наборов переменных: 1) рост выпуска и количество отработанных часов; 2) рост выпуска, отношение потребления к ВВП, отношение инвестиций к ВВП.

Camba-Mendez & Rodriguez-Palenzuela (2003) для оценки разрыва выпуска в ЕС и США используют SVAR со следующими переменными: первая разность уровня инфляции, первая разность логарифма выпуска и первая разность уровня безработицы.³⁹ На выпуск в долгосрочной перспективе влияет не один, а два структурных шока (шок инфляции и шок предложения). Инфляция подвержена одному структурному шоку, а на безработицу влияют три структурных шока (шок инфляции, шок предложения и шок спроса).

Claus (2000) оценивает разрыв выпуска для Новой Зеландии и в качестве вспомогательных переменных использует загрузку мощностей и безработицу.

Kátay et al (2020) оценивают разрывы выпуска для ряда развитых стран разными методами, в том числе с использованием SVAR с долгосрочными ограничениями. Вместе с выпуском, безработицей, загрузкой мощностей и инфляцией авторы используют цены на недвижимость и кредит нефинансовым организациям.

Clarida and Gali (1994) расширяют модель Blanchard and Quah (1989) до модели открытой экономики путем включения в нее так называемых «номинальных шоков» через ценовую переменную, на которую влияют номинальные шоки и в краткосрочной, и в долгосрочной перспективе. Такой переменной является реальный эффективный валютный курс. В отличие от Blanchard and Quah (1989), Clarida and Gali (1994) используют не темпы роста ВВП и инфляцию, а относительный уровень ВВП и относительный уровень потребительских цен. Эти переменные рассчитаны как логарифмы ВВП и уровня цен внутри страны за вычетом логарифма ВВП и уровня цен торговых партнеров.

Cerra and Saxena (2000) используют модель Clarida and Gali (1994) для оценки потенциального выпуска в Швеции. Разность логарифмов выпусков авторы заменяют на первую разность логарифма выпуска своей страны. В качестве второй и третьей переменной в модели авторы, как и Clarida and Gali (1994), используют реальный эффективный валютный курс и относительные цены. Реальный эффективный валютный курс в долгосрочном периоде подвержен влиянию шока предложения и шока спроса (это соответствует выводам из модели Манделла-Флеминга).

Chen and Górnicka (2020) при оценке разрыва выпуска для Великобритании также расширяют оригинальную модель BQ до состояния открытой экономики. Помимо внутренних переменных (выпуск, безработица, инфляция общего уровня цен, процентная ставка) авторы используют следующие показатели внешнего сектора:

³⁹Уровни инфляции и безработицы нестационарны.

номинальный эффективный валютный курс, цены импортных товаров, глобальный ИПЦ. Авторы сравнивают свою SVAR для малой открытой экономики с моделью BQ и рядом других моделей для оценки разрыва выпуска по следующим критериям: устойчивость старых оценок к добавлению новых данных; способность прогнозировать инфляцию; адекватная реакция на внешние (в качестве внешнего сектора рассматривается только США) и внутренние шоки производства, а также фискальной и монетарной политики. SVAR авторов рассматриваемой работы показала лучшие результаты, так как ее оценки разрыва выпуска меньше всего подвержены пересмотру после добавления новых данных, дают меньшую ошибку при прогнозе инфляции и реагируют на указанные авторами шоки в соответствии с экономической теорией. Стоит отметить, что оригинальная модель BQ занимает «второе место» по этим критериям.

Оценки потенциального выпуска в России на основе декомпозиции BQ через SVAR-модель с долгосрочными ограничениями представлены в Приложении К.

Подход на основе TVP-VAR (Lubik-Matthes)

В работе Lubik and Matthes (2015) оценивается динамика долгосрочной реальной нейтральной процентной ставки в США. Нейтральная ставка определяется как асимптотическое среднее построенное на основе отфильтрованных параметров векторной авторегрессионной модели с изменяющимися во времени коэффициентами и стохастической волатильностью (англ. Time Varying Parameters Vector Autoregression Stochastic Volatility Model, TVP-VAR-SVM). Реальные ставки рассчитываются как номинальные за вычетом однопериодного прогноза инфляции на основе простой AR модели.

Авторы строят векторную модель на основе трех эндогенных переменных: темпа роста ВВП, инфляции и реальной процентной ставки. Структура модели позволяет коэффициентам авторегрессии и ковариационной матрице ошибок изменяться во времени. Подход авторов является крайне гибким и накладывает на модель значительно меньше структурных ограничений, чем в подходе Laubach and Williams (2003). Модельно реальные нейтральные ставки извлекаются из модели с помощью построения прогноза 5 лет вперед на квартальной основе.

Реальная нейтральная ставка, оцененная авторами, снижалась с 3,5% в 1980-х годах до 0,5% к 2015 году. Также в траектории реальной нейтральной ставки значимым снижением отражались кризисные периоды 2001 и 2007 годов.

Методология авторов стала популярной в научной литературе для исследования реальных нейтральных ставок в разных странах: Wang and Kwan (2020) строят нейтральные ставки для стран ОЭСР и БРИКС, используя те же эндогенные переменные в модификации векторной модели, в которую включена стохастическая волатильность, согласно методологии Primiceri (2005). Аналогичный эконометрический подход использован в работе Wang (2019) для китайской экономики, для уточнения модельных результатов в набор эндогенных переменных был добавлен темп прироста денежной массы.

Оценки потенциального выпуска и нейтральной ставки в России на основе модели TVP-SV-VAR в духе LM представлены в Приложении I.

10.3 Модели ненаблюдаемых компонент

Задача модели ненаблюдаемых компонент (англ. unobserved components model, UCM) состоит в декомпозиции выпуска на трендовую и циклическую составляющие (Harvey (1985), Watson (1986), Clark (1987)). По сути, в рамках этого подхода потенциальный выпуск отождествляется с трендом, и задача заключается в корректном его извлечении из временного ряда выпуска.

Декомпозиция совокупного выпуска на тренд и цикл основана на идее о том, что ряд можно рассматривать как сумму двух отдельных компонентов, а именно нестационарного компонента (тренда) и временного отклонения от него (цикл или разрыв выпуска). Пусть y_t – логарифм реального ВВП. Тогда y_t можно разложить следующим образом:

$$y_t = \tau_t + \psi_t + \varepsilon_t \quad (58)$$

где y_t – логарифм фактического выпуска; τ_t – тренд; ψ_t – стационарная циклическая компонента; ε_t – белый шум с дисперсией σ^2 .

Нестационарный тренд τ_t моделируется как случайное блуждание с дрейфом, циклическая компонента ψ_t моделируется как стационарный процесс AR(p) с нулевым средним значением:

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \beta_{t-1} + u_t^\tau \quad (59)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t \quad (60)$$

$$\psi_t = \varphi_1 \psi_{t-1} + \dots + \varphi_p \psi_{t-p} + u_t^\psi \quad (61)$$

где β_t – дрейф, который можно интерпретировать как темп роста тренда выпуска; u_t^τ и ζ_t – некоррелированные остатки (белый шум) с дисперсиями $\sigma_{u^\tau}^2$ и σ_ζ^2 . Если $\sigma_{u^\tau}^2 = \sigma_\zeta^2 = 0$, то τ_t сокращается до детерминированного линейного тренда. При условии, что ψ_t является стационарным линейным процессом, модель может быть представлена в форме модели стационарного тренда: $y_t = \alpha + \beta t + w_t$, где w_t – стационарный ARMA процесс. Когда $\sigma_\zeta^2 = 0$, то уравнение (58) является стационарным в первых разностях, а при $\sigma_\zeta^2 > 0$ модель является разностно-стационарной, где $\beta_t = \beta$: $\Delta y_t = \beta + v_t$, где v_t – стационарный ARMA процесс.

Альтернативные спецификации тренда в UCM представлены в Таблице 13.

Таблица 13: Вариации спецификации тренда в UCM

Спецификация	Level (τ_t)	Trend (β_t)	Stochastic level (τ_t, u_t^τ)	Stochastic trend (β_t, ζ_t)
Constant	+			
Local level (random walk)	+		+	
Deterministic trend	+	+		
Local level with deterministic trend	+	+	+	
Local linear trend	+	+	+	+
Local smoothed linear trend (integrated random walk)	+	+		+

Альтернативная спецификация циклической компоненты ψ_t (называемая также стохастической сезонностью) предполагает явное моделирование циклических колебаний:

$$\psi_t = \psi_{t-1} \cos \lambda_\psi + \psi_{t-1}^* \sin \lambda_\psi + \omega_t, \quad \omega_t \sim N(0, \sigma_\omega^2) \quad (62)$$

$$\psi_t^* = -\psi_{t-1} \sin \lambda_\psi + \psi_{t-1}^* \cos \lambda_\psi + \omega_t^*, \quad \omega_t^* \sim N(0, \sigma_\omega^2) \quad (63)$$

где λ_ψ – частота цикла, ψ_t^* – вспомогательная переменная, ω_t и ω_t^* – стохастические компоненты цикла.

UCM являются достаточно гибким инструментом, позволяющим записывать в многие модели, полученные из разных предпосылок, в едином формате. Так, например, фильтр Ходрика-Прескотта можно представить в форме пространства состояний как модель локального сглаженного линейного тренда (англ. local smoothed linear trend), где $\lambda = \frac{\sigma_y^2 \psi}{\sigma_{u^\tau}^2}$.

Так же фильтр Бевеиджа-Нельсона (Beveridge, Nelson (1981) (далее BN)) эквивалентен следующей спецификации UCM (Morley et al. (2003)):

$$\phi_p(L)c_t = \theta_q(L)u_t^\psi, \quad (64)$$

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \beta + u_t^\tau, \quad (65)$$

где τ_t – тренд, который следует процессу случайного блуждания с дрейфом β , c_t – стационарная циклическая компонента и $\mathbb{E}[u_t^\psi u_t^\tau] = \rho \sigma_\psi \sigma_\tau$.

Morley et al. (2003) показали, что различия между оценками, полученными с помощью обычных UCM и BN, обусловлены тем, что в UCM введено ограничение некоррелированности тренда и цикла. Ослабление этого ограничения приводит к тому, что оценки, полученные с помощью UCM и неограниченных моделей ARIMA (как в оригинальной работе BN) становятся идентичными. В результате на основе обоих методов оценки циклов являются небольшими, зашумленными и слабо коррелируют с хронологией бизнес-циклов, составленной NBER.

Циклические компоненты в UCM, как правило, велики, устойчивы и объясняют большую часть изменений в выпуске. В отличие от этого класса моделей, неограниченные модели ARIMA объясняют большую часть дисперсии выпуска изменением тренда, а циклическая составляющая имеет небольшую амплитуду и является зашумленной.

Perron, Wada (2009) отметили, что разложение на тренд и цикл может быть чувствительным к тому, как моделируется тренд, а полученный Morley et al. (2003) результат является следствием игнорирования структурного сдвига (structural break) в тренде выпуска. В соответствии с их подходом тренд может моделироваться следующим образом:

$$\tau_t = \beta_1 1(t < t_0) + \beta_2 1(t \geq t_0) + \tau_{t-1} + u_t^\tau \quad (66)$$

где $1(A)$ – функция, которая принимает значение 1, если условие A истинно, и 0 в ином случае, t_0 – точка структурного сдвига. Стохастический тренд τ_t имеет темп роста β_1 до сдвига в момент t_0 и темп роста β_2 после сдвига.

Perron, Wada (2009) показали, что если модель допускает структурный сдвиг тренда, то оценки цикла становятся значительно более устойчивыми и хорошо согласуются с хронологией циклов NBER. Они опираются на модель с детерминированным трендом, которая подразумевает, что вся дисперсия выпуска отнесена на шоки циклической компоненты, то есть реальные шоки не имеют значения.

Chan, Grant (2017) оценили байесовским методом ряд моделей на квартальных данных США и показали, что UCM, которая предполагает ненулевую корреляцию между шоками тренда и цикла, обладает наилучшим качеством по сравнению с любыми детерминированными моделями тренда со структурным сдвигом или без него. По их оценкам наилучшей моделью является коррелированная UCM со структурным сдвигом. На данных для США точкой структурного сдвига является 2007 год – до этого периода годовой темп роста тренда выпуска составлял 3,4%, после – снизился до 1,2–1,5%.

Оценки потенциального выпуска в России с помощью моделей ненаблюдаемых компонент представлены в Приложении L.

11 Полуструктурные подходы к оценке потенциальных величин

В условиях когда использовать полноценную структурную модель общего равновесия для оценки ненаблюдаемых переменных не удаётся в виду сложности построения такой модели или из-за проблем связанных с её оценкой, исследователям приходится использовать полуструктурные подходы – группу методов (моделей), которые отталкиваются от структурных моделей, но отказываются либо от одновременной оценки всех уравнений, либо от микрообоснованности. Первая группа опирается на идентификацию в частичном равновесии, а вторая на многомерные полуструктурные фильтры, представляющие, как правило, основные макроэкономические переменные как сумму ненаблюдаемых компонент – медленно меняющегося тренда и отклонения от него (разрыва).

Полуструктурные подходы с одной стороны являются более гибкими и позволяют частично решить проблему с мисспецификацией большой структурной модели общего равновесия и неустойчивостью численных методов необходимых для её оценки, а с другой позволяют в большей мере «говорить за себя» данным наклаывая меньше ограничений.

Очевидными недостатками этих подходов являются отсутствие микрообоснованности, общего равновесия и описания структуры экономики в явном виде.

11.1 Многомерные полуструктурные фильтры

Развитие многомерных фильтров во многом является результатом решения проблем, возникающих при использовании одномерных фильтров для декомпозиции выпуска на тренд и цикл, в т.ч. популярного среди экономистов фильтра Ходрика-Прескотта (Hodrick, Prescott, 1981) (далее – HP). Одномерные фильтры являются статистическим подходом и используют данные только об одной переменной – уровне выпуска, не учитывают дополнительную информацию и не согласуются с определением потенциального выпуска из закона Оукена. Кроме того, игнорирование значимой экономической информации приводит к получению смещенных оценок. Например, подходы к выделению тренда ВВП, игнорирующие данные об инфляции, занижают оценки потенциального выпуска и, как следствие, искажают величину разрыва выпуска (Benes et al., 2010).

Многомерный подход может лучше справиться с этими проблемами за счет добавления экономически обоснованных взаимосвязей в оценки, например, уравнения для кривой Филлипса, связывающего выпуск и инфляцию, и/или закона Оукена, связывающего выпуск и безработицу. Для целей ДКП полезным является определение, соответствующее концепции Оукена (Ouken, 1962), в которой потенциальный выпуск определяется как уровень выпуска, который может поддерживаться неопределенно долго, не создавая условий для роста или снижения инфляции. Из этого следует, что динамика инфляции содержит важную информацию об уровне потенциала. Период, в котором инфляция стабильна, вероятно, будет периодом, в котором фактический выпуск примерно равен потенциальному, тогда как рост (снижение) инфляции будет предполагать, что фактический выпуск выше (ниже) потенциала. Реализуя эту идею на практике, некоторые исследователи оценили разрывы выпуска совместно с уравнением инфляции (например, Laxton, Tetlow, 1992; Kuttner, 1994). Однако, как будет показано далее, возможные расширения многомерных фильтров не ограничиваются использованием данных только об инфляции.

Многомерные полуструктурные фильтры чаще всего интерпретируют потенциальные величины как «неускоряющие», т.е. когда фактические переменные находятся на этих потенциалах, то эти нулевые разрывы не вносят ускоряющего вклада⁴⁰ в разрывы других величин, в соответствии с заложенными эмпирическими взаимосвязями. Яркими примерами таких потенциалов являются не ускоряющая инфляцию уровень безработицы (англ. non-accelerating inflation rate of unemployment, NAIRU) (Modigliani and Lucas, 1975) и не ускоряющий инфляцию уровень выпуска (англ. non-accelerating inflation level of output, NAILO) (Hirose and Kamada, 2003). Оценка подобного рода не ускоряющих инфляцию уровней может быть полезна для проведения ДКП, однако для этого необходимо тестировать прогнозные свойства разрывов к этим трендам.

Многомерные полуструктурные фильтры, так же как и неструктурные одномерные, подвержены проблеме крайней точки – последние отфильтрованные значения ненаблюдаемых переменных не могут быть уточнены (сглажены) с использованием будущих значений наблюдаемых переменных. Частичным решением может быть подстановка прогнозных значений будущих наблюдаемых переменных и сглаживание крайних значений ненаблюдаемых переменных условно на них. Однако это требует использования дополнительной прогнозной модели, либо наличия подходящих рядов экспертных прогнозов. Также, полуструктурные модели оперируют полуструктурными же шоками, что может приводить к ложной идентификации ненаблюдаемых переменных.

⁴⁰Частного вклада, ведь всё равно остаётся инерция (авторегрессия) разрывов, а также вклад остальных переменных и полуструктурных шоков, под воздействием которых разрывы остальных переменных не будут ни нулевыми, ни постоянными.

Многомерный фильтр Laxton-Tetlow

Работа Laxton, Tetlow (1992) (далее – ЛТ) стала одной из первых, в которой был предложен многомерный фильтр. Авторы показали, что качество оценок НР-фильтра значительно повышается при использовании дополнительной информации о рядах, связь которых с выпуском предполагается в рамках новокейнсианской экономической парадигмы. Фильтр ЛТ является расширением одномерного фильтра НР за счет добавления данных об инфляции и безработице.

В соответствии с подходом ЛТ, потенциальный выпуск – это уровень выпуска, на который влияют только шоки предложения. Он является стохастическим процессом. На него влияют как краткосрочные шоки (политические, демографические, сырьевые и др.), так и регулярные неидентифицируемые шоки, некоторые из которых оказывают долгосрочное воздействие. Задача фильтра ЛТ, так же, как и одномерного фильтра НР, заключается в том, чтобы разделить наблюдаемый шок на постоянную (шок предложения) и временную (шок спроса) компоненты.

ЛТ расширяют одномерный фильтр НР двумя дополнительными ограничениями. Первое ограничение – это кривая Филлипса, которая описывает взаимосвязь между инфляцией и разрывом выпуска:

$$\pi_t = \beta_1 \pi_{t-1} + \beta_2 \hat{y}_t + e_t^\pi \quad (67)$$

где $\hat{y}_t = y_t - \tau_t^y$ – разрыв выпуска, определяемый как разница между фактическим выпуском y_t и трендом (потенциальным выпуском) τ_t^y , π_t – инфляция, e_t^π – остатки, полученные после оценки уравнения кривой Филлипса.

Второе ограничение – это соотношение по закону Оукена, которое отражает эмпирическую связь между разрывом безработицы (определяемым как разница между фактическим уровнем безработицы и её трендом) и разрывом выпуска:

$$U_t - \tau_t^U = \beta \hat{y}_t + e_t^u \quad (68)$$

где U_t – безработица в %, τ_t^U – естественный уровень (тренд) безработицы, полученный с помощью НР фильтра, e_t^u – остатки уравнения, описывающего закон Оукена.

Целевая функция, которая учитывает оба дополнительных ограничения, имеет следующий вид:

$$\min \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t^y)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1}^y - \tau_t^y) - (\tau_t^y - \tau_{t-1}^y)]^2 + \lambda^\pi \sum_{t=1}^T (e_t^\pi)^2 + \lambda^u \sum_{t=1}^T (e_t^u)^2 \quad (69)$$

где λ^π и λ^u – параметры сглаживания ошибок; $\lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1}^y - \tau_t^y) - (\tau_t^y - \tau_{t-1}^y)]^2$ – штрафная функция, как в НР фильтре.

В многомерном фильтре ЛТ ряд потенциального выпуска, во-первых, должен удовлетворять условиям, предъявляемым фильтром НР. Следовательно, τ_t^y должен минимизировать отклонения от исходного ряда, а также отклонения в изменениях самого ряда τ_t^y . Во-вторых, суммы квадратов остатков кривой Филлипса (67) и уравнения, описывающего закон Оукена (68), должны быть минимальными.

Оценка производится итеративно, поскольку определение потенциального выпуска зависит от остатков как кривой Филлипса (67), так и кривой Оукена (68), которые содержат потенциальный выпуск в качестве фактора. На первом этапе потенциальный выпуск оценивается с помощью одномерного фильтра НР. На втором этапе производится оценка МНК кривой Филлипса (67) и уравнения, описывающего Оукена (68), при которой используется оценка потенциального выпуска, полученная на первом этапе. Далее остатки обеих регрессий используются в качестве аргументов в целевой функции фильтра ЛТ (69) и решается задача минимизации. Полученный таким образом новый временной ряд потенциального выпуска используется для переоценки кривой Филлипса (67) и кривой Оукена (68). Итерация будет повторяться до тех пор, пока коэффициенты обеих кривых не станут постоянными.

Многомерный фильтр Hirose-Kamada

Hirose, Kamada (2001) (далее – НК) определяют потенциальный выпуск как уровень выпуска, при котором инфляция не ускоряется и не замедляется (англ. nonaccelerating-inflation level of output, NAILO). Они используют аналогичную с ЛТ кривую Филлипса и записывают целевую функцию следующим образом:

$$V(\beta_1, \beta_2, \tau_1^y, \dots, \tau_T^y) \equiv \sum_{t=1}^T \{\pi_t - \beta_1 \pi_{t-1} - \beta_2 (y_t - \tau_t^y)\}^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta \tau_{t+1}^y - \Delta \tau_t^y)^2 \quad (70)$$

где $\lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta \tau_{t+1}^y - \Delta \tau_t^y)^2$ – штраф за резкие изменения потенциального выпуска ($\Delta \tau_t^y$).

Аналогично НР фильтру, параметр λ определяет степень гладкости потенциального выпуска: когда значение λ большое, то τ_t^y изменяется более плавно. В предельном случае, когда λ бесконечно велико, τ_t^y движется по линейному тренду. Обратный случай, когда λ равно нулю, τ_t^y максимально точно аппроксимирует данные.

Итерационную процедуру можно описать следующим образом. На первом этапе потенциальный выпуск оценивается с помощью одномерного фильтра НР. Целевую функцию V удобно преобразовать следующим образом: $W \equiv V/\beta_2^2$. Отсюда:

$$W(\beta_1, \beta_2, \tau_1^y, \dots, \tau_T^y) \equiv \sum_{t=1}^T (z_t - \tau_t^y)^2 + \mu \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta \tau_{t+1}^y - \Delta \tau_t^y)^2 \quad (71)$$

где $z_t = y_t - \frac{\pi_t - \beta_1 \pi_{t-1}}{\beta_2}$ и $\mu = \frac{\lambda}{\beta_2^2}$. Уравнение (71) аналогично целевой функции в фильтре НР. Единственное отличие заключается в том, что в уравнении (71) y_t в НР фильтре заменено на z_t и скорректировано на уровень инфляции. Это сходство позволяет предположить, что можно найти значения T неизвестных $(\tau_1^y, \dots, \tau_T^y)$, которые минимизируют значение целевой функции W , путем применения НР фильтра к ряду z_t .

Первая оценка потенциального выпуска, полученная на первом этапе, используется на втором этапе для оценки параметров β_1, β_2 кривой Филлипса. На третьем этапе решается задача минимизации $V(\beta_1, \beta_2, \tau_1^y, \dots, \tau_T^y)$, что приводит к новой оценке потенциального выпуска. Второй и третий этап повторяются до тех пор, пока коэффициенты кривой Филлипса не перестанут изменяться от одной итерации к другой.

Многомерные фильтры ЛТ и НК отличаются тем, как экономические взаимосвязи встроены в фильтр НР. В фильтре НК экономические отношения напрямую интегрированы в первый элемент фильтра НР. Как следствие, одновременно может быть предусмотрена только одна экономическая взаимосвязь. В фильтре ЛТ экономические взаимосвязи добавляются к исходному фильтру НР. Следовательно, количество экономических взаимосвязей, которые могут быть рассмотрены, теоретически неограниченно.

НК оценили модель на данных Японии и стран G7 за период 1980-х – 1990-х годов. В целом оценки NAILO отличаются от оценок потенциального выпуска, полученных с помощью НР фильтра. Авторы отмечают, что предложенный ими подход добавляет экономической обоснованности полученным результатам. В частности, они показали, что когда в качестве потенциального выпуска используется NAILO, то кривая Филлипса довольно хорошо согласуется с фактическими данными для большинства стран. Однако так как фильтры ЛТ и НК основаны на НР фильтре, они не решают проблему корректного определения параметра сглаживания λ , а также проблему «конца выборки». Так, в работе НК показано, что расширение выборки на один год приводит к существенным пересмотрам NAILO и разрыва выпуска.

Оценки потенциального выпуска в России на основе многомерных фильтров ЛТ и НК представлены в Приложении С.

Модель Benes et al.

Benes et al. (2010), используя определение потенциального выпуска, сформулированное Оукеном, расширили подход ЛТ и предложили метод оценки потенциала и разрыва выпуска, который учитывает связь между фактическим и потенциальным ВВП, безработицей, базовой инфляцией и загрузкой производственных мощностей. Потенциал, отфильтрованный этой моделью, можно интерпретировать как уровень выпуска, краткосрочно нейтральный одновременно для инфляции, безработицы и загрузки мощностей, поскольку разрыв выпуска учитывается в динамике разрывов этих переменных.

Все переменные модели (кроме инфляции) представлены в виде суммы двух компонент – равновесного (потенциального) уровня и разрыва:

$$\text{Выпуск: } \hat{y}_t = 100 \log \left(\frac{Y_t}{\bar{Y}_t} \right) \quad (72)$$

$$\text{Безработица: } u_t = \bar{U}_t - U_t \quad (73)$$

$$\text{Использование производственных мощностей: } c_t = C_t - \bar{C}_t \quad (74)$$

где Y_t – фактическое значение выпуска; $\bar{Y}_t$ – потенциальный выпуск; $\hat{y}_t$ – разрыв выпуска; U_t – фактический уровень безработицы; $\bar{U}_t$ – равновесный уровень безработицы, NAIRU; u_t – разрыв безработицы; C_t – фактический уровень использования производственных мощностей; $\bar{C}_t$ – равновесный уровень использования производственных мощностей; c_t – разрыв использования производственных мощностей.

Потенциальный выпуск ($\bar{Y}_t$) зависит от долгосрочных темпов роста ($G_t^{\bar{Y}}$) и от изменений в NAIRU:

$$\bar{Y}_t = \bar{Y}_{t-1} - \theta(\bar{U}_t - \bar{U}_{t-1}) - (1 - \theta) \frac{\bar{U}_{t-1} - \bar{U}_{t-20}}{19} + \frac{G_t^{\bar{Y}}}{4} + \varepsilon_t^{\bar{Y}} \quad (75)$$

Первая разность $(\bar{U}_t - \bar{U}_{t-1})$ отражает влияние изменений равновесного уровня безработицы на рост потенциального выпуска через производственную функцию Кобба-Дугласа, в которой θ – доля труда. Изменение за 19 кварталов равновесного уровня безработицы отражает эффект от изменения в запасах капитала. Постоянное увеличение $\bar{U}_t$ на 1 п.п. в течение одного квартала приводит к снижению потенциального выпуска на 1%; эффект сохраняется в течение следующих 19 кварталов, так что долгосрочное снижение потенциального выпуска составляет 1%.

Темп роста тренда ($G_t^{\bar{Y}}$) определяется последовательно коррелированными отклонениями от устойчивого темпа роста ($G_{ss}^{\bar{Y}}$):

$$G_t^{\bar{Y}} = \tau G_{ss}^{\bar{Y}} + (1 - \tau) G_{t-1}^{\bar{Y}} + \varepsilon_t^{\bar{Y}} \quad (76)$$

Денежно-кредитная политика оказывает влияние на базовую инфляцию через разрыв выпуска:

$$\hat{y}_t = \rho_1 \hat{y}_{t-1} - \frac{\rho_2}{100} (\pi_{4t-1} - \pi_{4t-1}^{LTE}) + \varepsilon_t^y \quad (77)$$

В случае режима инфляционного таргетирования рост инфляции, возникающий в результате избыточного спроса, компенсируется ужесточением денежно-кредитных условий центральным банком, что сокращает разрыв выпуска.

Разрыв выпуска ($\hat{y}_t$) и его изменение ($\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}$) влияют на текущую базовую инфляцию (π_{4t}):

$$\pi_{4t} = \pi_{4t-1} + \beta \hat{y}_t + \Omega(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}) + \varepsilon_t^{\pi_4} \quad (78)$$

Долгосрочная цель по инфляции следует адаптивному процессу с учётом изменения ожиданий в последнем квартале, которое описывается шоком $\varepsilon_t^{\pi_4^{LTE}}$:

$$\pi_{4t}^{LTE} = \pi_{4t-1}^{LTE} + \varepsilon_t^{\pi_4^{LTE}} \quad (79)$$

В случае России $\varepsilon_t^{\pi_4^{LTE}}$ будет большим в период перехода к режиму таргетирования инфляции и плавающего валютного курса в конце 2014 – начале 2015 года.

Закон Оукена описывается следующим уравнением:

$$u_t = \varphi_1 u_{t-1} + \varphi_2 \hat{y}_t + \varepsilon_t^u \quad (80)$$

Равновесный уровень безработицы (NAIRU) ($\bar{U}_t$) является стохастическим процессом, на который влияют временные шоки ($\varepsilon_t^{\bar{U}}$), а также более устойчивые шоки ($G_t^{\bar{U}}$):

$$\bar{U}_t = \bar{U}_{t-1} + G_t^{\bar{U}} - \frac{\omega}{100} y_{t-1} - \frac{\lambda}{100} (\bar{U}_{t-1} - U^{ss}) + \varepsilon_t^{\bar{U}} \quad (81)$$

Устойчивые шоки NAIRU следуют затухающему авторегрессионному процессу:

$$G_t^{\bar{U}} = (1 - \alpha) G_{t-1}^{\bar{U}} + \varepsilon_t^{\bar{U}} \quad (82)$$

Включение разрыва выпуска в NAIRU представляет собой частичный эффект гистерезиса от колебаний спроса в масштабах всей экономики (см. Ball (2009)).⁴¹

Модель допускает постоянные отклонения в NAIRU, но устойчивый уровень безработицы в долгосрочной перспективе (U^{ss}) остается постоянным.

Разрыв использования производственных мощностей:

$$c_t = \kappa_1 c_{t-1} + \kappa_2 \hat{y}_t + \varepsilon_t^c \quad (83)$$

Равновесный уровень использования производственных мощностей ($\bar{C}_t$) также является стохастическим процессом, на который влияют временные ($\varepsilon_t^{\bar{C}}$) и более устойчивые шоки ($G_t^{\bar{C}}$):

$$\bar{C}_t = \bar{C}_{t-1} + G_t^{\bar{C}} + \varepsilon_t^{\bar{C}} \quad (84)$$

$$G_t^{\bar{C}} = (1 - \delta) G_{t-1}^{\bar{C}} + \varepsilon_t^{G^{\bar{C}}} \quad (85)$$

Для оценки параметров используется байесовская оценка, а точнее регуляризованный метод максимального правдоподобия (Ljung, 1999). Для проверки качества модели авторы оценили ее на данных для 11 стран и Еврозоны. Результаты показали, что точность прогноза годовой базовой инфляции США, полученного с помощью предложенного MV фильтра, превосходит точность прогноза случайного блуждания на всех горизонтах. Авторы также получили относительно хорошие результаты прогнозирования MV фильтром для других стран. Оценки, полученные с помощью MV фильтра, более устойчивы к добавлению новых данных, чем НР фильтр. Таким образом, использование MV фильтра может ослабить проблему «конца выборки», но не позволяет решить ее полностью. Также авторы показали, что разрывы выпуска, полученные с помощью MV фильтра, соответствуют оценкам фаз бизнес-цикла экспертами.

⁴¹ Blanchard and Summers (1986) ввели идею гистерезиса в поведение равновесной безработицы. Они объяснили длительную продолжительность шоков безработицы, различая инсайдеров и аутсайдеров в процессе переговоров о заработной плате. Ball (2009) представляет доказательства того, что NAIRU сильно зависит от истории.

Модель Blagrove et al.

Преимуществом MV фильтров является возможность добавления новых переменных, которые потенциально могут улучшить качество оценки потенциального выпуска и разрыва и повысить точность оценки на концах выборки. Например, Blagrove et al. (2015) дополнили базовую модель оценки потенциального выпуска данными об ожидаемых темпах роста и инфляционных ожиданиях.

В модели реальный выпуск (ВВП), также как в Benes et al. (2010), подвержен шокам трех типов – шоки долгосрочных темпов роста ($\varepsilon_t^{G^Y}$), временные шоки потенциального выпуска ($\varepsilon_t^{\bar{Y}}$), шоки спроса или шоки разрыва выпуска (ε_t^y). Потенциальный выпуск зависит от долгосрочных темпов роста (G_t) и временных шоков ($\varepsilon_t^{\bar{Y}}$), разрыв выпуска подвержен влиянию шоков спроса (ε_t^y):

$$\bar{Y}_t = \bar{Y}_{t-1} + G_t + \varepsilon_t^{\bar{Y}} \quad (86)$$

$$\hat{y}_t = \varphi \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t^y \quad (87)$$

Долгосрочный темп роста выпуска определяется аналогично уравнению (20) в модели Benes et al. (2010).

Уравнение для кривой Филлипса учитывает ожидаемую инфляцию:

$$\pi_t = \lambda \pi_{t+1} + (1 - \lambda) \pi_{t-1} + \beta \hat{y}_t + \varepsilon_t^\pi \quad (88)$$

Динамика безработицы задается уравнением (73), уравнением, описывающим устойчивые шоки тренда NAIRU (82), уравнением, описывающим закон Оукена (80), а также следующим уравнением для NAIRU ($\bar{U}_t$), который подвержен влиянию шоков ($\varepsilon_t^{\bar{U}}$):

$$\bar{U}_t = (\rho \bar{U}^{ss} + (1 - \rho) \bar{U}_{t-1}) + G_t^{\bar{U}} + \varepsilon_t^{\bar{U}} \quad (89)$$

Уравнения для выпуска, инфляции и безработицы составляют основу модели. Также к ним добавлены данные о консенсус-прогнозах ожидаемых темпов роста реального ВВП на 5 лет вперед (GROWTH_{t+j}^C) и ожидаемой инфляции на год вперед (π_{t+j}^C):

$$\pi_{t+j}^C = \pi_{t+j} + \varepsilon_{t+j}^{\pi^C}, \quad j = 0, 1 \quad (90)$$

$$\text{GROWTH}_{t+j}^C = \text{GROWTH}_{t+j} + \varepsilon_{t+j}^{\text{GROWTH}^C}, \quad j = 0, \dots, 5 \quad (91)$$

Уравнения (90) и (91) связывают модельные прогнозы темпов экономического роста и инфляции (GROWTH_{t+j} и π_{t+j}) с данными о том, как, согласно консенсус-прогнозам аналитиков, эти переменные будут изменяться на различных горизонтах (от одного до пяти лет). Отклонения консенсус-прогноза от модельного прогноза задаются ошибками ($\varepsilon_{t+j}^{\pi^C}$ и $\varepsilon_{t+j}^{\text{GROWTH}^C}$). Использование консенсус-прогнозов в некотором смысле можно рассматривать как эвристический подход к объединению прогнозов, полученных из разных источников.

Авторы тестировали предложенную модель на данных 16 стран и показали, что добавление данных о консенсус-прогнозах не оказывает значимого влияния на оценки разрыва выпуска. При этом авторы показали, что доверительные интервалы оценок потенциала и разрыва выпуска, полученные с помощью предложенного ими MV фильтра, меньше, чем у HP фильтра. Полученный результат не зависит от вклада шоков спроса и предложения. Доверительные интервалы оценок потенциального выпуска сокращаются по мере добавления в модель дополнительной информации (данных об инфляции, безработице, консенсус-прогнозов). Полученные в режиме реального времени оценки также менее подвержены пересмотрам по сравнению с оценками HP фильтра. Тем не менее, как и другие MV фильтры, модель Blagrove et al. (2015) не решает проблему «конечной точки», хотя и позволяет улучшить оценки.

Оценки потенциального выпуска в России на основе многомерного фильтра Blagrove et al. (2015) представлены в Приложении D.

Модель Borio et al.

Borio et al. (2013) отказались от предпосылки, на которой базируются работы, развивающие подход LT, в частности от включения в модель уравнения для кривой Филлипса, описывающей зависимость между инфляцией и разрывом выпуска. В качестве альтернативы они предлагают использовать финансовые переменные для выявления бизнес-цикла, в частности темп роста кредита и цен на недвижимость. Спецификация модели следующая:

$$y_t - \bar{y}_t = \beta(y_{t-1} - \bar{y}_{t-1}) + \gamma_1 r_{t-k_r} + \gamma_2 \Delta \text{cr}_{t-k_{cr}} + \gamma_3 \Delta \text{ph}_{t-k_{ph}} + \varepsilon_t \quad (92)$$

где $y_t = \ln(Y_t)$, Y_t – реальный ВВП, $\bar{y}_t$ – потенциальный выпуск, $r_t = i_t - \Delta p_t$ – ex-post реальная процентная ставка, Δcr_t – реальный темп роста кредита (в %), Δph_t – реальный темп роста цен на жилую недвижимость

(в %), ε_t – нормально распределенная и независимая ошибка, $k_j = 0, \dots, 4, j = r, cr, ph$ – лаг соответствующей переменной.

Для оценки параметров используется байесовский подход. На данных США, Великобритании, Испании за 1980Q1–2011Q4 (для Великобритании использованы данные до 2011Q3) показано, что, во-первых, доверительные интервалы оценок потенциального выпуска, полученные на основе подхода Borio et al. (2013), значительно уже, чем при использовании НР фильтра, во-вторых, более устойчивы к пересмотрам, чем оценки на основе НР фильтра и оценок ОЕСД на основе производственной функции.

Blaggrave et al. (2015) предложили рассматривать оценки Borio et al. (2013) как будущий устойчивый уровень выпуска, а не текущий потенциальный выпуск (в контексте связи выпуск/инфляция). В частности, причиной является то, что дисбалансы, возникающие в финансовом секторе, необязательно повлияют на динамику выпуска. Например, значительный рост кредитования зачастую является предиктором финансового кризиса. Однако априори отсутствуют причины, по которым рост кредитования должен быть неустойчивым. Кредитная экспансия может быть условием перехода в новое устойчивое равновесие (например, сдвиг уровня потенциального выпуска). Поэтому финансовые переменные могут рассматриваться как дополнение, но не как замена концепции потенциального выпуска Оукена.

Подводя итог, следует отметить, что одним из преимуществ многомерных фильтров является то, что оценки потенциала и разрыва выпуска соответствуют определению потенциала из закона Оукена. Более того, многомерные фильтры довольно просты в применении, так как требуют использования небольшого количества переменных. При этом следует учитывать, что качество оценок потенциала и разрыва выпуска повышается по сравнению с одномерными фильтрами только в том случае, если структурные экономические взаимосвязи, учитываемые в фильтре, действительно имеют место в рассматриваемой экономике. Одним из недостатков данного метода является проблема с оценкой на конце выборки. Например, в работе Банка Чили (Fuentes et al., 2007) приведено сравнение различных фильтров (в частности, НР фильтра, MV фильтра с добавлением назад смотрящей кривой Филлипса, назад смотрящей кривой IS, закона Оукена, производственной функции) по значению корреляции и среднеквадратической ошибки между ex-post оценками и оценками, полученными в режиме реального времени для данных по ВВП Чили за 1996–2005 годы. MV фильтры, включающие кривую Филлипса и IS кривую, показали низкие коэффициенты корреляции и высокие среднеквадратические ошибки. Худшие результаты показали оценки, полученные с помощью НР фильтра. Т.е. MV фильтры лишь немного превосходят одномерный НР фильтр в части устойчивости оценок.

Потенциально повысить устойчивость оценок на конце выборки к пересмотрам может добавление в многомерный фильтр информации об инфляционных ожиданиях, например, оцененных в духе Hamilton (1985). Подход Hamilton (1985) оценивает рыночные инфляционные ожидания из динамики номинальных процентных ставок и наблюдаемой инфляции:

$$r_t = k_1 + \phi(L)r_t + \psi_0\pi_t^e + \psi(L)\pi_t^e + \xi(L)\pi_t + \varepsilon_{1t}, \quad (93)$$

$$\pi_t^e = k_2 + \alpha(L)r_t + \beta(L)\pi_t^e + \gamma(L)\pi_t + \varepsilon_{2t}. \quad (94)$$

где π_t – инфляция в период t ; π_t^e – рыночные инфляционные ожидания, основанные на доступной информации в период t ; ε_t – ошибка прогноза ($\pi_t - \pi_t^e$); r_t – ex ante реальная процентная ставка ($r_t - \pi_t^e$); i_t – номинальная процентная ставка.⁴²

При условии ортогональности:

$$\mathbb{E}[\varepsilon_{1t}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{1t}r_{t-j}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{1t}\pi_{t+1-j}^e] = \mathbb{E}[\varepsilon_{1t}\pi_{t-j}] = 0 \text{ для } j \geq 1, \quad (95)$$

$$\mathbb{E}[\varepsilon_{2t}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{2t}r_{t-j}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{2t}\pi_{t-j}^e] = \mathbb{E}[\varepsilon_{2t}\pi_{t-j}] = 0 \text{ для } j \geq 1. \quad (96)$$

$\gamma(L)$ для каждого γ обозначает $\gamma_1 L^1 + \gamma_2 L^2 + \dots + \gamma_P L^P$, где $L^j x_t = x_{t-j}$. Используя определение ε_t , ε_1 и ε_2 , условия (95), (96) получаем:

$$\mathbb{E}[\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{i,t-j}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{k,t-j+1}] = \mathbb{E}[\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{t-j}] = 0 \text{ для } i, k = 1, 2 \text{ и для всех } j \geq 1. \quad (97)$$

По своей сути подход Hamilton (1985) позволяет получить статистический прогноз ожидаемой инфляции и реальной процентной ставки, используя информацию только о двух переменных. Оценки инфляционных ожиданий на основе данного подхода будут использованы нами при оценке модели Blaggrave et al. (2015).

Модель Toth

Некоторое время в рамках полуструктурного подхода наряду с уравнениями для выпуска использовались лишь отдельные компоненты производственной функции (особенно часто – безработица, отработанные часы и загрузка производственных мощностей). В этом смысле некоторым шагом вперед стали работы, полноценно объединившие производственную функцию (почти всегда в форме Кобба-Дугласа) и полуструктурные фильтры (в

⁴²В Hamilton (1985) i_t – номинальный доход по однопериодным облигациям, приобретенным на дату t и погашенным на дату $t + 1$.

частности, Proietti et al. (2012)). В дальнейшем, Toth (2021) применительно к Еврозоне развил модель Proietti et al. (2012) за счет учета большего количества структурных взаимосвязей. Так, в модель были включены кривые Филлипса для цен и номинальных зарплат, а также использованы байесовские методы оценивания параметров. Автор показывает, что подобный подход делает оценки потенциала и разрыва выпуска более устойчивыми к проблеме крайней точки, а получаемые оценки циклической компоненты выпуска, в свою очередь, не теряют в способности прогнозировать инфляцию при сравнении с другими способами оценки разрыва.

Основные уравнения модели Toth (2021) в части производственной функции:

$$y_t = a_t + \alpha l_t + (1 - \alpha)(cu_t + k_t), \quad (98)$$

$$\bar{y}_t = \bar{a}_t + \alpha * \bar{l}_t + (1 - \alpha) * (\bar{k}_t + \bar{util}_t), \quad (99)$$

$$l_t = wp_t + lp_t - u_t + ah_t, \quad (100)$$

где (все переменные в логарифмах) y_t – выпуск, l_t – объем труда в экономике (в отработанных чел.-часах), cu_t – загрузка производственных мощностей, k_t – запас накопленного капитала, a_t – необъясненный другими факторами остаток (совокупная факторная производительность), wp_t – экономически активное население, lp_t – уровень участия в рабочей силе, u_t – уровень безработицы, ah_t – количество отработанных часов в среднем за неделю, а α – доля доходов труда в валовой добавленной стоимости. Для разрывов перечисленных переменных используются довольно стандартные эмпирические соотношения.

В целом же стоит отметить, что у такого полуструктурного подхода с производственной функцией в качестве ядра модели есть определенные ограничения и недостатки. В частности, как и в классическом подходе через производственную функцию, модель склонна объяснять динамику потенциалов переменных медленными изменениями в темпах их прироста, из-за чего нужно быть осторожным при ее использовании в ситуациях высоко вероятных сдвигов уровня в потенциале. Кроме того, модель остается чувствительной к критике, характерной для производственной функции, например, касательно выбора ее функциональной формы. Другое ограничение связано с самим полуструктурным подходом: равенство разрыва выпуска нулю необязательно означает его нулевой вклад в инфляцию – это зависит от того, какими структурными шоками сформирован этот нулевой разрыв выпуска (т.к. их комбинация в инфляцию может оказаться ненулевой). Это может вызывать некоторые смещения в оценках параметров полуструктурной модели.

Оценки потенциального выпуска в России на основе многомерного фильтра Toth (2021) представлены в Приложении F.

Модель (Holston-)Laubach-Williams

Пионерская работа Laubach and Williams (2003) впервые добавила декомпозицию на тренд и цикл для реальных ставок в рамках полуструктурной модели ненаблюдаемых компонент на основании связи реальной ставки и темпов роста выпуска в задаче потребителя из неоклассической модели роста. Полуструктурный подход позволяет эконометрически, на основе наблюдаемых данных и наложения структурных связей между переменными, оценить «нециклический» уровень ставки в каждый момент времени.

Основные уравнения модели LW:

$$r_t^* = c_g g_t + z_t, \quad (101)$$

$$z_t = D_z(L)z_{t-1} + \varepsilon_{z,t}, \text{ либо } z_t = z_{t-1} + \varepsilon_{z,t}, \quad (102)$$

$$\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + g_{t-1} + \varepsilon_{\bar{y},t}, \quad (103)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_{g,t}, \quad (104)$$

$$\hat{y}_t = a_{y,1}\hat{y}_{t-1} + a_{y,2}\hat{y}_{t-2} - \frac{a_r}{2} [(r_{t-1} - r_{t-1}^*) + (r_{t-2} - r_{t-2}^*)] + \varepsilon_{y,t}, \quad (105)$$

$$\pi_t = B_\pi(L)\pi_{t-1} + b_y\hat{y}_{t-1} + \dots + \varepsilon_{\pi,t}, \quad (106)$$

где r_t – реальная ставка, r_t^* – нейтральная реальная ставка, $\hat{y}_t$ – разрыв выпуска, $\bar{y}_t$ – потенциальный выпуск, g_t – темп роста потенциального выпуска, z_t – прочие факторы влияющие на нейтральную ставку, π_t – инфляция.

В дальнейшем в работе Holston, Laubach and Williams (2017) вариацию этой модели со случайным блужданием использовали для нескольких стран. Позднее модель получила дальнейшее развитие в работе Holston, Laubach and Williams (2020) в который в основную модель были внесены изменения, позволяющие более робастно оценивать модель на данных содержащих шок COVID-19 – переменная во времени волатильность и персистентный шок предложения наблюдаемый как индекс жесткости ковидных ограничений в выбранной стране (см. Oxford COVID-19 Government Response Tracker).

Впоследствии многие центральные банки реализовали похожий подход к оценке равновесной ставки. Среди них – Банк Чили (Fuentes and Gredig, 2007), Банк Норвегии (Brubakk et al., 2018), Южно-Африканский резервный банк (Kuhn et al., 2019), Чешский национальный банк (Hlédik and Vlček, 2018) и ряд других (Kirker,

2008; Daniélsson et al., 2016; Fujiwara et al., 2016; Armelius et al., 2018; Carvalho, 2023). При этом многие из данных моделей отталкиваются от определения нейтральной ставки в закрытой экономике, что не всегда является корректным.

Оценки потенциального выпуска в России на основе модификации многомерного фильтра Holston, Laubach and Williams (2017) представлены в Приложении Е.

11.2 Идентификация в частичном равновесии

Данный подход подразумевает выделение одного либо (сильно реже) нескольких уравнений из структурных моделей, оценку или калибровку их параметров и подстановку исторических рядов наблюдаемых переменных для идентификации ненаблюдаемых. Подробно этот подход для оценки нейтральной ставки в России рассматривается в работе Porshakov and Sinyakov (2019).

Особое место для оценки нейтральной ставки занимает уравнение непокрытого паритета процентных ставок – во многом благодаря тому, что в нём нет параметров которые нужно было бы оценивать. Наибольшей популярностью для оценки потенциального выпуска пользуется уравнение производственной функции – вплоть до того, что этот метод принято выделять в отдельный класс подходов к оценке потенциала. Также в литературе используются уравнение Эйлера, правило Тейлора, кривая Филлипса и т.д.⁴³

Независимо от выбора уравнения (набора уравнений) для оценке параметров при идентификации в частичном равновесии необходимо использовать инструментальные переменные для корректной идентификации шоков (для максимального приближения полуструктурных шоков к структурным) иначе оценки получаются смещёнными из-за проблемы эндогенности. В то же время, при использовании калибровки параметров, невозможно оценить качество полученных траекторий ненаблюдаемых переменных используя стандартные статистические процедуры (например, получить «честные» доверительные интервалы).

11.2.1 Паритет процентных ставок

Частным случаем идентификации r^* в частичном равновесии является непокрытый паритет процентных ставок (англ. uncovered interest rate parity, UIP), скорректированный на наличие риск-премии. В малой открытой экономике, при условии свободного движения капитала, внутренняя ставка не должна значительно отклоняться от мировой ввиду того, что свободная торговля должна способствовать выравниванию доходностей с учётом риск-премии (Garcia, Kataryniuk, 2021):

$$i_{d,t} = i_{g,t} + \frac{\mathbb{E}[\Delta NEER_{t+1}]}{NEER_t} + \rho_t, \quad (107)$$

где $i_{d,t}$ – внутренняя ставка, $i_{g,t}$ – мировая ставка, $NEER_t$ и $\mathbb{E}[NEER_{t+1}]$ – текущий и ожидаемый эффективный⁴⁴ номинальный обменный курс соответственно, а ρ_t – риск-премия. Выражение ?? можно также записать в терминах реальных величин:

$$r_{d,t} = r_{g,t} + \frac{\mathbb{E}[\Delta REER_{t+1}]}{REER_t} + \rho_t, \quad (108)$$

где $REER_t$ – эффективный реальный обменный курс.

Если нейтральные уровни ставки рассматривать как трендовую составляющую фактических ставок, т.е. $\bar{r}_d = r_d^*$ и $\bar{r}_g = r_g^*$, то, при извлечении тренда из обеих частей уравнения 108, паритет для реальных нейтральных ставок записывается как:

$$r_{d,t}^* = r_{g,t}^* + \frac{\mathbb{E}[\Delta \overline{REER}_{t+1}]}{\overline{REER}_t} + \bar{\rho}_t, \quad (109)$$

где $\mathbb{E}[\Delta \overline{REER}_{t+1}]$ – ожидаемое изменение тренда эффективного реального обменного курса, а $\bar{\rho}_t$ трендовая компонента страновой премии за риск. В качестве мировой нейтральной ставки может браться ставка одной конкретной страны, например, США (Matveev et al., 2020), или могут быть использованы результаты оценки структурной модели для мировой экономики (Cesa-Bianchi et al. 2023). Трендовое значение риск-премии для развитых стран может быть приравнено к нулю, но для рынков с развивающейся экономикой это предположение нереалистично, поэтому оценка может быть произведена с помощью полуструктурной неокейнсианской модели (Tchanturia et al. 2024), либо может использоваться прокси-фактор, для Alvarez 2021 в качестве премии за риск бралась разница между ставкой исследуемой страны и ставкой основного торгового партнера. В Banco Central do Brasil, 2023 отмечается, что в качестве прокси-переменной страновой риск-премии были задействованы отфильтрованные 5-летние CDS и Embi+.

⁴³см. детали в Arias et al., 2022, 2023

⁴⁴При записи UIP между двумя конкретными странами, глобальная ставка, r_g , заменяется на страновую, r_f , а эффективный курс, $NEER_t$, на обычный двусторонний, NER_t .

Отдельным недостатком этого подхода является предположение о свободном трансграничном движении капитала, который можно под сомнение для случая России, особенно после введения крупномасштабных санкций на движение капитала. Возросший тренд премии за риск частично учитывает этот эффект, однако само структурное уравнение строго справедливо только для полностью открытой экономики.

Оценки нейтральной ставки в России на основе непокрытого паритета процентных ставок представлены в Приложении Н.

11.2.2 Производственная функция

Подход через производственную функцию (ПФ) для оценки потенциального выпуска считается одним из классических и корнями уходит, в частности, к работе Okun (1962). Простейший вариант работы с ПФ заключается в использовании исходной статистики по выпуску, труду и капиталу для нахождения остатка Солоу (как прокси совокупной факторной производительности) и оценки параметров этой ПФ, после чего к каждому из компонентов ПФ применяется фильтр (например, одномерный фильтр Ходрика-Прескотта), чтобы идентифицировать их тренды и разрывы. Затем в соответствии с производственной функцией эти тренды и разрывы факторов комбинируются в результирующие оценки для потенциала и разрыва выпуска. Например, в работе Бессонова и Воскобойникова (2004) оценивается изменение совокупной факторной производительности для российской промышленности с 1997 по 2002 г. по 505 фирмам. Авторы предполагали постоянную отдачу от факторов производства и оценивали спецификацию типа Кобба-Дугласа с помощью панельных моделей. Авторы делают вывод о значительном росте производительности в российской промышленности на рассматриваемом периоде. В работе Бессонова (2007) произведена оценка эффективности по 150 отраслям с 1996 по 2004 г. Автор пришел к заключению, что эластичность добавленной стоимости от труда составляет около 0,8, что значительно превышает оценки на макро – уровне, таким образом делается вывод о занижении доли труда и завышении доли капитала в работах по агрегированным данным.

Из-за относительной простоты метода он уже долгое время широко используется академическим сообществом, международными организациями (Andrle (2013) и Celik et al. (2023)), а также при проведении денежно-кредитной и особенно бюджетной политики во многих странах (Roeger (2006) и Coibion et al. (2018)). Помимо оценки темпов прироста потенциала и разрыва выпуска, подход через производственную функцию позволяет взглянуть на экономику с позиции факторов производства – со стороны предложения, которая во многих макроэкономических моделях остается вне детального рассмотрения (Navik et al. (2014)). Возможность разложить оценки потенциала и разрыва выпуска на вклады факторов производства (англ. *growth accounting*) является бесспорным преимуществом подхода. Вместе с тем его ключевой недостаток – неустойчивость оценок ненаблюдаемых переменных, особенно вблизи последнего периода (т.н. проблема крайней точки). Во многом эта неустойчивость результирующих оценок потенциала и разрыва выпуска является артефактом независимого использования простых одномерных фильтров, которые особенно сильно подвержены этой проблеме, применительно к каждой компоненте производственной функции.

Несколько улучшить эту ситуацию можно за счет использования многомерных фильтров, в которых накладываются структурные ограничения на совместную динамику ненаблюдаемых переменных модели и о которых говорится в Разделе 11.1. Эти структурные ограничения обычно опираются на эмпирически подтвержденные взаимосвязи. При этом могут использоваться разные взаимосвязи, но в контексте оценки потенциала и разрыва выпуска чаще всего в качестве дополнительных переменных используются уровень безработицы в рамках закона Оукена (Ball et al. (2017); для России – Шарафутдинов (2023)) и уровень инфляции в логике кривой Филлипса (Proietti et al. (2007)). Совместная идентификация ненаблюдаемых переменных призвана обеспечить получение более обоснованных и устойчивых оценок для них. Вместе с тем учет связи с ценами за счет включения кривой Филлипса позволяет добиться трактовки потенциала выпуска как не ускоряющего инфляцию уровня (NAILO), что особенно релевантно в контексте денежно-кредитной политики.

На практике эта задача оценки потенциала методом производственной функции сопряжена с множеством методологических и эмпирических трудностей, включая коллинеарность и эндогенность факторов, а также трудности идентификации параметров функции. Для российской экономики отдельная проблема – короткие ряды сопоставимых данных для капитала, труда и выпуска на макроуровне.

Подход к борьбе с проблемой эндогенности, впоследствии широко распространенный в литературе, предложен в работах Olley and Pakes (1996) и Levinsohn and Petrin (2003). Их авторы при оценке модели производственной функции опираются на микро данные на уровне компаний и используют прокси-переменные (инвестиции и материалы) для контроля за ненаблюдаемыми эффектами производительности. Однако, как было показано в исследованиях Akerberg, Caves, and Frazer (2015), Gandhi, Navarro, and Rivers (2016), De Loecker, Eeckhout and Unger (2020), а также Doraszelski and Jaumandreu (2013), эти подходы имеют значительные ограничения, которые могут приводить к смещённым и неустойчивым оценкам. Можно выделить три основные проблемы: коллинеарность факторов, быстро изменяющихся во времени, отсутствие релевантного инструмента для таких факторов, а также несовместимость гетерогенных «надбавок» с монотонностью. По мнению Schrimpf (2022), эти ошибки привели к смещённым оценкам и неверным выводам в ряде исследований.

В дополнение к ним попытки реплицировать подход на российских данных сопряжены со следующими трудностями. Во-первых, для того, чтобы оценить производственную функцию по экономике в целом, используя микроданные, необходимо иметь в распоряжении репрезентативную выборку компаний с полным набором данных по необходимым переменным, что зачастую представляется сложным. Во-вторых, отчетность широкого круга непубличных компаний имеется только годовой частоты, что накладывает определенные ограничения на учет динамических эффектов и структурных сдвигов в модели. В-третьих, неочевидным представляется ответ на вопрос о возможности агрегации результатов с микро- на макроуровень, в результате чего не вполне понятно, можно ли переносить выводы модели, построенной на микроданных, на макроуровень.

Aguirregabiria (2018) выделяет еще ряд методологических проблем при оценке производственных функций. Во-первых, ошибки измерений создают значительные искажения. Во-вторых, выбор функциональной формы производственной функции имеет решающее значение.

Эндогенность также остаётся одной из центральных проблем, поскольку труд и капитал, могут зависеть от ненаблюдаемого фактора производительности, что приводит к смещению оценок параметров. Дополнительную сложность создаёт мультиколлинеарность, затрудняющая раздельную идентификацию вкладов труда и капитала в выпуск. Кроме того, менее продуктивные компании чаще прекращают деятельность, что приводит к смещённости выборки и может делать ее нерепрезентативной.

Проблема коллинеарности в методах Olley и Pakes (1996) и Levinsohn и Petrin (2003) и её коррекция методом Akerberg, Caves и Frazer (2015)

Методы Olley и Pakes (1996) (OP) и Levinsohn и Petrin (2003) (LP) используют инвестиции и материалы соответственно для контроля за ненаблюдаемым фактором производительности ω_{it} . Однако, как показали Akerberg, Caves, and Frazer (2015), возникает проблема коллинеарности.

Рассматривается простая логарифмическая производственная функция Кобба-Дугласа:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \omega_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (110)$$

где y_{it} – выпуск, k_{it} – капитал, l_{it} – труд.

Существуют две ненаблюдаемые переменные – ω_{it} и ε_{it} , которые невозможно оценить эконометрически. ε_{it} представляет собой шоки в производительности, которые не наблюдаются (или не предсказуемы) фирмами до принятия ими решения о выпуске в период t . ω_{it} – это шоки производительности, которые фирмы потенциально могут наблюдать или предсказать при принятии решения о выпуске.

С экономической точки зрения, ω_{it} может отражать ожидаемое время простоя из-за поломки оборудования, ожидаемый уровень брака в производственном процессе, управленческие способности фирмы, качество почвы или ожидаемое количество осадков на конкретной ферме. ε_{it} может отражать отклонения от ожидаемого количества поломок, дефектов или осадков в данном году, а также (потенциально коррелированную) ошибку измерения выпуска. Проблема идентификации такой производственной функции заключается в том, что набор ресурсов и их стоимость выбираются фирмами. Это означает, что если фирма соблюдает (или частично соблюдает) ненаблюдаемый ω_{it} до того, как выберет k_{it} и l_{it} , то этот выбор, вероятно, будет зависеть от ω_{it} , что приведет к корреляции между (k_{it}, l_{it}) и ω_{it} , приводя к несогласованности оценок OLS для β_k и β_l .

Olley и Pakes (OP), а также Levinsohn и Petrin (LP) допускают эндогенность факторов производственной функции по отношению к ненаблюдаемому параметру, изменяющегося во времени. За стратегией идентификации OP и LP стоит дискретная модель динамической оптимизации фирм. В обоих методах используются следующие допущения:

- $f_k(l_{it-1}, k_{it}, \omega_{it}, r_{it})$ обратимо в ω_{it} (для OP),
- $f_m(l_{it-1}, k_{it}, \omega_{it}, r_{it})$ обратимо в ω_{it} (для LP),
- Фирмы работают с однородными товарами или на одном и том же рынке продукции. Для каждой фирмы i : $r_{it} = r_t$, т.е. единственной ненаблюдаемой переменной в инвестиционном уравнении является шок производительности,
- Производительность ω_{it} моделируется как Марковский процесс первого порядка:

$$\omega_{it} = E[\omega_{it}|I_{it-1}] + \xi_{it} = E[\omega_{it}|\omega_{it-1}] + \xi_{it}, \quad (111)$$

- Инвестиции i_{it} выбираются фирмами в период t , но они не влияют на выпуск до периода $t+1$ и

$$k_{it+1} = (1 - \delta)k_{it} + i_{it}, \quad (112)$$

где $i_{it} = f_k(l_{i,t-1}, k_{it}, \omega_{it}, r_{it})$ – строго возрастающая функция по ω_{it} ,

- Эндогенные переменные (например, труд и инвестиции) должны иметь разные периоды, т.е. инвестиции i_{it-1} выбираются в период $t-1$, труд l_{it} не зависит от значения в предыдущем периоде и выбирается фирмой в периоде t .

Оценка для метода ОР выполняется в два этапа, каждый из которых соответствует определенному моменту времени. На первом этапе оценивается β_l и используется следующее уравнение:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + f_l^{-1}(l_{i,t-1}, k_{it}, i_{it}, r_t) + \varepsilon_{it} = \beta_l l_{it} + \Phi_t(l_{i,t-1}, k_{it}, i_{it}) + \varepsilon_{it}. \quad (113)$$

Это уравнение является частично линейной моделью без параметрического допущения в уравнении f_k , где $f_k^{-1}(l_{i,t-1}, k_{it}, i_{it}, r_t) = \omega_{it}$. Параметр β_l и функции Φ_t (для $t = \overline{1, T}$) могут быть оценены полупараметрическими методами. Для метода ОР используется аппроксимация полиномиальными рядами для непараметрических функций Φ_t .

Метод ОР является методом контрольной функции. Вместо того, чтобы использовать эндогенные регрессоры, дополнительно включаются регрессоры, которые фиксируют эндогенную часть ошибки – прокси для шоков производительности.

На втором этапе оценивается β_k с полученной на первом шаге оценкой β_l .

Основное отличие метода LP от ОР заключается в том, что в LP используется функция спроса на материалы (m_{it}) вместо инвестиционного спроса (i_{it}). Логарифмическая производственная функция Кобба-Дугласа для метода LP записывается в следующем виде:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \omega_{it} + \varepsilon_{it}. \quad (114)$$

Уравнение инвестиций заменяется на спрос на материалы:

$$m_{it} = f_t(k_{it}, \omega_{it}), \quad (115)$$

где $f(k, \omega)$ – строго возрастающая функция по ω .

В качестве m_{it} могут выступать электричество, топливо или другие материалы. Стоит отметить, что спрос на материалы является статическим в том смысле, что запаздывание $m_{i,t-1}$ не является аргументом этой функции.

Функция спроса на материалы должна быть обратимой в ω_{it} . Особенно важно, что ω_{it} является единственным ненаблюдаемым фактором, входящим в функцию спроса на материалы. В остальном механизм работы LP аналогичен ОР.

Askerberg, Caves, and Frazer (ACF) предлагают альтернативную процедуру оценки, которая позволяет избежать проблем функциональной зависимости, рассмотренных выше. Она также ослабляет некоторые допущения, используемые при применении ОР и LP.

В частности, модель ACF допускает существование экзогенных, коррелированных в остатках, ненаблюдаемых для конкретной фирмы шоков в отношении ненаблюдаемых цен на рабочую силу и капитал (r_{it}^k, r_{it}^l). Кроме того, в общем случае трудовые ресурсы могут иметь динамические эффекты (например, затраты на найм или увольнение). При этом ACF является лишь небольшой адаптацией методологий ОР, LP и, по сути, основан на тех же условиях. Основное различие между подходом ACF и ОР, LP заключается в обратимости функций условного, а не безусловного спроса на факторы производства для контроля над ненаблюдаемой производительностью. Спрос на труд и капитал задается следующим образом:

$$l_{it} = f_l(l_{i,t-1}, k_{it}, \omega_{it}, r_{it}^l), \quad (116)$$

$$i_{it} = f_k(l_{i,t-1}, k_{it}, \omega_{it}, r_{it}^k). \quad (117)$$

Это приводит к тому, что на первом этапе не определяются коэффициенты для переменных факторов производства (например, для труда). Вместо этого все коэффициенты оцениваются на втором этапе. Однако первый этап все равно важен для «вычищения» непередаваемой ошибки из производственной функции.

Идентификация производственной функции: подход Gandhi, Navarro, and Rivers (2016)

Gandhi, Navarro, and Rivers (2016) показали, что использование контрольных переменных не обеспечивает непараметрическую идентификацию, если в модели присутствуют факторы, быстро изменяющиеся во времени. Проблема заключается в том, что материалы и труд, могут быть взаимозаменяемы, а их вариация часто недостаточна для надежной идентификации. Авторы используют следующую модель производственной функции

$$y_t = e^{\omega_t + \varepsilon_t} F_t(k_t, l_t, m_t), \quad (118)$$

где y_t – логарифм выпуска фирмы, l_t – логарифм труда, k_t – логарифм капитала, m_t – логарифм объема материалов, ω_t – ex-ante шоки производительности, ε_t – случайная ошибка (ex-post шоки производительности).

В исследовании вводится концепция информационного множества фирмы $\mathcal{I}_t$, которое включает всю доступную на момент t информацию, используемую для принятия решений о факторах производства. Капитал, труд и материалы представляют собой функции этого множества:

$$k_t = \mathbb{K}(\mathcal{I}_t), \quad l_t = \mathbb{L}(\mathcal{I}_t), \quad m_t = \mathbb{M}(\mathcal{I}_t). \quad (119)$$

Если значение фактора производства x_t принадлежит множеству $\mathcal{I}_t$, то он считается предопределенным – объем фиксируется до наступления периода t . Факторы, не входящие в $\mathcal{I}_t$, являются переменными – значение выбирается в момент принятия решения в текущем периоде.

Фирмы рассматриваются как ценополучатели на рынках продукции (цены P_t) и рынках материалов (промежуточных ресурсов, цены ρ_t). Их поведение описывается как процесс максимизации ожидаемой дисконтированной прибыли при использовании непрерывно дифференцируемой производственной функции. В отличие от подходов, ограниченных одной переменной, данная модель учитывает возможность наличия нескольких ненаблюдаемых факторов, что расширяет аналитические возможности и повышает точность эмпирических оценок.

$$\mathbb{M}(k_t, l_t, m_t) = \operatorname{argmax}_{M_t} P_t \mathbb{E}[F(k_t, l_t, m_t) e^{\omega_t + \varepsilon_t} | \mathcal{I}_t] - \rho_t M_t. \quad (120)$$

Авторы предложили использовать условия первого порядка, вытекающие из оптимизационного поведения фирмы, для решения проблемы идентификации.

$$\rho_t = P_t \frac{\partial F(k_t, l_t, m_t)}{\partial M_t} \mathbb{E}[e^{\varepsilon_t}] e^{\omega_t}, \quad (121)$$

где ρ_t – стоимость материалов, P_t – цена продукции.

Преобразовав, можно исключить производительность ω_t :

$$\ln \frac{\rho_t M_t}{P_t Y_t} = \ln \frac{\partial f(k_t, l_t, m_t)}{\partial m_t} + \ln \mathbb{E}[e^{\varepsilon_t}] - \varepsilon_t, \quad (122)$$

где $f(\dots)$ – это логарифм производственной функции $F(\dots)$.

Таким образом, эластичности факторов можно оценить напрямую, устранив эндогенность и коллинеарность.

Оценка производственных функций на уровне фирм с использованием прокси-переменных в Wooldridge (2009)

Работа Wooldridge (2009) предлагает альтернативный метод оценки производственных функций, основанный на использовании прокси-переменных и обобщенного метода моментов (GMM). Этот метод позволяет учитывать ненаблюдаемую продуктивность без необходимости использования традиционного двухшагового подхода, что делает оценки более точными и эффективными.

В работе рассматривается стандартная производственная функция в логарифмическом виде:

$$y_{it} = \alpha + w_{it}\beta + x_{it}\gamma + \theta_{it} + e_{it}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (123)$$

где y_{it} – ВДС отрасли, w_{it} – труд (занятые), x_{it} – капитал, θ_{it} – совокупная факторная производительность (TFP), e_{it} – шоки.

Ключевая проблема состоит в том, что продуктивность θ_{it} может зависеть от факторов производства, что делает w_{it} эндогенной переменной. Для решения этой проблемы автор использует прокси-переменные, такие как инвестиции или промежуточные ресурсы, предполагая, что продуктивность может быть записана как функция этих переменных:

$$\theta_{it} = g(x_{it}, m_{it}), \quad t = 1, \dots, T, \quad (124)$$

где m_{it} – вектор прокси-переменных (инвестиции у Olley, Pakes (1996), промежуточные товары у Levinsohn, Petrin (2004)).

Далее, исходя из предположения $\mathbb{E}[e_{it} | w_{it}, x_{it}, m_{it}] = 0, t = 1, \dots, T$, получаем регрессионное уравнение

$$\mathbb{E}[y_{it} | w_{it}, x_{it}, m_{it}] = \alpha + w_{it}\beta + x_{it}\gamma + g(x_{it}, m_{it}). \quad (125)$$

Предложенный подход демонстрирует, что методы оценки производственных функций, основанные на прокси-переменных, могут быть естественно реализованы в рамках обобщенного метода моментов (GMM). Использование различных инструментов для разных моментных условий позволяет получить состоятельные оценки параметров, устраняя проблемы, возникающие при двухшаговых процедурах. Такой подход делает возможным

эффективное использование всей доступной информации, корректируя смещение оценок, вызванное эндогенностью факторов производства.

Оценки потенциального выпуска в России методом GMM на основе межотраслевой производственной функции представлены в Приложении G.

12 Модели ценообразования активов для оценки ненаблюдаемых переменных

Распространённой методикой в рамках подхода на основе моделей ценообразования активов является использование динамических моделей временной структуры доходностей (англ. dynamic term structure models, DTSM). Методика базируется на разбивке наблюдаемых спотовых доходностей на ожидания по короткой ставке (англ. short rate) и премии за срочность (англ. term premia). Считается что на горизонте за рамками делового цикла (5-10 лет) участники рынка оценивают, что траектория ключевой ставки сойдётся к равновесному значению. Таким образом, дальний конец кривой доходности (англ. yield curve), очищенный от премии за срочность, можно интерпретировать как рыночную оценку долгосрочной нейтральной ставки. Для этого требуется построить модель, которая извлечёт рыночные ожидания по будущей траектории коротких ставок из наблюдаемой кривой исходя из её исторической динамики.

12.1 Динамические модели срочной структуры процентных ставок Модель Adrian-Crump-Moench (АСМ)

Одной из наиболее распространённых моделей срочной структуры ставок является афинная модель АСМ (Adrian et al. 2013), которая позволяет декомпозировать номинальные кривые доходности на три компонента: премию за срочность (состоящую из двух частей), корректировку на выпуклость и рыночные ожидания номинальной ставки. Поскольку модель не учитывает рыночные инфляционные ожидания, то при переходе от номинальных ставок к реальным в долгосрочной перспективе используется цель по инфляции.

Оценка модели производится в три шага. На первом шаге оценивается VAR(1):

$$X_{t+1} = \mu + \phi X_t + v_{t+1}, \quad v_{t+1}|X \sim N(0, \Sigma) \quad (126)$$

где X_t – вектор состояний в момент t , определяющий поведение кривых доходностей, в работе представлен первыми главными компонентам набора данных доходностей, μ – константа, ϕ – авторегрессионная матрица, v_{t+1} – случайные ошибки модели в момент $t+1$, распределенные нормально с нулевым матожиданием и ковариационной матрицей Σ при условии $X = \{X_0, \dots, X_t\}$. На основе оценённой VAR-модели формируются оценки значений и ковариационной матрицы ошибок – $\hat{V}$ и $\hat{\Sigma}$, соответственно.

На втором этапе производится оценка регрессии:

$$rx = a + \beta' \hat{V} + cX_- + E \quad (127)$$

где $X_- = \{X_0, \dots, X_{T-1}\}$, rx – матрица избыточных доходностей размером N (количество сроков погашения) на T (число наблюдений), a, β, c – оцениваемые коэффициенты, E – случайная ошибка модели с нулевым матожиданием и дисперсией σ^2 . Итогом данного этапа являются оценки $\hat{a}, \hat{\beta}, \hat{c}, \hat{E}, \hat{\sigma}^2$.

На третьем шаге формируются оценки рыночной цены риска $\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1$ (market risk price) в моменты времени 0, 1, соответственно:

$$\hat{\lambda}_0 = \left(\hat{\beta} \hat{\beta}' \right)^{-1} \hat{\beta} \left(\hat{a} + \frac{1}{2} (\hat{\beta} \text{vec}(\hat{\Sigma}) + \hat{\sigma}^2 I_n) \right) \quad (128)$$

$$\hat{\lambda}_1 = \left(\hat{\beta} \hat{\beta}' \right)^{-1} \hat{\beta} \hat{c} \quad (129)$$

λ_t при этом задается в виде аффинной функции:

$$\lambda_t = \Sigma^{-\frac{1}{2}} (\lambda_0 + \lambda_1 X_t) \quad (130)$$

Цена актива $P_t^{(n)}$ и избыточная доходность $rx_t^{(n)}$ со сроком погашения n в момент t формируются следующим образом:

$$\ln P_t^{(n)} = A_n + B_n' X_t + u_t^{(n)} \quad (131)$$

$$rx_{t+1}^{(n-1)} = A_{n-1} + B_{n-1}' X_{t+1} + u_{t+1}^{(n-1)} - A_n - B_n' X_t - u_t^{(n)} + A_1 + B_1' X_t + u_t^{(1)} \quad (132)$$

A_n и B_n – матрицы ценообразующих факторов, которые вычисляются рекурсивно:

$$A_n = A_{n-1} + B_{n-1}' (\mu - \lambda_0) + \frac{1}{2} \left(B_{n-1}' \Sigma B_{n-1} + \sigma^2 \right) - A_1 \quad (133)$$

$$B'_n = B'_{n-1} (\Phi - \lambda_1) - B'_1 \quad (134)$$

$$A_0 = 0; B_0 = 0 \quad (135)$$

Если λ_0 и λ_1 приравнять к нулю, то получатся значения матриц A_n^{RF} и B_n^{RF} , на основе которых вычисляются риск-нейтральные доходности $r_{n,t}^{RF}$ со сроком погашения n в момент t :

$$r_{n,t}^{RF} = -\frac{1}{n}(A_n^{RF} + B_n^{RF} X_t) \quad (136)$$

Премия за срочность в данном случае может быть вычислена как разница между фактическими и риск-нейтральными доходностями для каждого срока погашения.

Оценки нейтральной ставки в России с помощью модели срочной структуры процентных ставок АСМ представлены в Приложении N.

12.2 Стилизованные факты о процентных ставках на российском финансовом рынке

Далее рассмотрим эмпирические свидетельства, благодаря которым можно предполагать, что рост последних лет долгосрочных номинальных ставок в России может свидетельствовать о переоценке рынком долгосрочной нейтральной реальной ставки.

Номинальные ставки

Номинальная безрисковая ставка — это ставка и/или доходность по инструменту, при вложении в который участники рынка не несут кредитного риска и риска ликвидности, при этом все еще остаются подвержены процентному риску. На российском финансовом рынке в качестве безрисковых инструментов рассматриваются ОФЗ и IRS, то есть процентные свопы. Процентный своп можно рассматривать в качестве альтернативы ОФЗ, и на эффективном рынке ставки IRS и доходности ОФЗ близки. В реальности существуют отличия, связанные с дополнительной выгодой отдельных участников держать на балансе ОФЗ, включая:

- улучшение НКЛ;
- возможность переместить в инвестиционный портфель, избежав рыночного риска;
- положительный спред ОФЗ-IRS, то есть своп-спред, на длинных сроках, так как одними из основных покупателей долгосрочных ОФЗ являются нерезиденты, для которых кредитный риск по российским ценным бумагам отличен от нуля.

Учитывая наличие особенностей, несколько искажающих кривую доходности ОФЗ, для дальнейшего анализа будем использовать IRS на ключевую ставку Банка России. На конец 2024 года форвардный IRS 10Y на ключевую ставку вырос на 500-600 б.п. относительно уровней 2021 года. Динамика ставок IRS отражала фактический рост ключевой ставки, а также ожидания рынка относительно ее дальнейшей траектории.

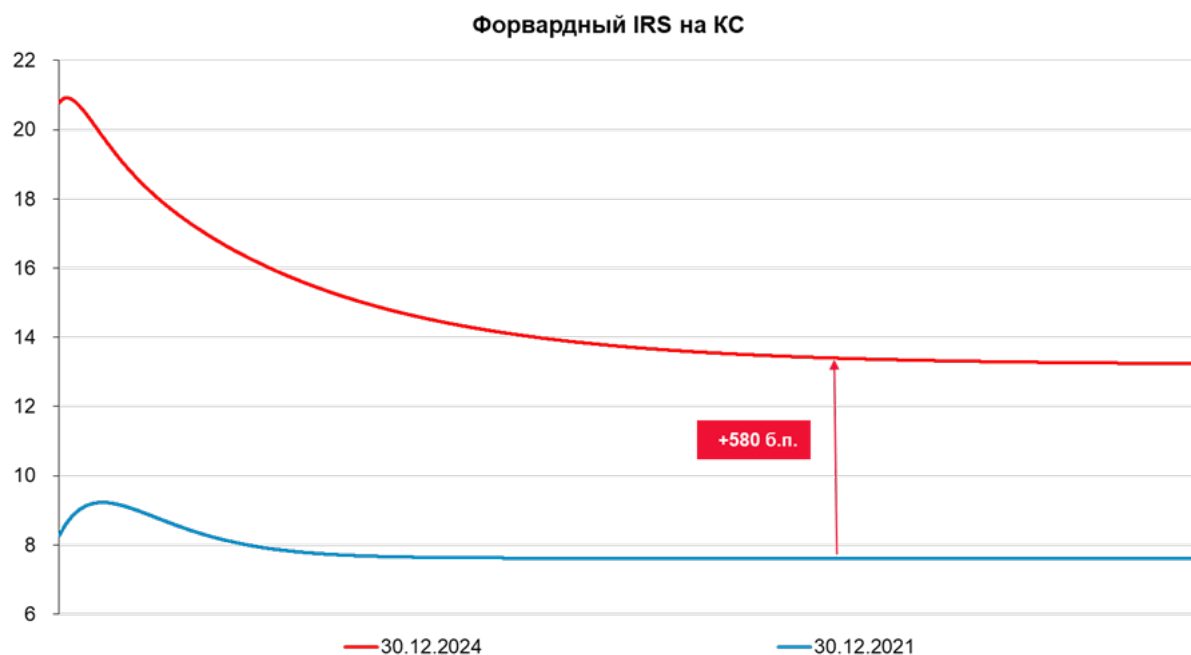


Рис. 48: Рост форвардных ставок IRS на ключевую ставку.

Премия за риск

Риск-премия – это дополнительная доходность, которую участники рынка ожидают получить при инвестировании в активы с повышенным риском по сравнению с безрисковой ставкой. Существуют различные виды риск-премии – на акционерный капитал, за риск ликвидности, за кредитный и страновой (суверенный) риски. Две последние поправки на риск имеют наибольшее значение для определения диапазона нейтральной ставки. Для развитых экономик страновая риск-премия близка к нулю, поэтому де-факто действует в одном направлении с премией за кредитный риск. Опасения относительно перспектив развития мировой экономики приводят к расширению кредитных спредов, падению склонности к риску у инвесторов и притоку капитала в мировые защитные активы. Как результат, нейтральная ставка снижается. Для стран с развивающейся экономикой кредитная и страновая премии могут действовать в разном направлении. Например, с одной стороны, расширение кредитных спредов провоцирует рост ставок для конечных заемщиков, снижение кредитной активности и ужесточение денежно-кредитных условий (ДКУ), что оказывает понижающее давление на нейтральную ставку. С другой стороны, увеличение страновой риск-премии снижает привлекательность инвестиций в страну, увеличивая отток капитала и ослабляя курс национальной валюты. Это повышает стоимость капитала для страны, что в свою очередь способствует росту нейтральной ставки.

Рассмотрим изменения кредитной риск-премии для России с помощью анализа динамики кредитных спредов.

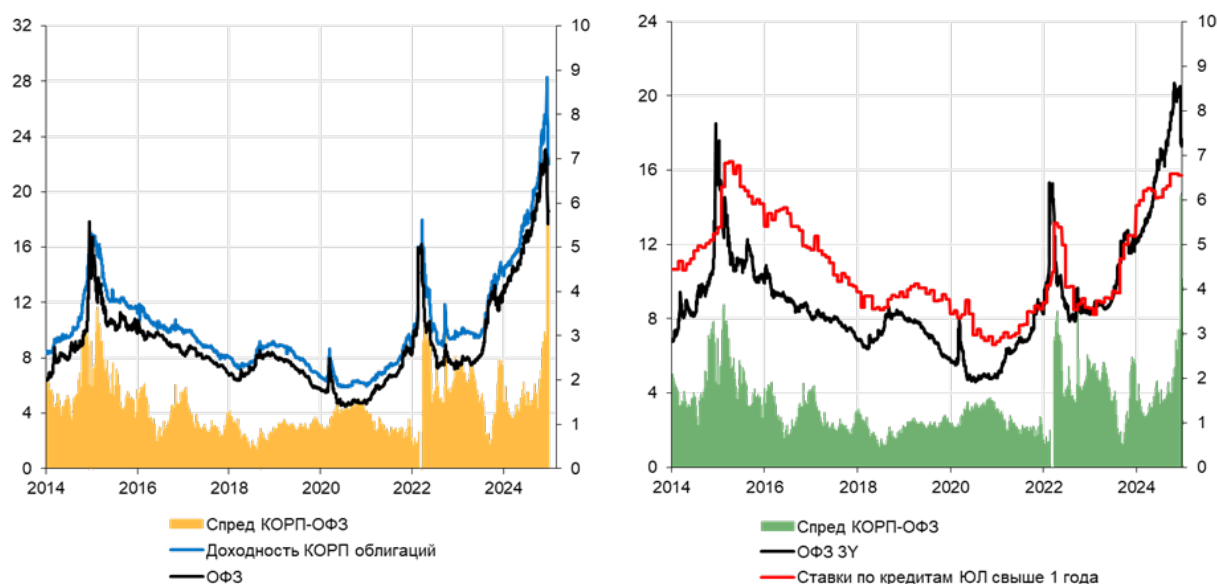


Рис. 49: Динамика кредитных спредов.

На графиках видно, что с конца 2021 года спред доходностей корпоративных облигаций к ОФЗ существенно вырос (+100 б.п.). При этом рост премии кредитных ставок к ОФЗ демонстрировал еще более заметный рост (+700 б.п.). Суммарный эффект от изменений в кредитном риске составил около 800 б.п.

Изменения страновой риск-премии могут быть проанализированы с помощью альтернативных индикаторов в виду отсутствия CDS для России.

Во-первых, это длинные форвардные ставки в ОФЗ, которые отражают совокупное изменение премии за риск и уровня ожиданий рынком нейтральной ставки.



Рис. 50: Соотношение динамики форвардной доходности и CDS.

До обострения геополитической напряженности в 2022 году суверенная риск-премия составляла около 100 б.п., но после резко возросла. С конца 2021 года российская риск-премия увеличилась на 400-500 б.п.

Во-вторых, оценка страновой премии за риск может осуществляться через динамику вмененной волатильности рубля на валютном рынке, которая исторически имеет высокую корреляцию с CDS из-за повышенного спроса на иностранную валюту во время кризиса и высокой неопределенности.

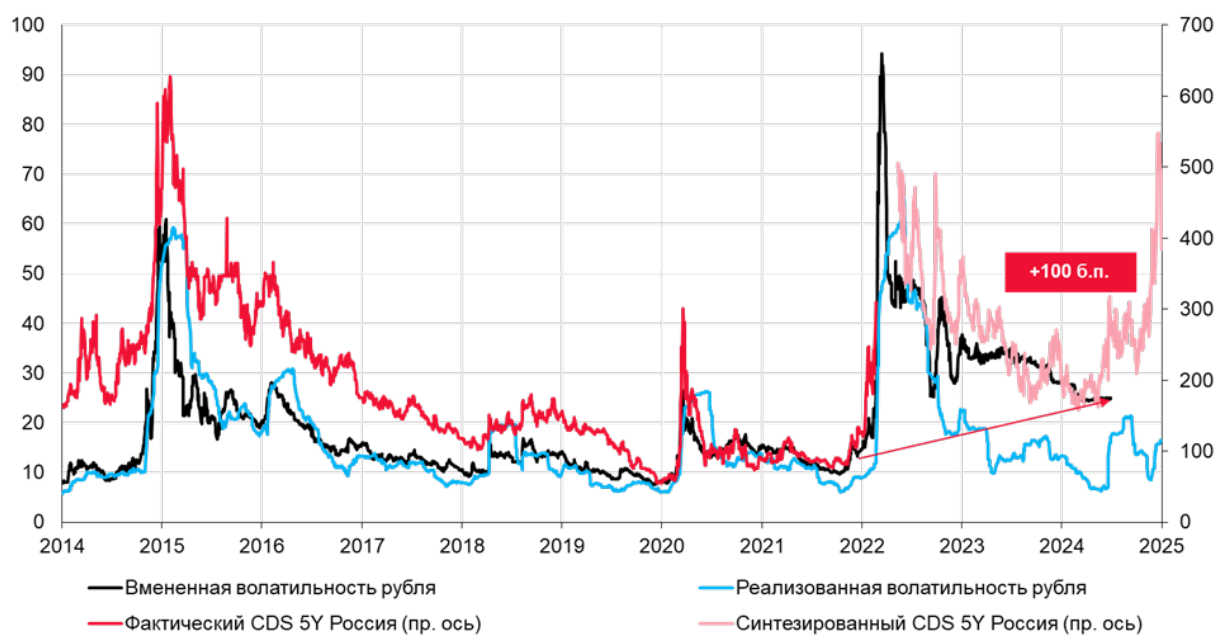


Рис. 51: Соотношение динамики вмененной волатильности рубля и CDS.

Текущий уровень страновой риск-премии согласно вмененной волатильности составляет около 200 б.п. (+100 б.п. к докризисному уровню).

Еще одним индикатором страновой риск-премии является спред доходностей корпоративных облигаций к ОФЗ, который демонстрирует уровень кредитных рисков корпоративных заемщиков, но не отражает все риски экономики. Текущая оценка суверенного риска для России по данной методике – около 200 б.п. (+100 б.п. к докризисному уровню).

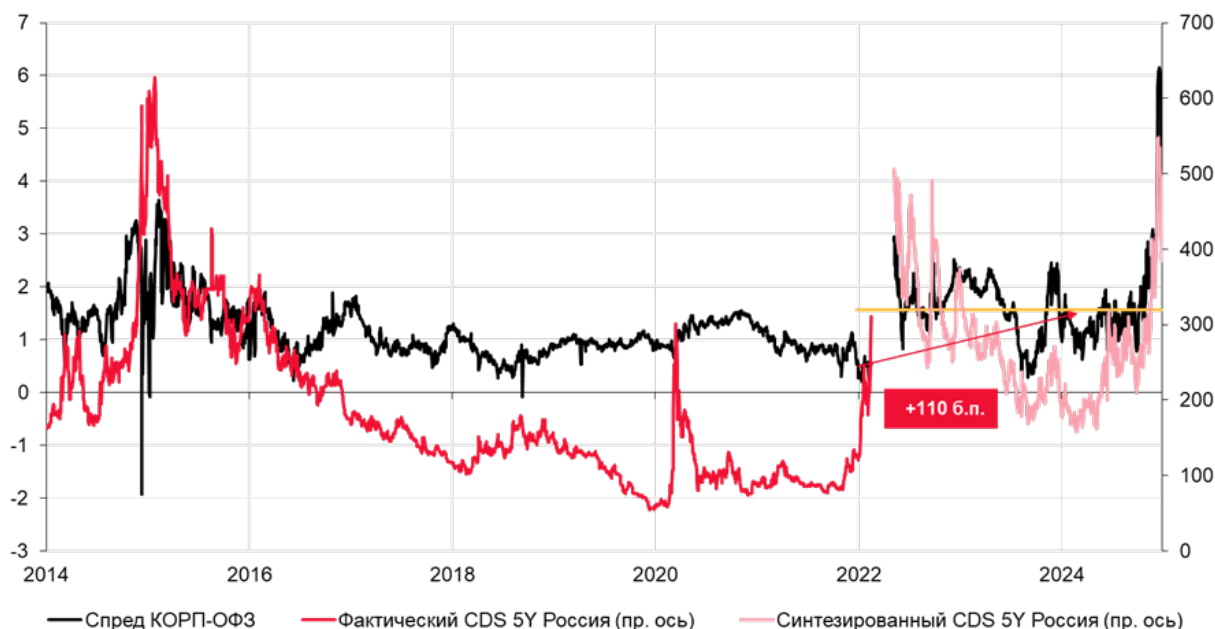


Рис. 52: Соотношение динамики спреда доходностей корпоративных облигаций к ОФЗ и CDS.

Иным подходом к анализу текущей риск-премии можно считать спред доходностей российских еврооблигаций к UST, который составляет на текущий момент около 300 б.п.

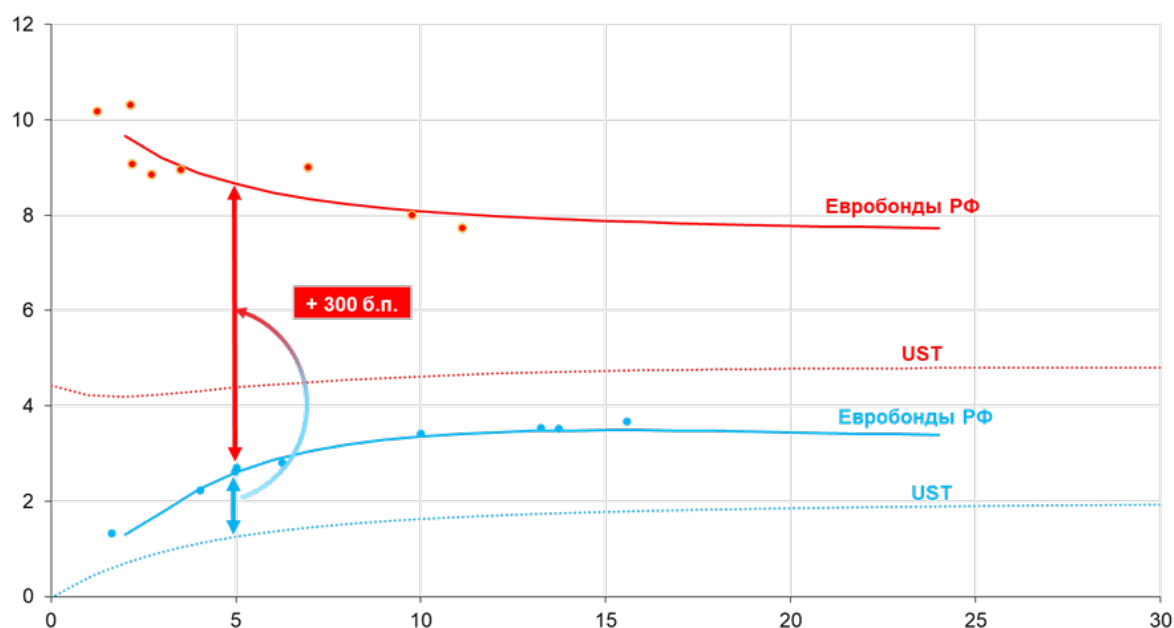


Рис. 53: Рост спреда доходностей российских еврооблигаций к UST.

В среднем изменения CDS за период с конца 2021 года оцениваем в размере 300 б.п.

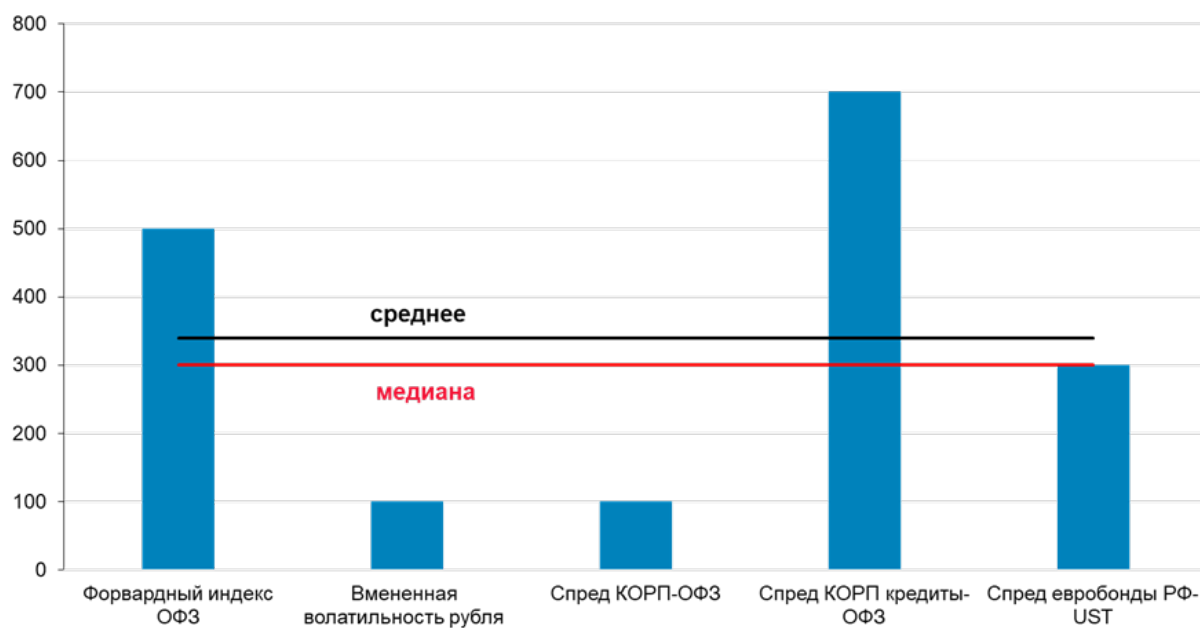


Рис. 54: Сравнение различных прокси на премию за суверенный риск в России.

Инфляционные ожидания

Способность центрального банка достигать стабильно низкой инфляции тесно связана с заякоренностью долгосрочных инфляционных ожиданий на цели по инфляции. Степень заякоренности инфляционных ожиданий позволяет оценить доверие экономических агентов к проводимой денежно-кредитной политике. Это особенно важно для центральных банков стран с развивающейся экономикой, которым присущи более выраженные бизнес-циклы.

Оценка рыночных инфляционных ожиданий осуществляется на базе доходностей номинальных и реальных безрисковых активов; рассчитывается как разность между доходностью ОФЗ-ИН и ОФЗ-ПД, имеющих аналогичный период обращения, с поправкой на лаг в индексации облигаций и сезонность инфляции.

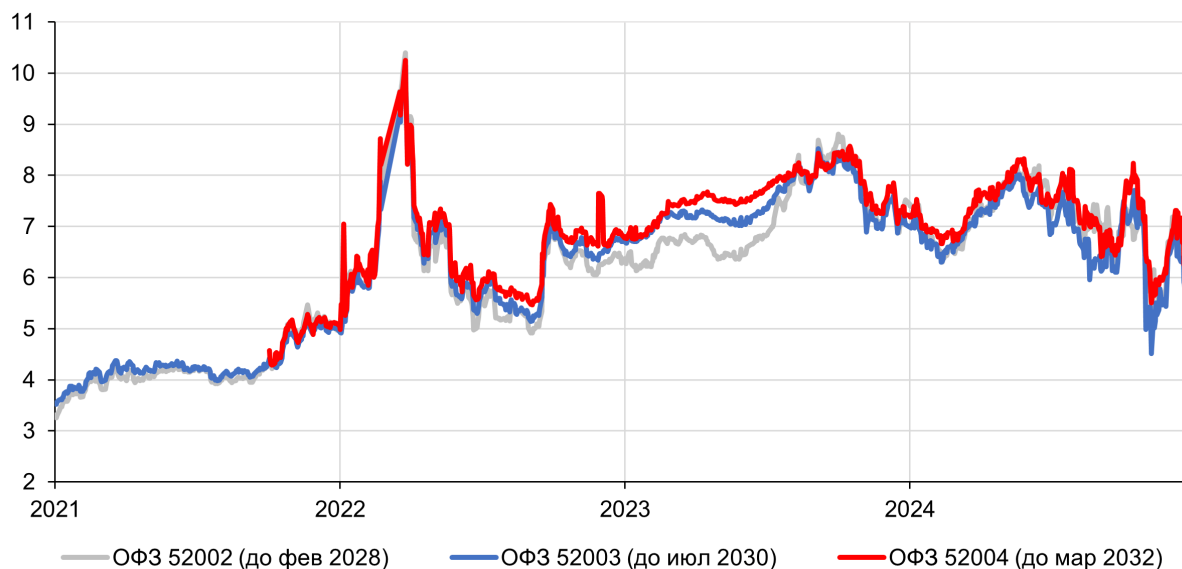


Рис. 55: Динамика инфляционных ожиданий.

С конца 2021 по конец 2024 года инфляционные ожидания из ОФЗ-ИН (дата погашения 2032 г.) выросли примерно на 100 б.п.

Долгосрочная нейтральная реальная ставка

Рост форвардных номинальных долгосрочных ставок на 600 б.п. с ростом оценки премии за риск на 300 б.п. дают оценку роста ожидаемых краткосрочных номинальных ставок на 300 б.п. Как итог, с ростом долгосрочных инфляционных ожиданий на 100 б.п., получаем что долгосрочные ожидания будущей краткосрочной реальной (т.е. нейтральной) ставки за период с конца 2021 по конец 2024 года могли вырасти на 200 б.п.

Стоит заметить, что данный анализ стилизованных фактов относительно роста нейтральной ставки не учитывает потенциальный рост премий за инфляционные риски и ликвидность.

13 Непрямые и немодельные методы оценки ненаблюдаемых переменных

Когда создание модели для прямой оценки ненаблюдаемой переменной затруднительно или высок риск модельной ошибки, на помощь могут прийти альтернативные методы оценки. К ним можно отнести опросы экспертного сообщества и декомпозицию готовых оценок интересующих величин для других стран на факторы с последующим переносом оценённых зависимостей на нашу почву. Во втором случае из отечественных рядов нам потребуются только отечественные аналоги наблюдаемых переменных, которые были способны объяснить динамику ненаблюдаемых переменных в других странах.

13.1 Непрямые методы оценки

Непрямые методы подразумевают, что мы можем взять существующие в литературе оценки нейтральной ставки и потенциала для других экономик и посчитать на их основе соответствующие траектории для нашей экономики, подставляя в панельные регрессии соответствующие российские фундаментальные факторы.

Например, в World Economic Outlook (апрель 2014) МВФ, в работах Hamilton et al. (2016), Desroches and Francis (2007), Orr et al. (1995), Borio et al. (2017) и других авторы исследуют долгосрочные тренды процентных ставок в развитых и развивающихся странах, так или иначе соотнося их со снижением инфляции и инфляционных ожиданий, ростом сбережений, динамикой инвестиционного спроса, трендами в демографии, параметрами бюджетной политики.

Таблица 14: Факторы, влияющие на реальные нейтральные ставки

Категория факторов	Драйверы
Демография	Старение населения, рост сбережений, снижение инвестиций
Рост производительности	Замедление технологического прогресса, снижение инвестиционного спроса
Сбережения	Избыток сбережений в Азии и нефтеэкспортирующих странах
Неравенство доходов	Рост неравенства, увеличение сбережений у богатых
Финансовое регулирование	Базель III, рост спроса на гособлигации

13.2 Опросы как источник оценок

Другим методом косвенной оценки ненаблюдаемых величин могут служить опросные данные. Так, макроэкономический опрос – регулярный опрос, который проводится Банком России среди ведущих российских и зарубежных аналитиков. Впервые ЦБ опубликовал результаты макроэкономического опроса 3 июня 2021 года и продолжает размещать его результаты накануне каждой «недели тишины», предшествующей заседанию Совета директоров Банка России по ключевой ставке. Обычно в опросе принимают участие несколько десятков экспертов.

Опрос включает себя вопросы относительно таких показателей, как: ИПЦ, ключевая ставка, ВВП, уровень безработицы, номинальная заработная плата, баланс консолидированного бюджета, экспорт и импорт товаров и услуг, валютный курс, цена на нефть на ближайшие 3 года, а также **номинальная нейтральная ключевая ставка и долгосрочный рост ВВП за горизонтом текущего делового цикла**.

Из консенсуса экспертов по номинальной нейтральной ставке можно получить оценку реальной долгосрочной нейтральной ставки вычтя из неё цель по инфляции.⁴⁵ К недостаткам этих оценок можно отнести то, что они активно перестраиваются вслед за объявлением публичных оценок нейтральной ставки ЦБ.

Консенсус экспертов по долгосрочному росту ВВП можно интерпретировать как долгосрочный потенциальный рост при условии, что на горизонте прогноза потенциала экономика движется по траектории сбалансированного роста. Однако в условиях больших персистентных шоков, структурных сдвигов, структурной неопределённости и ожиданий участниками опроса будущих шоков на прогнозном горизонте, которые будут препятствовать выходу экономики на свой потенциальный уровень на горизонте опроса, использование этого показателя в качестве прокси для потенциала может быть некорректным, ведь в таких условиях экономика может существовать несколько лет с уровнем выпуска, существенно отличающимся от потенциала.

⁴⁵Так как речь идёт о долгосрочных величинах, то предположение о равенстве инфляционных ожиданий цели по инфляции выглядит вполне разумно.

Консенсусные оценки ненаблюдаемых переменных на основе опросов несут в себе риски того, что опрошенные эксперты могут давать разные определения самим этим величинам, а также закладывать разные сценарии (например относительно фискальной политики на длинном горизонте), которые – особенно в условиях структурной трансформации – могут приводить к различным взглядам на перспективы экономики, в том числе и на долгосрочное равновесие.

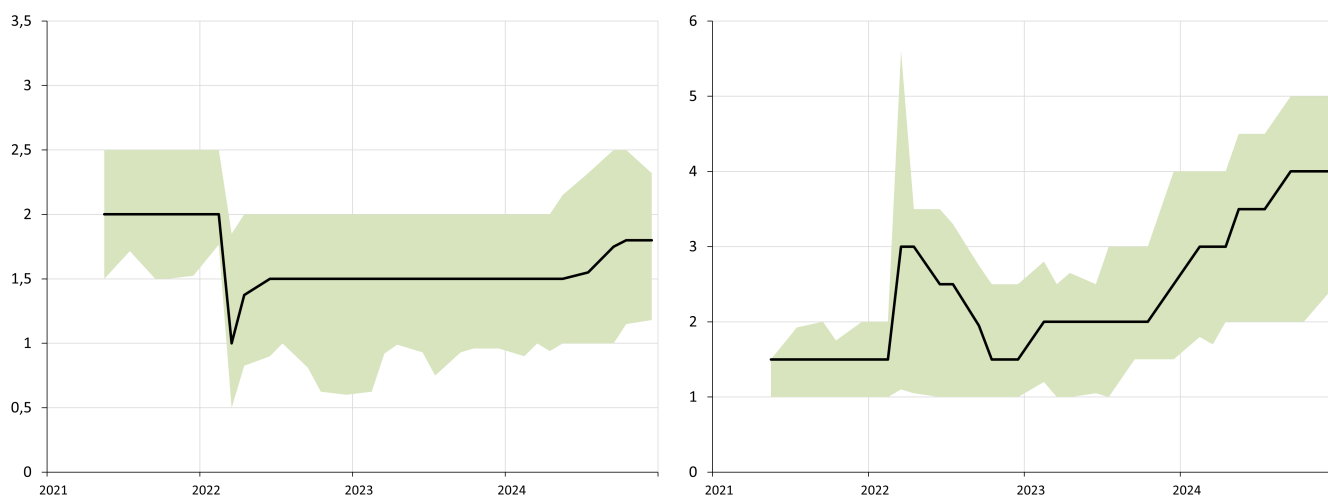


Рис. 56: Оценки долгосрочных темпов роста выпуска (слева) и долгосрочной реальной нейтральной ставки (справа) из макроэкономического опроса (медиана и 10-90% разброс).

Список литературы

- Akerberg, Daniel и др. (2007). “Econometric Tools for Analyzing Market Outcomes”. В: *Handbook of Econometrics*. Под ред. James J. Heckman и Edward Leamer. Т. 6А. North-Holland Press. Гл. 63.
- Akerberg, Daniel A., Kevin Caves и Garth Frazer (2015). “Identification Properties of Recent Production Function Estimators”. В: *Econometrica* 83.6, с. 2411—2451.
- Adam, Klaus и Michael Woodford (2012). “Robustly optimal monetary policy in a microfounded New Keynesian model”. В: *Journal of Monetary Economics* 59.5, с. 468—487.
- (2021). “Robustly optimal monetary policy in a new Keynesian model with housing”. В: *Journal of Economic Theory* 198.
- Adjalala, Frida и др. (2024a). “Assessing the US and Canadian neutral rates: 2024 update”. В: *Staff Analytical Notes* 2024-9.
- (2024b). *Assessing the US and Canadian neutral rates: 2024 update*. Staff Analytical Notes 2024-9. Bank of Canada.
- Adjemian, S., H. Bastani и др. (2023). “Dynare Reference Manual, Version 5”. В: *Dynare Working Papers* 72.
- Adjemian, S., M. Juillard и др. (2024). “Dynare: Reference Manual, Version 6”. В: *Dynare Working Papers* 80.
- Adrian, Tobias, Richard K. Crump и Emanuel Moench (2013). “Pricing the term structure with linear regressions”. В: *Journal of Financial Economics* 110.1, с. 110—138.
- Aghion, Philippe и Peter Howitt (2009). *The Economics of Growth*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Aguirregabiria, Victor (2018). *Empirical Industrial Organization: Models, Methods, and Applications*.
- Altman, E. и H. A. Rijken (2011). “Toward a bottom-up approach to assessing sovereign default risk”. В: *Journal of Applied Corporate Finance* 23.1, с. 20—31.
- Álvarez, F. F. (2021). “Long Term Neutral Real Interest Rate for Honduras”. В: *Joint Research Program Central Bank Researchers Network, CEMLA*.
- Álvarez, Luis J. и Ana Gómez-Loscos (2017). “A Menu on Output Gap Estimation Methods”. В: 1720.
- Amato, Jeffery D. (2005). *The role of the natural rate of interest in monetary policy*. BIS Working Papers 171. Bank for International Settlements.
- Andrle, Michal (2013). “Understanding DSGE Filters in Forecasting and Policy Analysis”. В: 13/98.
- Archibald, Joanne и Leni Hunter (сент. 2001). “What is the neutral real interest rate, and how can we use it?” В: *Reserve Bank of New Zealand Bulletin* 64.
- Arias, Agustín, Guillermo Carlomagno и др. (2022). *Estimaciones de la tasa de interés real natural*. Исп. Тех. отч. URL: https://www.bcentral.cl/documents/33528/3909352/Minutas_citadas_en_el_IPoM_diciembre_2022.pdf.
- Arias, Agustín, Jorge Fornero и др. (2023). *Tasa de Política Monetaria Neutral*. Исп. Тех. отч. URL: <https://www.bcentral.cl/documents/33528/5029327/Minutas-citadas-en-el-IPoM-de-diciembre-2023.pdf>.
- Armeliu, H., M. Solberger и E. Spånberg (2018). “Is the Swedish neutral interest rate affected by international developments?” В: *Sveriges Riksbank Economic Review* 1.
- Bailey, Andrew John и др. (2022). “Structural change, global R* and the missing-investment puzzle”. В: *Bank of England Working Paper* 997.
- Ball, L., D. Leigh и P. Loungani (2017). “Okun’s Law: Fit at 50?” В: *Journal of Money, Credit and Banking* 49.7, с. 1413—1441.
- Ball, Laurence (2009). “Hysteresis in Unemployment: Old and New Evidence”. В: 14818.
- Barkema, Jelle, Tryggvi Gudmundsson и Mico Mrkaic (2020). *What Do We Talk About When We Talk About Output Gaps?* IMF Working Papers 2020/259. International Monetary Fund.

- Barsky, Robert, Alejandro Justiniano и Leonardo Melosi (2014). “The Natural Rate of Interest and Its Usefulness for Monetary Policy”. В: *American Economic Review* 104.5, с. 37—43.
- Bauducco, Sofia и др. (2022). *PIB Tendencial y Potencial*. Исп. Тех. отч. URL: https://www.bcentral.cl/documents/33528/3909352/Minutas_citadas_en_el_IPoM_diciembre_2022.pdf.
- Baxter, M. и R. G. King (1999). “Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters For Economic Time Series”. В: *The Review of Economics and Statistics* 81.4, с. 575—593.
- Baxter, Marianne и Robert G. King (1993). “Fiscal Policy in General Equilibrium”. В: *American Economic Review* 83.3, с. 315—334.
- Benati, L. (2001). “Some Empirical Evidence on the ‘Discouraged Worker’ Effect”. В: *Economic Letters* 70, с. 387—395.
- Benes, J. и др. (2010). “Estimating Potential Output with a Multivariate Filter”. В: 10/285.
- Bernanke, Ben S. (2005). “The Global Saving Glut and the U.S. Current Account Deficit”. В: *Federal Reserve Board Speech*.
- Bersch, Julia и Tara M. Sinclair (2011). “Mongolia: Measuring the Output Gap”. В.
- Beveridge, Stephen и Charles R. Nelson (1981). “A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’”. В: *Journal of Monetary Economics* 7.2, с. 151—174.
- Beyer, Robert C. M. и Luis Brandao-Marques (2025). *Real Equilibrium Interest Rates in the Euro Area*. IMF Working Paper 2025/123. International Monetary Fund.
- Blagrove, Patrick и др. (2015). “A simple multivariate filter for estimating potential output”. В: WP/15/79.
- Blanchard, Olivier и Jordi Galí (2007). “Real Wage Rigidities and the New Keynesian Model”. В: *Journal of Money, Credit and Banking* 39, с. 35—65.
- Blanchard, Olivier J. и Lawrence H. Summers (1986). “Hysteresis and the European unemployment problem”. В: *NBER Macroeconomics Annual* 1, с. 15—78.
- Blanchard, Olivier Jean и Danny Quah (сент. 1989). “The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances”. В: *American Economic Review* 79.4, с. 655—673.
- Bond, Stephen и John Van Reenen (2007). “Microeconomic Models of Investment and Employment”. В: *Handbook of Econometrics*. Под ред. James Heckman и Edward Leamer. Т. 6A. Amsterdam: North Holland.
- Boone, W. (2000). “Signal extraction for nonstationary time series”. В: *The Annals of Statistics* 12, с. 646—664.
- Bootsma, J. и др. (2020). “2020 US Neutral Rate Assessment”. В: *Bank of Canada Staff Discussion Paper* 2020-12.
- Borio, Claudio (2012). “The financial cycle and macroeconomics: What have we learnt?” В: 395.
- (нояб. 2021). “Navigating by r^* : safe or hazardous?” В: 982.
- Borio, Claudio и Michael Brei (2019). “Bank Intermediation Activity in a Low Interest Rate Environment”. В: *BIS Working Papers* 807.
- Borio, Claudio, Frank Piti Disyatat и Mikael Juselius (2013). *Rethinking potential output: Embedding information about the financial cycle*. BIS Working Papers 404. Bank for International Settlements.
- Borio, Claudio, Piti Disyatat и Mikael Juselius (2017). “Rethinking potential output: Embedding information about the financial cycle”. В: *Oxford Economic Papers* 69.3, с. 655—677.
- Brand, Claus, Noémie Lisack и Falk Mazelis (2024). “Estimates of the natural interest rate for the euro area: an update”. В: *Economic Bulletin Boxes* 1.
- (2025). *Natural rate estimates for the euro area: insights, uncertainties and shortcomings*. Тех. отч. European Central Bank.
- Brasil, Banco Central do (июнь 2023). “Measures of neutral real interest rate in Brazil”. В: *Inflation report*.

- Brooks, S. и A. Gelman (1998). “General Methods for Monitoring Convergence of Iterative Simulations”. B: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7.4, с. 434—455.
- Brooks, S. P. и A. Gelman (1998). “General Methods for Monitoring Convergence of Iterative Simulations”. B: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7.4, с. 434—455.
- Brubakk, L., J. Ellingsen и Ø. Robstad (2018). “Estimates of the neutral rate of interest in Norway”. B: *Norges Bank Staff Memo* 7.
- Burns, Arthur F. и Wesley C. Mitchell (1946). *Measuring Business Cycles*. National Bureau of Economic Research.
- Camba-Mendez, Gonzalo и Diego Rodriguez-Palenzuela (2003). “Assessment Criteria for Output Gap Estimates”. B: *Economic Modelling* 20.3, с. 529—562. DOI: 10.1016/S0264-9993(02)00060-5. URL: [https://doi.org/10.1016/S0264-9993\(02\)00060-5](https://doi.org/10.1016/S0264-9993(02)00060-5).
- Canova, Fabio (2024). “FAQ: How do I estimate the output gap?” B: *The Economic Journal*, ueae072. DOI: 10.1093/ej/ueae072.
- Canova, Fabio и Filippo Ferroni (2022). “Mind the Gap! Stylized Dynamic Facts and Structural Models”. B: *American Economic Journal: Macroeconomics* 14.4, с. 104—135.
- Carter, T. J., X. S. Chen и J. Dorich (2019). “The Neutral Rate in Canada: 2019 Update”. B: *Bank of Canada Staff Analytical Note* 2019-11.
- Carvalho, A. (2023). “The euro area natural interest rate – Estimation and importance for monetary policy”. B: *Banco de Portugal Economic Studies* 9.3.
- Carvalho, Carlos, Andrea Ferrero и Fernanda Nechio (2016). “Demographics and Real Interest Rates: Inspecting the Mechanism”. B: *European Economic Review* 88, с. 208—226.
- Cass, David (1965). “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation”. B: *Review of Economic Studies* 32.3, с. 233—240. DOI: 10.2307/2295827.
- Celik, S. и др. (2023). “Potential Growth: A Global Database”. World Bank Policy Research Working Paper, 10354.
- Cerra, Valerie и Sweta C. Saxena (2000a). “Alternative Methods of Estimating Potential Output and Output Gap: An Application to Sweden”. B.
- (2000b). “Alternative Methods of Estimating Potential Output and Output Gap: An Application to Sweden”. B.
- Cesa-Bianchi, A., R. Harrison и R. Sajedi (окт. 2023). “Global R*”. B: *Staff Working Paper No 990, Bank of England*.
- Charnavoki, V. (2010). “Commodity price shocks and real business cycles in a small commodity-exporting economy”. B: Working Papers.
- Chen, Jiaqian и Lucyna Gornicka (2020). *Measuring Output Gap: Is It Worth Your Time?* IMF Working Paper 2020/024. International Monetary Fund.
- Christiano, L. J. и T. J. Fitzgerald (2003). “The band pass filter”. B: *International Economic Review* 44, с. 435—465.
- Clarida, Richard и Jordi Gali (1994). “Sources of Real Exchange Rate Fluctuations: How Important Are Nominal Shocks?” B: *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 41, с. 1—56. DOI: 10.1016/0167-2231(94)00014-6. URL: [https://doi.org/10.1016/0167-2231\(94\)00014-6](https://doi.org/10.1016/0167-2231(94)00014-6).
- Clarida, Richard, Jordi Gali и Mark Gertler (1999). “The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective”. B: 7147.
- Clark, Peter K. (1987). “The cyclical component of US economic activity”. B: *The Quarterly Journal of Economics* 102.4, с. 797—814.
- Claus, Iris (2000a). “Estimating Potential Output for New Zealand: A Structural VAR Approach”. B: DP2000/03.
- (2000b). “Is the Output Gap a Useful Indicator of Inflation?” B: DP2000/05.
- Coibion, O., Y. Gorodnichenko и M. Ulate (2018). “The Cyclical Sensitivity in Estimates of Potential Output”. B: *Brookings Papers on Economic Activity*.
- Collard, David A. (2011). “Ramsey, saving and the generations”. B: с. 256—273.

- Conway, Paul и Ben Hunt (1997). “Estimating potential output: a semi-structural approach”. В: G97/9.
- Cotis, J.-P., J. Elmeskov и A. Mourougane (2004). “Estimates of potential output benefits and pitfalls from a policy perspective”. В.
- Cuerpo, Carlos, Angel Cuevas и Enrique M Quilis (2018). “Estimating Output Gap: A Beauty Contest Approach”. В: *SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association* 9.3, с. 275—304.
- Cúrdia, Vasco и др. (2015). “Has U.S. monetary policy tracked the efficient interest rate?” В: *Journal of Monetary Economics* 70, с. 72—83.
- Daly, K. и др. (2016). “Sovereign credit views across ceemea”. В.
- Daniélsson, Á., Ó. S. Helgason и S. Thórarinnsson (2016). “Estimating the Natural Interest Rate for Iceland: An Exploratory Study”. В: *Central Bank of Iceland Working Papers* 74.
- Davis, Josh и др. (2024). “Global natural rates in the long run: Postwar macro trends and the market-implied r^* in 10 advanced economies”. В: *Journal of International Economics* 149.C.
- De Loecker, Jan, Jan Eeckhout и Gabriel Unger (2020). “The Rise of Market Power and the Macroeconomic Implications”. В: *The Quarterly Journal of Economics* 135.2, с. 561—644.
- Del Negro, M. и G. Primiceri (2015). “Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy: A Corrigendum”. В: *Review of Economic Studies* 82, с. 1342—1345.
- Del Negro, Marco и др. (2019). “Global Trends in Interest Rates”. В: *Journal of International Economics* 118, с. 248—262.
- Dermoune, A., B. Djehiche и N. Rahmania (2011). “Estimation of the Smoothing Parameters in the HPMV Filter”. В: *Analele Stiintifice Ale Universitatii Al I Cuza Din Iasi-Serie Noua-Matematica* 57.1, с. 61—75.
- Devakos, Tessa и др. (2024). *Potential output in Canada: 2024 assessment*. Staff Analytical Notes 2024-11. Bank of Canada.
- Diebold, Francis X и Roberto S Mariano (1995). “Comparing Predictive Accuracy”. В: *Journal of Business & Economic Statistics* 13.3, с. 253—263.
- Doraszelski, Ulrich и Jordi Jaumandreu (2013). “R&D and Productivity: Estimating Endogenous Productivity”. В: *The Review of Economic Studies* 80.4, с. 1338—1383.
- Doshi, H., K. Jacobs и C. Zurita (2014). “Economic and Financial Determinants of Credit Risk Premiums in the Sovereign CDS Market”. В: Mimeo. URL: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2408742>.
- DuPasquier, C., A. Guay и P. St-Amant (1999). “A Survey of Alternative Methodologies for Estimating Potential Output and the Output Gap”. В: *Journal of Macroeconomics* 21.3, с. 577—595.
- Edge, Rochelle M., Michael T. Kiley и Jean-Philippe Laforte (2007). “Natural Rate Measures in an Estimated DSGE Model of the U.S. Economy”. В: *Finance and Economics Discussion Series* 2007-08.
- Ellis, Luci (2022). *The Neutral Rate: The Pole-star Casts Faint Light*. Keynote Address at Citi Australia & New Zealand Investment Conference.
- Fackler, James S. и W. Douglas MacMillin (1998). “Historical Decompositions of Aggregate Demand and Supply Shocks in a Small Macro Model”. В: *Southern Economic Journal* 64.3, с. 648—664. DOI: 10.2307/1061187. URL: <https://doi.org/10.2307/1061187>.
- Farhi, E. и F. Gourio (2018). “Accounting for Macro-Finance Trends: Market Power, Intangibles, and Risk Premia”. В: *Brookings Papers on Economic Activity*, с. 147—250.
- Festre, Agnes (2006). “Knut Wicksell and Ludwig von Mises on Money, Interest, and Price Dynamics”. В: *Journal of the History of Economic Thought* 28.3, с. 333—357.
- Flaig, Gebhard (2015). “Why We Should Use High Values for the Smoothing Parameter of the Hodrick-Prescott Filter?” В: *Journal of Economics and Statistics* 235.6, с. 518—538.
- Fuentes, J. Rodrigo, Felipe Gredig и Mauricio Larraín (2007). “Estimating the output gap for Chile”. В: 455.

- Fuentes, R. и F. Gredig (2007). “Estimating the Chilean Natural Rate of Interest”. В: *Central Bank of Chile Working Papers* 448.
- Fuhrer, Jeffrey C. (1997). “Inflation/Output Variance Trade-offs and Optimal Monetary Policy”. В: *Journal of Money, Credit and Banking* 29.2, с. 214—234.
- Fujiwara, S. и др. (2016). “Supplementary Paper Series for the ‘Comprehensive Assessment’ (2): Developments in the Natural Rate of Interest in Japan”. В: *Bank of Japan Review* 2016-E-12.
- Fund, International Monetary (апр. 2015). “Where Are We Headed? Perspectives on Potential Output”. В: *World Economic Outlook*. Гл. 3.
- (2019). “Russian Federation – Staff Report for the 2019 Article IV Consultation”. В.
- Furlanetto, Francesco и др. (февр. 2023). *Norges Bank Output Gap Estimates: Forecasting Properties, Reliability, Cyclical Sensitivity and Hysteresis*. Тек. отч. 1, с. 238—267.
- Gali, Jordi (1992). “How Well Does The IS-LM Model Fit Postwar U. S. Data?” В: *The Quarterly Journal of Economics* 107.2, с. 709—738. DOI: 10.2307/2118477. URL: <https://doi.org/10.2307/2118477>.
- Galí, J. и Т. Monacelli (2005). “Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy”. В: *The Review of Economic Studies* 72.3, с. 707—734.
- Galí, Jordi (2015). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework and Its Applications*. 2-е изд. Economics Books. Second edition. Princeton University Press.
- Gandhi, Amit, Salvador Navarro и David Rivers (2016). “On the Identification of Production Functions: How Heterogeneous is Productivity?” Unpublished manuscript.
- Garcia, A. и I. Kataryniuk (2021). “The Natural Interest Rate in Emerging Economies”. В: *Joint Research Program 2021 XXIII Meeting of the Central Bank Researchers Network*.
- Garnier, Julien и Bjorn-Roger Wilhelmsen (2005). *The Natural Real Interest Rate and the Output Gap in the Euro Area: A Joint Estimation*. Working Paper 2005/14. Norges Bank.
- Giannoni, Marc и Jean Boivin (2008). “Optimal Monetary Policy in a Data-Rich Environment”.
- Giannoni, Marc и Michael Woodford (2004). “Optimal Inflation-Targeting Rules”. В: *The Inflation-Targeting Debate*. NBER Chapters. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Gomez, Victor (2001). “The Use of Butterworth Filters for Trend and Cycle Estimation in Economic Time Series”. В: *Journal of Business & Economic Statistics* 19.3, с. 365—373.
- Grafe, C., S. Grut и L. Rigon (2018). “Neutral Interest Rates in CEEMEA — Moving in Tandem with Global Factors”. В: *Russian Journal of Money and Finance* 77.1, с. 6—25.
- Grant, Angelia L. и Joshua C. C. Chan (2017). “A Bayesian model comparison for trend-cycle decompositions of output”. В: *Journal of Money, Credit and Banking* 49.2-3, с. 525—552.
- Griliches, Zvi и Jacques Mairesse (1998). “Production Functions: The Search for Identification”. В: *Econometrics and Economic Theory in the Twentieth Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium*. Под ред. Steinar Strøm. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Grishchenko, V. и A. Sinyakov (2024). “Demography and equilibrium interest rates: Competing approaches and evidence from Russia”. В: *Journal of the New Economic Association* 62.1, с. 229—239.
- Grossman, G. M., E. Oberfield и E. Helpman (2017). “What Explains the Industrial Revolution in East Asia? Evidence from the Factor Markets”. В: *American Economic Review* 107, с. 1293—1312.
- Hale, T. и др. (2021). “A global panel database of pandemic policies (Oxford COVID-19 Government Response Tracker)”. В: *Nature Human Behaviour* 5, с. 529—538.
- Haltmaier, Jane T. (авг. 1996). “Inflation-adjusted potential output”. В: *Board of Governors of the Federal Reserve System. International Finance Discussion Papers* 561.
- Hamilton, James D. (1985). “Uncovering Financial Market Expectations of Inflation”. В: *Journal of Political Economy* 93.6, с. 1224—1241.
- (2018). “Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter”. В: *The Review of Economics and Statistics* 100.5, с. 831—843.

- Hamilton, James D. и др. (2016). “The Equilibrium Real Funds Rate: Past, Present and Future”. В: *IMF Economic Review* 64.4, с. 660—707. DOI: 10.1057/s41308-016-0015-z.
- Harvey, Andrew C. (1985). “Trends and cycles in macroeconomic time series”. В: *Journal of Business & Economic Statistics* 3.3, с. 216—227.
- Harvey, Andrew C. и Thomas M. Trimbur (2003). “General Model-Based Filters for Extracting Cycles and Trends in Economic Time Series”. В: *The Review of Economics and Statistics* 85.2, с. 244—255.
- Havik, K. и др. (2014). “The Production Function Methodology for Calculating Potential Growth Rates & Output Gaps”. В: *European Economy - Economic Papers* 535.
- Havik, Karel и др. (2014). *The Production Function Methodology for Calculating Potential Growth Rates and Output Gaps*. Тех. отч. 535. Directorate General Economic и Financial Affairs (DG ECFIN), European Commission.
- Hirose, Yasuo и Koichiro Kamada (2003). “A new technique for simultaneous estimation of potential output and the Phillips curve”. В: *Monetary and Economic Studies* 21.2, с. 93—112.
- Hledik, Tibor и Jan Vlcek (2018). *Quantifying the Natural Rate of Interest in a Small Open Economy: The Czech Case*. Working Paper 7. Czech National Bank, Research и Statistics Department.
- Hlédik, T. и J. Vlček (2018). “Quantifying the Natural Rate of Interest in a Small Open Economy – The Czech Case”. В: *Czech National Bank Working Papers* 7.
- Hodrick, Robert J. (2020). “An Exploration of Trend-Cycle Decomposition Methodologies in Simulated Data”. В: w26750.
- Hodrick, Robert J. и Edward C. Prescott (1981). “Post-war U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation”. Working Paper, Carnegie-Mellon University.
- (1997). “Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation”. В: *Journal of Money, Credit and Banking* 29.1, с. 1—16.
- Holston, K., T. Laubach и J. C. Williams (2017). “Measuring the natural rate of interest: International trends and determinants”. В: *Journal of International Economics* 108.S1, с. 59—75.
- (2020). “Adapting the Laubach and Williams and Holston, Laubach, and Williams Models to the COVID-19 Pandemic”. В: *Federal Reserve Bank of New York Staff Note*.
- (2023). “Measuring the Natural Rate of Interest after COVID-19”. В: *Federal Reserve Bank of New York Staff Report* 1063.
- Hsieh, Chang-Tai (2002). “What Explains the Industrial Revolution in East Asia? Evidence from the Factor Markets”. В: *American Economic Review* 92, с. 502—526.
- Isakov, A. и R. Latypov (2019). “The Ibsen Manoeuvre: Yet Another R* Estimate”. В: VTB Capital Research Alert (Very) Technical Brief Series.
- Ivashchenko, Sergey (янв. 2025). *Do We Need Taylor-Type Rules in DSGE?* Working Paper Series 144. Bank of Russia.
- Jian, Mai и Laura Górnicka (2020). “Measuring Output Gap: Is It Worth Your Time?” В.
- Jorgenson, D. (1963). “Capital Theory and Investment Behavior”. В: *The American Economic Review* 53, с. 247—259.
- Jorgenson, D. W. и Z. Griliches (1967). “The Explanation of Productivity Change”. В: *The Review of Economic Studies* 34, с. 249—283.
- Justiniano, Alejandro, Giorgio E. Primiceri и Andrea Tambalotti (анп. 2013). “Is There a Trade-Off between Inflation and Output Stabilization?” В: *American Economic Journal: Macroeconomics* 5.2, с. 1—31. DOI: 10.1257/mac.5.2.1. URL: <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/mac.5.2.1>.
- Kamber, Gunes, James Morley и Benjamin Wong (2018). “Intuitive and reliable estimates of the output gap from a Beveridge-Nelson filter”. В: *Review of Economics and Statistics* 100.3, с. 550—566.
- Kangur, Alvar и др. (2019). *How Informative Are Real Time Output Gap Estimates in Europe?* IMF Working Papers 2019/200. International Monetary Fund.

- Kaplan, Robert S. (2018). *The Neutral Rate of Interest*.
- Karabarbounis, Loukas и Brent Neiman (2014). “The Global Decline of the Labor Share”. B: *Quarterly Journal of Economics* 129.1, с. 61—103.
- Kátay, Gábor, Matthieu Lequien и Laurent Kerdeljué (2020). “Semi-Structural VAR and Unobserved Components Models to Estimate Finance-Neutral Output Gap”. B.
- Kawamoto, Takuji и др. (2017). *Methodology for Estimating Output Gap and Potential Growth Rate: An Update*. Research Papers 17-05-31. Bank of Japan.
- Kaykhusraw, Omar (апр. 2025). “Longer-run equilibrium interest rates: evidence from the United Kingdom”. B: *Economica* 92.366, с. 457—482.
- Kiley, Michael T. (дек. 2020). “The Global Equilibrium Real Interest Rate: Concepts, Estimates, and Challenges”. B: *Annual Review of Financial Economics* 12.1, с. 305—326.
- Kilic Celik, Sinem, Ayhan Kose и Franziska Lieselotte Ohnsorge (2023). “Potential Growth Prospects: Risks, Rewards, and Policies”. B: 10355.
- Kim, Don H. и Jonathan H. Wright (2005). “An arbitrage-free three-factor term structure model and the recent behavior of long-term yields and distant-horizon forward rates”. B: *Finance and Economics Discussion Series* 2005-33.
- Kirker, M. (2008). “Does natural rate variation matter? Evidence from New Zealand”. B: *Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper Series* 17.
- Koopmans, T. C. (1965). “On the Concept of Optimal Economic Growth”. B: с. 225—287.
- Kuboniwa, M. (2011). “Russian Growth Path and TFP Changes in Light of the Estimation of Production Function using Quarterly Data”. B: *RRC Working Paper Series* 30.
- Kuhn, L., F. Ruch и R. Steinbach (2019). “Reaching for the (r)-stars: estimating South Africa’s neutral real interest rate”. B: *South African Reserve Bank Working Papers* 19/01.
- Kuncl, Martin и Dmitry Matveev (2023). “The Canadian Neutral Rate of Interest through the Lens of an Overlapping-Generations Model”. B: *Discussion Papers* 2023-5.
- Kuttner, Kenneth N. (1994). “Estimating Potential Output as A Latent Variable”. B: *Journal of Business and Economic Statistics* 12.3, с. 361—368.
- Kydland, Finn E. и Edward C. Prescott (1982). “Time to Build and Aggregate Fluctuations”. B: *Econometrica* 50.6, с. 1345—1370.
- Larsen, Jens D J и Jack McKeown (2004). *The Informational Content of Empirical Measures of Real Interest Rate and Output Gaps for the United Kingdom*. Working Paper 224. Bank of England.
- Laubach, T. и J. C. Williams (2003). “Measuring the Natural Rate of Interest”. B: *The Review of Economics and Statistics* 85.4, с. 1063—1070.
- Laubach, Thomas и John C. Williams (2017). “Measuring the Natural Rate of Interest: International Trends and Determinants”. B: *Journal of International Economics* 108, S59—S75.
- Laxton, D. и R. Tetlow (1992). “A Simple Multivariate Filter for the Measurement of Potential Output”. B: 59.
- Levinsohn, James и Amil Petrin (2003). “Estimating Production Functions Using Inputs to Control for Unobservables”. B: *The Review of Economic Studies* 70.2, с. 317—341.
- Ljung, Lennart (1999). *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall.
- Lubik, T. и C. Matthes (2015a). “Calculating The Natural Rate of Interest: A Comparison of Two Alternative Approaches”. B: *Richmond Fed Economic Brief*.
- (2015b). “Time-Varying Parameter Vector Autoregressions: Specification, Estimation and An Application”. B: *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly* 101, с. 323—352.
- Magud, Nicolas E. и Evridiki Tsounta (2012). “To Cut or Not to Cut? That is the (Central Bank’s) Question: In Search of the Neutral Interest Rate in Latin America”. B: WP/12/243.
- Mankiw, N. Gregory (2022). “Government Debt and Capital Accumulation in an Era of Low Interest Rates”. B: *NBER Working Papers* 30024.
- Mann, Catherine L. (2025). *The neutral rate of interest – and its relevance for monetary policy*. Speech presented at the Bank of England Bank Watchers’ Conference.

- Maravall, A. и A. Del Rio (2007). “Temporal aggregation, systematic sampling, and the Hodrick-Prescott filter”. В: *Computational Statistics & Data Analysis* 52.2, с. 975—998.
- Martyanova, E. и A. Polbin (2023). “General equilibrium model with the entrepreneurial sector for the Russian economy”. В: *Russian Journal of Economics* 9.2, с. 109—133.
- Matveev, Dmitry, Julien Mc Donald-Guimond и Rodrigo Sekkel (2020). “The neutral rate in Canada: 2020 update”. В: *Bank of Canada, Staff Analytical Note*.
- Mendes, R. R. (2014). “The Neutral Rate of Interest in Canada”. В: *Bank of Canada Discussion Paper* 2014-5.
- Metzler, Lloyd A. (1968). “The Process of International Adjustment under Conditions of Full Employment: A Keynesian View”. В: *Readings in International Economics*. Под ред. Richard E. Caves и Harry G. Johnson. Reprinted from original publication. Homewood, IL: Richard D. Irwin, Inc.
- Meyer, S., P. Ulvedal и E. Wasberg (2022). “The Neutral Real Interest Rate: An Updated View of r^* ”. В: *Norges Bank Staff Memo*.
- Meyer, Sara S., Pål B. Ulvedal и Erik S. Wasberg (2022). *The neutral real interest rate: An updated view of r^** . Staff Memo 7/2022. Norges Bank.
- Michel, J. M. (2021). “Neutral Rate of Interest: The Case of the Dominican Republic”. В: *Joint Research Program Central Bank Researchers Network*.
- Modigliani, Franco и Lucas Papademos (1975). “Targets for Monetary Policy in the Coming Year”. В: *Brookings Papers on Economic Activity* 6.1, с. 141—166.
- Monacelli, Tommaso и Jordi Gali (2005). “Optimal Monetary and Fiscal Policy in a Currency Union”. В: 300.
- Morley, J. C., C. R. Nelson и E. Zivot (2003). “Why are the Beveridge-Nelson and unobserved-components decompositions of GDP so different?” В: *The Review of Economics and Statistics* 85, с. 235—243.
- Morley, James C. (2002a). “A state-space approach to calculating the Beveridge-Nelson decomposition”. В: *Economics Letters* 75.1, с. 123—127.
- (2002b). “A state-space approach to calculating the Beveridge-Nelson decomposition”. В: *Economics Letters* 75.1, с. 123—127.
- Nakano, Shogo, Yu Sugioka и Hiroki Yamamoto (2024). *Recent Developments in Measuring the Natural Rate of Interest*. Working Paper Series 24-E-12. Bank of Japan.
- Negro, Marco Del и др. (2017). “Safety, Liquidity, and the Natural Rate of Interest”. В: 812.
- Neiss, Katharine S. и Edward Nelson (2001). “The real interest rate gap as an inflation indicator”. В: *Bank of England working papers* 130.
- Obstfeld, Maurice (2023). “Natural and Neutral Real Interest Rates: Past and Future”. В: *NBER Working Papers* 31949. Working Paper.
- Okun, Arthur M. (1962). “Potential GNP: Its Measurement and Significance”. В: с. 98—104.
- Oliynyk, Inna, Willem Pieter de Groen и Beatriz Pozo (2020). “European fiscal monitor”. В.
- Olley, G. Steven и Ariel Pakes (1996). “The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry”. В: *Econometrica* 64.6, с. 1263—1297.
- Orr, Adrian, Malcolm Edey и Mike Kennedy (1995). “The determinants of real long-term interest rates: 17 country pooled-time-series evidence”. В: *OECD Economic Studies* 25, с. 1—37.
- Papetti, Andrea (2021). “Demographics and the Natural Real Interest Rate: Historical and Projected Paths for the Euro Area”. В: *Journal of Economic Dynamics and Control* 132. Volume 132(C).
- Pedersen, T. M. (2001). “The Hodrick-Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effect of filters”. В: *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, с. 1081—1101.
- (2002). “Spectral Analysis, Business Cycles, and Filtering of Economic Time Series; With MATLAB Applications”. В: PhD Thesis, Unpublished Manuscript.
- Pedersen, Torben Mark (2001). “The Hodrick-Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effect of filters”. В: *Journal of Economic Dynamics and Control* 25.8, с. 1081—1101.

- Perron, Pierre и Tomoyoshi Wada (2009). “Let’s take a break: Trends and cycles in US real GDP”. B: *Journal of Monetary Economics* 56.6, с. 749—765.
- “Perspectives on global real interest rates” (апр. 2014). B: *IMF World Economic Outlook*. IMF (2014a). International Monetary Fund. Гл. 3.
- Pescatori, Andrea и Jarkko Turunen (нояб. 2016). “Lower for Longer: Neutral Rate in the US”. B: *IMF Economic Review* 64.4, с. 708—731.
- Platzer, Josef, Robin Tietz и Jesper Lindé (июль 2022). “Natural versus neutral rate of interest: Parsing disagreement about future short-term interest rates”. B: *VOXEU*. VOXEU column. URL: <https://cepr.org/voxeu/columns/natural-versus-neutral-rate-interest-parsing-disagreement-about-future-short-term>.
- Pollock, D.S.G. (2008). “IDEOLOG: A Program for Filtering Econometric Data - A Synopsis of Alternative Methods”. B: 08/21.
- Pollock, Stephen (2014). “Econometric Filters”. B: 14/07.
- Porshakov, A. и A. Sinyakov (2019a). “Estimates of the Equilibrium Interest Rate for Russia: Is ‘Navigating by the Stars’ Useful?” B: *Russian Journal of Money and Finance* 78.4, с. 3—47.
- (2019b). “Estimates of the Equilibrium Interest Rate for Russia: Is «Navigating by the Stars» Useful?” B: *Russian Journal of Money and Finance* 78.4, с. 3—47.
- Prescott, Edward C. (1986). “Theory Ahead of Business Cycle Measurement”. B: *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 25, с. 11—44.
- Primiceri, G. (2005). “Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy”. B: *Review of Economic Studies* 72, с. 821—852.
- Proietti, T. и A. Musso (2012). “Growth Accounting for the Euro Area”. B: *Empirical Economics* 43.1, с. 219—244.
- Proietti, T., A. Musso и T. Westermann (2007). “Estimating Potential Output and the Output Gap for the Euro Area: a Model-based Production Function Approach”. B: *Empirical Economics* 33.1.
- Rachel, Lukasz и Thomas Smith (2015). “Secular Drivers of the Global Real Interest Rate”. B: *Discussion Papers* 1605.
- Rachel, Lukasz и Thomas D. Smith (сент. 2017). “Are Low Real Interest Rates Here to Stay?” B: *International Journal of Central Banking* 13.3, с. 1—42.
- Rachel, Lukasz и Lawrence H. Summers (2019). “The Secular Decline in the Natural Rate of Interest: Determinants and Implications for Policy”. B: *NBER Working Paper* 26391.
- Ramsey, F. P. (1928). “A mathematical theory of saving”. B: *The Economic Journal* 38.152, с. 543—559.
- Ravn, M. и H. Uhlig (2002). “On adjusting the HP-filter for the frequency of observations”. B: *Review of Economics and Statistics* 84.2, с. 371—376.
- Roeger, W. (2006). “The Production Function Approach to Calculating Potential Growth and Output Gaps”. EU-Commission: DG ECFIN.
- Roeger, Werner и др. (2019). *Output Gaps and Cyclical Indicators*. European Economy - Discussion Papers 104. Directorate General Economic и Financial Affairs (DG ECFIN), European Commission.
- Romer, D. (2012). *Advanced Macroeconomics*. 4th. McGraw-Hill Education.
- Sajedi, R. и G. Thwaites (2016). “Why Are Real Interest Rates so Low? The Role of the Relative Price of Investment Goods”. B: *IMF Economic Review* 64, с. 635—659.
- Sakarya, Neslihan и Robert M. de Jong (2022). “The Spectral Analysis of the Hodrick–Prescott Filter”. B: *Journal of Time Series Analysis* 43.3, с. 479—489.
- Schmitt-Grohe, Stephanie и Martin Uribe (январь. 2011). “Business Cycles With A Common Trend in Neutral and Investment-Specific Productivity”. B: *Review of Economic Dynamics* 14.1, с. 122—135.
- Seim, Anna (2024). *Neutral interest rate – meaning, limitations and assessment*. Speech at Sveriges Riksbank.

- Shapiro, Matthew D. (1988). "Sources of Business Cycle Fluctuations". В: *NBER Macroeconomics Annual* 3, с. 111—148. DOI: 10.1086/654082. URL: <https://doi.org/10.1086/654082>.
- Smets, Frank и Rafael Wouters (2007). "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach". В: *American Economic Review* 97.3, с. 586—606.
- Solow, R. (1957). "Technical Change and the Aggregate Production Function". В: *Review of Economics and Statistics* 39, с. 312—320.
- Sosunov, K. и O. Zamulin (2006a). "Can Oil Prices Explain the Real Appreciation of the Russian Ruble in 1998-2005?" В: Working Papers.
- (2006b). "The inflationary Consequences of Real Exchange rate Targeting via Accumulation of Reserves". В: BOFIT Discussion Papers.
- Svensson, Lars E.O. (1999). "Inflation Targeting as a Monetary Policy Rule". В: w6790.
- Taylor, J. (1993). "Discretion versus policy rules in practice". В: *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 39, с. 195—214.
- Taylor, John B., ред. (1999). *Monetary Policy Rules*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Tchanturia, Mariam и др. (2024). "Shedding Light on Georgia's Neutral Interest Rate". В: *NBG-PP* 01/2024.
- Toth, M. (2021). "A multivariate unobserved components model to estimate potential output in the euro area: a production function based approach". ECB Working Paper.
- Vegh, Carlos A. (2013). *Open Economy Macroeconomics in Developing Countries*. MIT Press.
- Vetlov, Igor и др. (2011). "Potential output in DSGE models". В: *Working Paper Series* 1351.
- Walsh, Carl E. (2003). "Labor Market Search, Sticky Prices, and Interest Rate Policies". В: 03-9.
- Wang, B. (2019). "Measuring the Natural Rate of Interest of China: A Time Varying Perspective". В: *Economics Letters* 176.C, с. 117—120.
- Wang, B. и Y. Kwan (2021). "Measuring the Natural Rates of Interest of OECD and BRICS Economies: A Time Varying Perspective". В: *Journal of International Money and Finance* 112.C.
- Watson, Mark W. (1986). "Univariate detrending methods with stochastic trends". В: *Journal of Monetary Economics* 18.1, с. 49—75.
- Wicksell, Knut (1898). *Interest and Prices (Geldzins und Güterpreise)*. Jena: Gustav Fischer.
- Woodford, Michael (2003). *Interest and Prices*. Princeton University Press.
- Wooldridge, Jeffrey M. (2009). "On estimating firm-level production functions using proxy variables to control for unobservables". В: *Economics Letters* 104.2, с. 112—114.
- Young, Alwyn (1995). "The Tyranny of Numbers: Confronting the Statistical Reality of the East Asian Growth Experience". В: *Quarterly Journal of Economics* 110, с. 641—680.
- Zandweghe, Willem Van и Jan Gottschalk (2001). "Do Bivariate SVAR Models with Long-Run Identifying Restrictions Yield Reliable Results? The Case of Germany". В: 1068.
- Алехин, Б. И. (2019). "Фискальный дисбаланс и экономический рост России". В: *Финансовая аналитика: проблемы и решения* 12.1, с. 4—22.
- Арженовский, С. В. (2016). "Военные расходы и экономический рост: эконометрические оценки зависимости". В: *Экономический анализ: теория и практика* 9.
- Бабакин, К. (2022). "Разнородность влияния валютного курса рубля на выпуск в региональном разрезе". В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях* 94.
- Бессонов, В. А. и И. Б. Воскобойников (2004). "Изменения совокупной факторной производительности в российской промышленности". В: *Структурные изменения в российской промышленности*. Издательский дом ГУ-ВШЭ, с. 55—90.
- Бессонова, Е. В. (2007). "Оценка эффективности производства российских промышленных предприятий". В: *Прикладная эконометрика* 2.
- Бойко, А. А. и В. В. Кукарцев (2019). "Модель расчета долгосрочного экономического роста России на основе модели Солоу". В: *Интеллектуальные системы в производстве* 17.3, с. 41—47.

- Бородин, А. и др. (2008). “Оценка потенциального выпуска и других ненаблюдаемых переменных в рамках модели трансмиссионного механизма монетарной политики (на примере России)”. В: *Сборник докладов II Международной научно-практической конференции «Проблемы выбора эффективной денежно-кредитной политики в условиях переходной экономики»*, с. 119—143.
- Бородин, А.Д. и др. (2008). “Оценка потенциального выпуска и других ненаблюдаемых переменных в рамках модели трансмиссионного механизма монетарной политики (на примере России)”. В: с. 119—143. URL: <http://www.nbrb.by/eng/publications/research/Conferences/II/11.pdf>.
- Вихарев, П. (в печ.[a]). “Производственная функция: многомерный фильтр для оценки потенциала и разрыва выпуска в России”. В: *Доклады об экономических исследованиях Банка России*.
- (в печ.[b]). “Физический капитал и загрузка мощностей в России: оценка квартальной динамики”. В: *Доклады об экономических исследованиях Банка России*.
- (в печ.[c]). “Физический капитал и загрузка мощностей в России: оценка квартальной динамики”. Доклады об экономических исследованиях Банка России.
- Глазова, А. (2023а). “Оптимальный уровень цели по инфляции, ZLB и равновесная реальная процентная ставка”. В: Исследовательский доклад. URL: https://cbr.ru/StaticHtml/File/146496/research_policy_notes_b_1_2.pdf.
- (2023b). “Оптимальный уровень цели по инфляции, ZLB и равновесная реальная процентная ставка”. В: *Банк России. Исследовательский доклад*.
- Гребенкина, А.М., Н.В. Макеева и Е.В. Синельникова-Мурылева (2021). “Нейтральная ставка процента: анализ и оценка для российской экономики”. В: Working Papers s21101.
- Грищенко, В.О. и А.А. Синяков (2024). “Демография и равновесные процентные ставки: конкурирующие концепции и российский опыт”. В: *Журнал Новой экономической ассоциации* 1 (62), с. 229—239.
- Демиденко, М. и др. (2016). “Система анализа и макроэкономического прогнозирования евразийского экономического союза”. В: *Совместный доклад Евразийской экономической комиссии и Евразийского банка развития*.
- Дробышевский, С.М. и др. (2021). “Оценка реальной нейтральной ставки процента в России в период инфляционного таргетирования”. В: *Вопросы экономики* 9.
- Евдокимова, Т.В. и Г.А. Жирнов (2020). “Ключевая ставка Банка России: в поисках нейтрального уровня”. В: *Экономическое развитие России* 27.1, с. 11—19.
- Жураковский, В., А. Новопашина, Д. Гришин и др. (2024). “Полуструктурная модель экономики Дальневосточного макрорегиона”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях* 127.
- Жураковский, В., А. Новопашина и А. Тарантаев (2021). “Региональная разнородность эффекта переноса валютного курса на инфляцию”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях*.
- Зубарев, А.В. и П.В. Трунин (2017). “Анализ динамики российской экономики с помощью показателя «Разрыв выпуска»”. В: *Проблемы прогнозирования* 2, с. 10—17.
- Изотов, Д. А. (2018). “Влияние внешнеэкономической деятельности на экономический рост регионов России”. В: *Экономика региона* 14.4, с. 1450—1462.
- Казакова, М. и С. Дробышевский (2015). “Декомпозиция темпов роста ВВП России в 1999-2015 гг.” В: *Russian Economic Developments*.
- Каменев, Г. К. и Н. Н. Оленев (2014). “Исследование устойчивости идентификации и прогнозирования российской экономики на модели Рамсея”. В: *Математическое моделирование* 26.9, с. 3—17.

- Коршунов, Д. и А. Нелюбина (2021). “Прогнозирование региональных показателей на основе квартальной прогнозной модели”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях* 87.
- Крепцев, Д. и др. (2016). “Равновесная процентная ставка: оценки для России”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях* 13.
- Крыжановский, О. и А. Зыков (2022). “DEMUR: региональная полуструктурная модель макрорегиона «Урал»”. В: *Деньги и кредит* 81.4, с. 52–85.
- Малаховская, О. и А. Минабутдинов (2013). “Динамическая стохастическая модель общего равновесия экспортоориентированной экономики”. В: *Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа Высшей школы экономики* 4.
- Мичасова, О. В. (2014). “Эмпирический анализ экономического роста и человеческого капитала в регионах России”. В: *Финансовая аналитика: проблемы и решения* 34.
- Нелюбина, А. (2024). “Квартальная прогнозная модель Департамента исследований и прогнозирования”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях*.
- Новак, А. и А. Шульгин (2020). “Денежно-кредитная политика в экономике с региональной неоднородностью: подходы на основе агрегированной и региональной информации”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях*.
- Орлов, А. и А. Шарафутдинов (2024). “Квартальная прогнозная модель России с рынком труда”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях*.
- Орлова, Е.А., Д.Р. Белоусов и Д.И. Галимов (2020). “О модели потенциального ВВП и разрыва выпуска для российской экономики”. В: *Проблемы прогнозирования* 179.2, с. 60–71.
- Полбин, А. (2014). “Эконометрическая оценка структурной макроэкономической модели российской экономики”. В: *Прикладная эконометрика* 33.1, с. 3–29.
- Поршаков, А. и А. Синяков (2019). “Оценки Равновесной Процентной Ставки Для России: Полезна Ли «Навигация По Звездам»?”. В: *Деньги и Кредит* 78, с. 3–47.
- Синельников-Мурылев, С., С. Дробышевский и М. Казакова (2014). “Декомпозиция темпов роста ВВП России в 1999–2014 годах”. В: *Экономическая политика* 5, с. 7–37.
- Синяков, А., А. Ройтман и С. Селезнев (2015). “Динамика потенциального ВВП России после нефтяного шока: роль сильного изменения относительных цен и структурных жесткостей”. В: *Серия докладов об экономических исследованиях* 6. URL: https://cbr.ru/Content/Document/File/16735/wps_6.pdf.
- Стырин, К. (2024). “Трансмиссия денежно-кредитной политики в малой открытой экономике в условиях финансовых и внешнеторговых ограничений”. В: *Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях* 141.
- Ушакова, Ю. и Д. Чернядьев (2017). “Влияние финансового шока на краткосрочные равновесные процентные ставки в России”. В: *Аналитическая записка*. URL: https://cbr.ru/Content/Document/File/27756/analytic_note_171107_dip.pdf.
- Хабибуллин, Р. (Октябрь 2019). “Какие показатели разрывов выпуска и реальной деловой активности позволяют прогнозировать инфляцию в России?” В: *Серия докладов об экономических исследованиях* 50.
- Хабибуллин, Р.А. (2019). “Какие показатели разрывов выпуска и реальной деловой активности позволяют прогнозировать инфляцию в России?” В: *Серия докладов об экономических исследованиях* 50.
- Шарафутдинов, А.Р. (2023). “Разрыв выпуска в российской экономике: оценка на основе многомерного фильтра МВФ”. В: *Экономическое развитие России* 30.4, с. 15–23.
- Шишмакова, Н. С. и В. С. Зуев (2018). “Прогнозирование экономики России с помощью математической модели Солоу”. В.
- Шульгин, А. (2014). “Байесовская оценка DSGE-модели с двумя правилами монетарной политики для России”. В: *Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа Высшей школы экономики* 1.

Шульгин, А. и А. Новак (2025). “MARS: DSGE модель с агентской, региональной и отраслевой неоднородностью”. В: *forthcoming*.

А Неоклассическая модель экзогенного роста

Рассмотрим частный случай неоклассической модели экзогенного долгосрочного роста с нейтральной по Хиксу производственной функцией Кобба-Дугласа следующего вида:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad (\text{A.1})$$

где α — это эластичность выпуска по капиталу (доля капитала в доходе), A_t — совокупная факторная производительность (СФП) (или остаток Солоу), K_t — капитал, а L_t — труд.

С учётом равновесия на рынке капитала и предположений, что, во-первых, темп прироста реальной цены капитала $\frac{\dot{p}_K}{p_K}$ зависит от внешних шоков и при их отсутствии сходится к нулю и, во-вторых, $p_K \equiv 1$ (как часто считают в теоретической литературе), уравнение расчета **среднесрочной нейтральной ставки** можно записать следующим образом:

$$\bar{r}_t = \alpha \left(\frac{Y_t}{K_t} \right) - \delta. \quad (\text{A.2})$$

С учётом того факта, что средний темп прироста капитала можно оценить по его средней производительности (т.е. $g_K = s \left(\frac{Y}{K} \right) - \delta$), уравнение выше можно переписать как:

$$\bar{r}_t = \frac{\alpha}{s} (g_t^K + \delta) - \delta. \quad (\text{A.3})$$

Долгосрочная нейтральная ставка r^* на траектории сбалансированного роста постоянна и после учета того, что долгосрочные темпы прироста g_Y^* и g_K^* одинаковы: $g_Y^* = g_K^* = \frac{g^A}{1-\alpha} + n$, нейтральная ставка может быть выражена следующим образом:

$$r^* = \frac{\alpha}{s} \left(\frac{g^A}{1-\alpha} + n + \delta \right) - \delta, \quad (\text{A.4})$$

где g^A — долгосрочный темп роста СФП.

Исходя из двух основных формул: А.3 — для расчета динамики естественной ставки и А.4 — для расчета устойчивого значения ставки, получаем следующий набор переменных, которые требуется предварительно рассчитать: α , s , g_t^K , δ , n и g^Y , потому что он потребуется для расчета g^A . Для получения оценок каждой из этих переменных существуют различные подходы, как эконометрические, так и статистические. Остановимся подробнее на используемых нами методиках расчета на основе данных статистики.

Для получения эластичности выпуска по капиталу будем использовать обратный расчет через эластичность по труду, которую, в силу предпосылки о совершенной конкуренции, найдем как долю доходов от труда в валовой добавленной стоимости:

$$\alpha_t = \varepsilon_t^K = 1 - \varepsilon_t^L = 1 - \frac{\text{«Оплата труда наёмных работников»}(t)}{\text{ВДС}(t)}. \quad (\text{A.5})$$

Необходимые для этого данные по оплате труда наемных работников и валовой добавленной стоимости (ВДС) содержатся соответственно в «ВВП по источникам доходов» и «Произведенном ВВП» Росстата. Непосредственно значение α , которое используется для расчета среднесрочной и долгосрочной нейтральных ставок, можно рассчитать как среднее за доступную историю: $\alpha = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \alpha_t$.

Норму сбережений s_t тоже можно рассчитать обратным способом из нормы потребления c_t как:

$$s_t = 1 - c_t = 1 - \frac{C_t}{Y_t}, \quad (\text{A.6})$$

где C_t — конечное потребление (включая государственное) в статистике Росстата об «Использованном ВВП». Аналогично α , итоговая величина s рассчитывается как среднее за доступную историю: $s = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s_t$.

Норму амортизации капитала δ_t можно получить сложением показателей выбытия и прокси износа. Последняя оценивается на основе показателя «потребления основного капитала» из СНС. Более подробная информация об оценке амортизации представлена в Приложении О.

В качестве выпуска Y_t используется реальный ВВП в ценах 1997 г. Для показателя труда L_t используется величина совокупного труда в человеко-часах в неделю, рассчитанная через следующую формулу:

$$L_t = N_t \varphi_t (1 - u_t) H_t, \quad (\text{A.7})$$

где N_t — величина экономически активного населения, φ_t — уровень участия в рабочей силе, u_t — уровень безработицы, H_t — количество отработанных часов в неделю на 1 человека.

В качестве переменной капитала используется ряд загруженного капитала в ценах 1997 года, который представляет собой произведение уровня загрузки мощностей на уровень накопленного капитала.⁴⁶ Загрузка мощностей, как уже было сказано, публикуется в рамках опросов предприятий нефинансового сектора (мониторинга предприятий Банка России). Методика расчета капитала представлена в Приложении О. Стационарные (без индекса t) величины n , g^Y и g^K как и в случаях ранее рассчитываются как среднее арифметическое за имеющуюся историю. Долгосрочные темпы роста СФП, g^A , вычисляется по следующей формуле:

$$g^A = g^Y - \alpha g^K - (1 - \alpha)n. \quad (\text{A.8})$$

Прежде чем переходить непосредственно к расчетам, полезно посмотреть, какие значения данных параметров получались для России у других исследователей. Сводная информация представлена в Таблице А.1. По большинству показателей их значения сильно различаются от статьи к статье.

Таблица А.1: Значения параметров в отечественных статьях.

Обозначение	Значения в статьях
α	[Porshakov, Sinyakov, 2019]: 0,35 [Каменев, Оленев, 2014]: 0,1 – 0,9 [Бойко, Кукарцев, 2019]: 0,25 [Шишмакова, Зуев, 2018]: 0,61
δ	[Porshakov, Sinyakov, 2019]: 5% [Каменев, Оленев, 2014]: 5 – 20% [Бойко, Кукарцев, 2019]: 10% [Шишмакова, Зуев, 2018]: 0,1%
s	[Бойко, Кукарцев, 2019]: 30% [Шишмакова, Зуев, 2018]: 23%
n	[Каменев, Оленев, 2014]: 1 – 2% [Бойко, Кукарцев, 2019]: 0,1% [Шишмакова, Зуев, 2018]: 0,7%
g^A	[Бойко, Кукарцев, 2019]: 0,25%

В дополнение необходимо определить, как будет вычисляться переменная g_t^K , используемая для оценки среднесрочной нейтральной ставки. Динамика темпа прироста загруженного капитала за период с 2001 года по 2023 представлена на Рисунке А.1. Поскольку график свидетельствует о достаточно высокой волатильности ряда, для оценки естественной ставки было решено использовать сглаженные экспоненциально взвешенной скользящей средней ряд (Exponentially Weighted Moving Average, EWMA), рассчитанный следующей формулой:

$$g_t^{K, EWMA} = \omega g_t^K + (1 - \omega)g_{t-1}^{K, EWMA}, \quad (\text{A.9})$$

где $\omega = 0,45$. Такой подход позволяет снизить влияние случайных шоков. При этом больший вес уделяется новым данным, а именно за ближайшие 2 года – при таком ω сумма весов двух (на годовой частоте) последних наблюдений составляет 0,7. Сглаженный ряд также отражен на Рисунке А.1 для сравнения, он имеет преимущественно возрастающий характер.

⁴⁶Использование загруженного капитала для расчёта остатков Солоу на российской истории обусловлено наличием явного возрастающего тренда в загрузке мощностей, который необходимо учесть, чтобы остатки Солоу не были необоснованно завышенными. Использование средних исторических темпов роста загруженного капитала для расчёта долгосрочных равновесных темпов роста предполагает, что после выхода уровня загрузки мощностей на стационарный уровень долгосрочные темпы роста (общего, без учёта загрузки) капитала будут компенсировать прекратившийся рост загрузки мощностей.

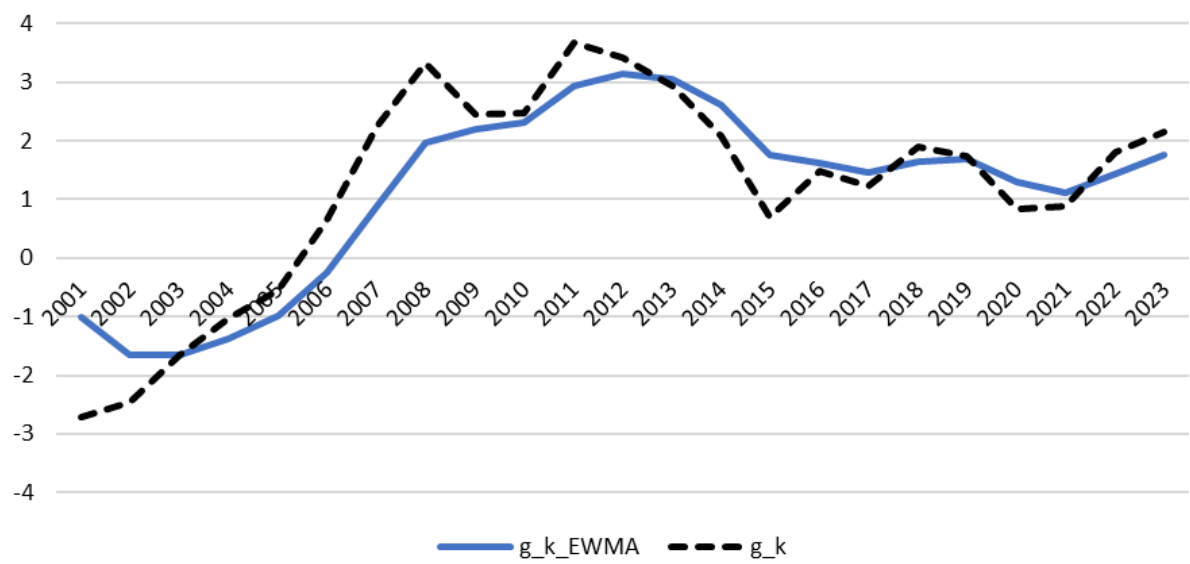


Рис. А.1: Динамика темпа прироста капитала.

Теперь перейдем к расчету средних значений параметров. В нашем случае по итогам 2023 года параметры принимают различные значения в зависимости от используемого периода усредняемых данных, например:

Таблица А.2: Усреднённые значения параметров при использовании разных стартовых точек.

Выборка	α	s	δ	n	g^A
2001-2023 гг.	0,48	33 %	5,39 %	0,60 %	1,64 %
2004-2023 гг.	0,48	32 %	5,35 %	0,56 %	1,12 %
2007-2023 гг.	0,48	32 %	5,42 %	0,39 %	0,30 %

Ключевое отличие при выборе того или иного периода усреднения данных среди данных параметров возникает в динамике остатка Солоу, g^A , – Рисунок А.2 содержит несколько вариаций динамики в зависимости от периода усреднения:

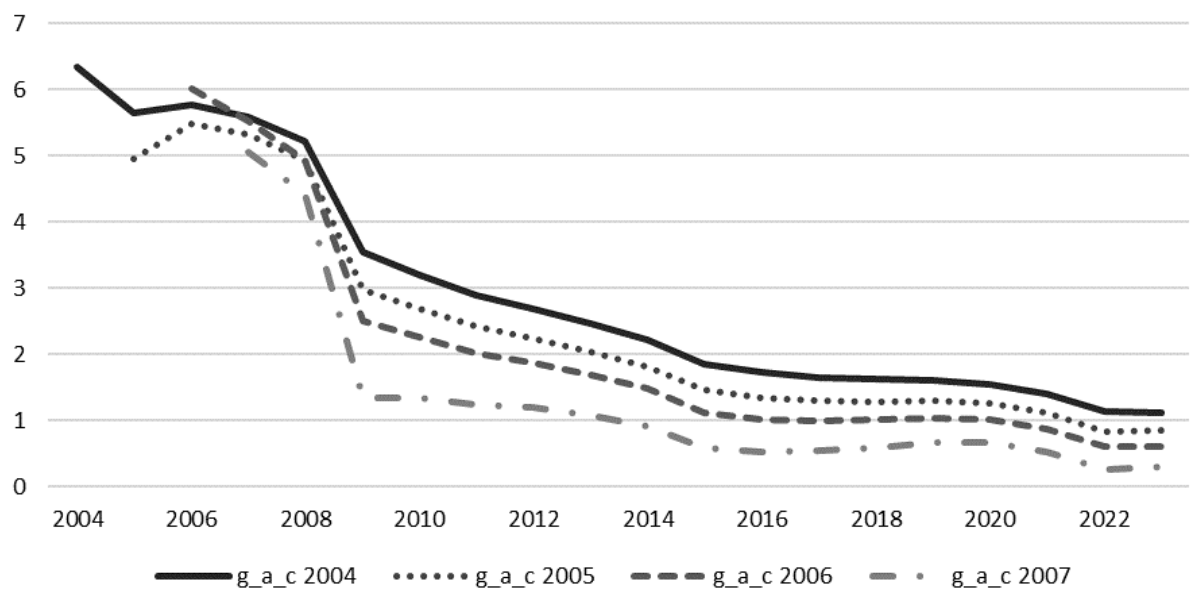


Рис. А.2: Динамика остатка Солоу.

Таким образом, подставляя значения параметров α , s и δ из Таблицы А.2 и сглаженные значения переменной g_t^K в формулу А.3 получаем достаточно схожие ряды односторонней оценки (параметры усредняются на

расширяющемся окне, имитируя поступления новых данных) среднесрочной нейтральной ставки, отраженные на Рисунке А.3.

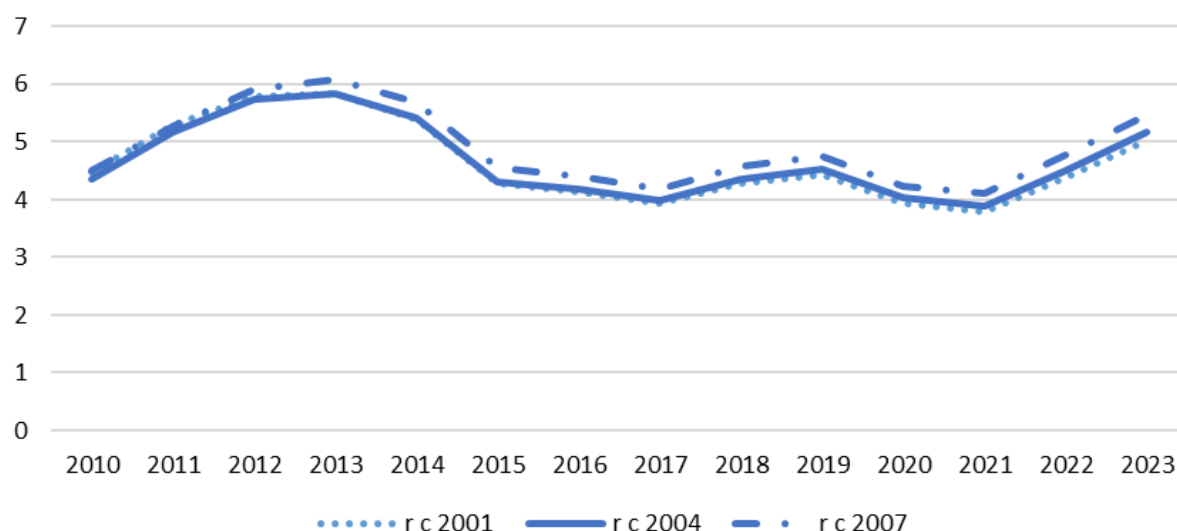


Рис. А.3: Динамика среднесрочной нейтральной ставки.

При подстановке всех значений параметров из Таблицы А.2 в формулу А.4, напротив, получаем сильно отличные ряды односторонней оценки долгосрочной нейтральной ставки (Рисунок А.4).

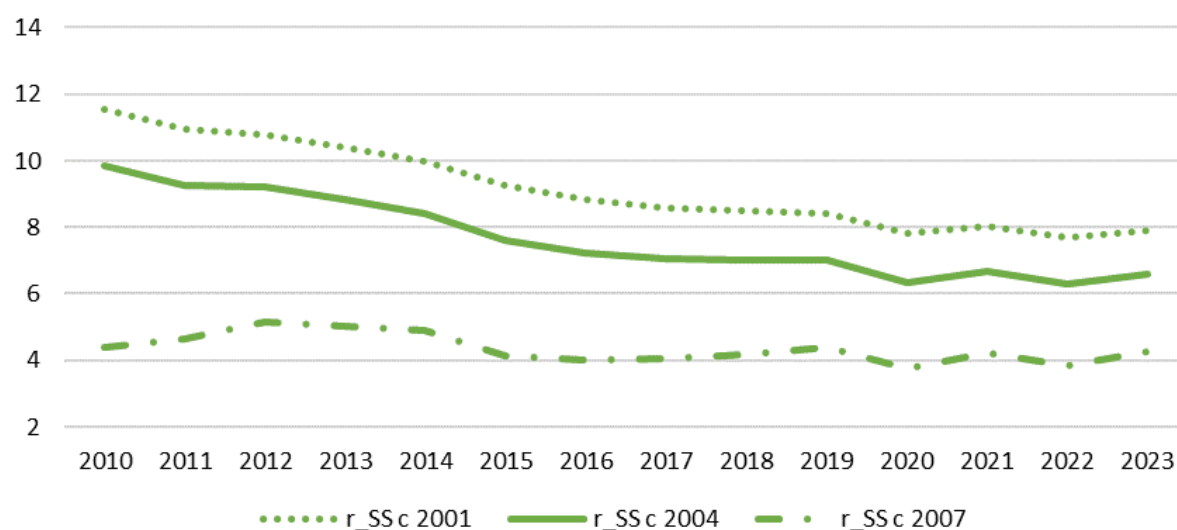


Рис. А.4: Динамика долгосрочной нейтральной ставки.

Это происходит из-за значимых различий в динамике остатка Солоу при выборе того или иного периода усреднения данных, что было отмечено ранее. При этом нет единого правильно варианта «обрезки данных». Однако стоит отметить, что достаточно длительное время в течение 2001–2004 годов темпы прироста капитала были околонулевыми, чего позже не наблюдалось. Учет этих данных при усреднении ряда приводит к сильно заниженным значениям (Рисунок А.5), поэтому лучше использовать для оценок среднесрочной и долгосрочной нейтральных ставок данные не раньше чем с 2004 года.

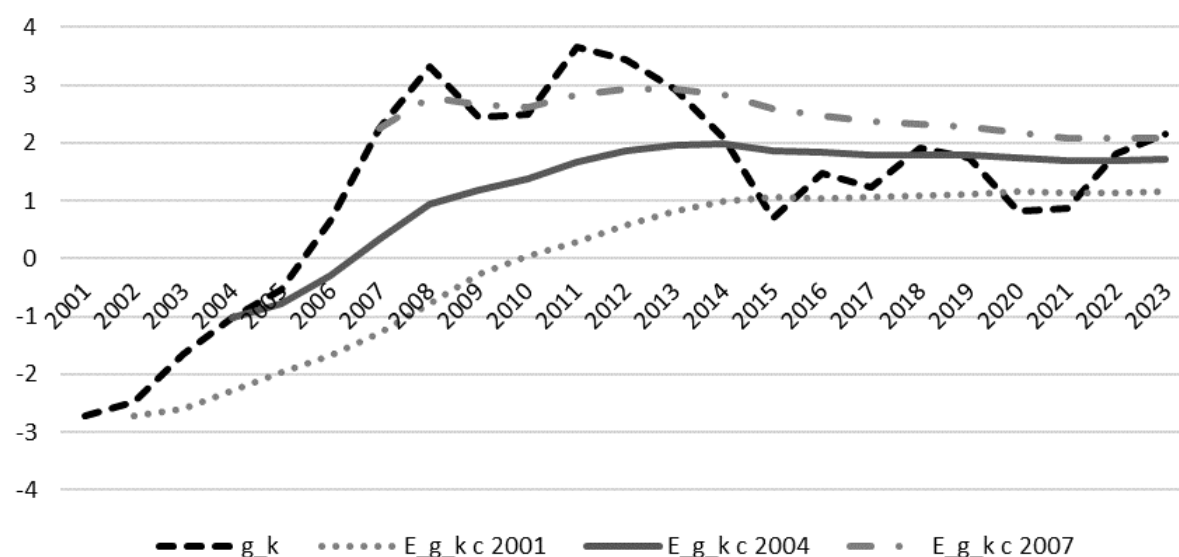


Рис. А.5: Усредненные значения темпа прироста капитала.

Траектории односторонней и двусторонней оценок долгосрочной нейтральной ставки в сопоставлении со среднесрочной ставкой при использовании данных за период 2004-2023 годов выглядят следующим образом (Рисунок А.6). С расширением горизонта долгосрочная нейтральная ставка r^* (рассчитанная по формуле А.4) уточняется и по итогам 2023 года составляет 6,6%.

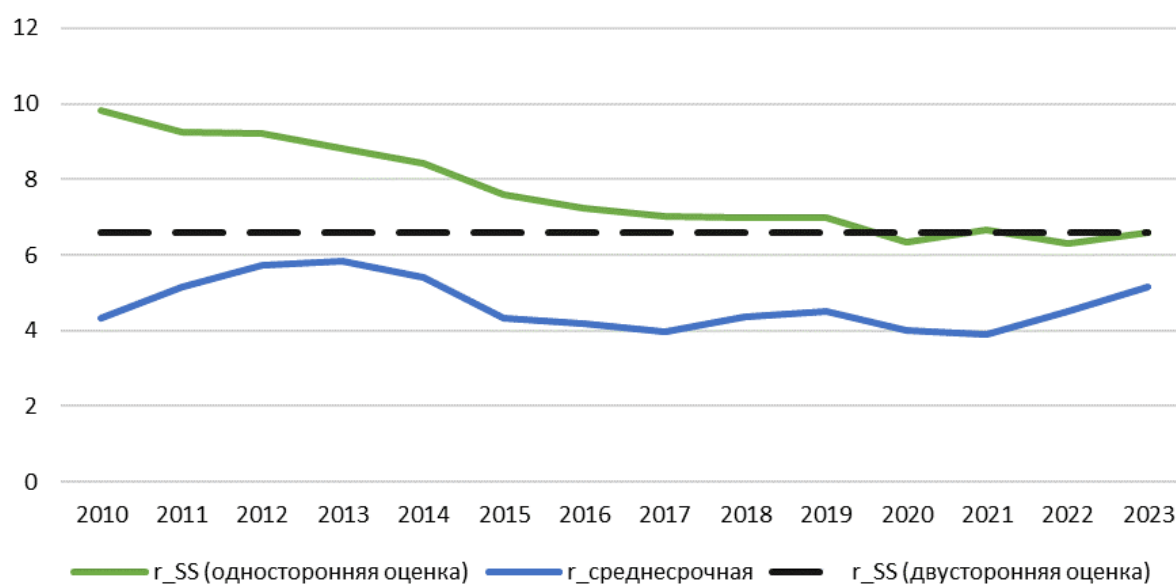


Рис. А.6: Сопоставление динамики нейтральных ставок, оцененных на данных 2004-2023 гг.

Похожие рисунки получаются и для оценок, рассчитанных на данных с 2005 или 2006 годов: графики среднесрочной нейтральной ставки практически не меняются, а вот графики долгосрочной нейтральной ставки с уменьшением временного диапазона становятся ниже и сближаются с графиками среднесрочной нейтральной ставки. Ситуация меняется, когда расчеты проводятся на данных с 2007 года (Рисунок А.7): уровень среднесрочной нейтральной ставки на всем горизонте превышает долгосрочную. По итогам 2023 года долгосрочная нейтральная ставка составляет 4,3%.

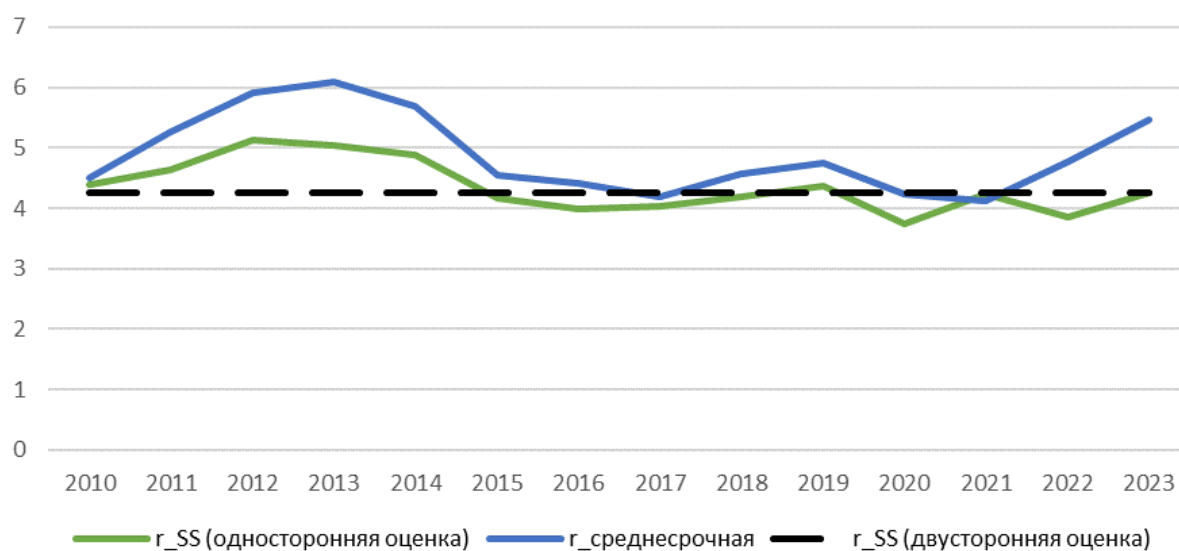


Рис. А.7: Сопоставление динамики ставок, оцененных на данных 2007-2023 гг.

Проведем декомпозицию последних полученных рядов оценок на 3 компоненты:

- Ряд среднесрочной нейтральной ставки на $\frac{\alpha}{s}g_t^K$ и $\frac{\alpha}{s}\delta - \delta$;
- Ряд долгосрочной нейтральной ставки на $\frac{\alpha}{s}\frac{g^A}{1-\alpha}$, $\frac{\alpha}{s}n$ и $\frac{\alpha}{s}\delta - \delta$.

В результате получаем следующие графики (Рисунок А.8 и А.9).

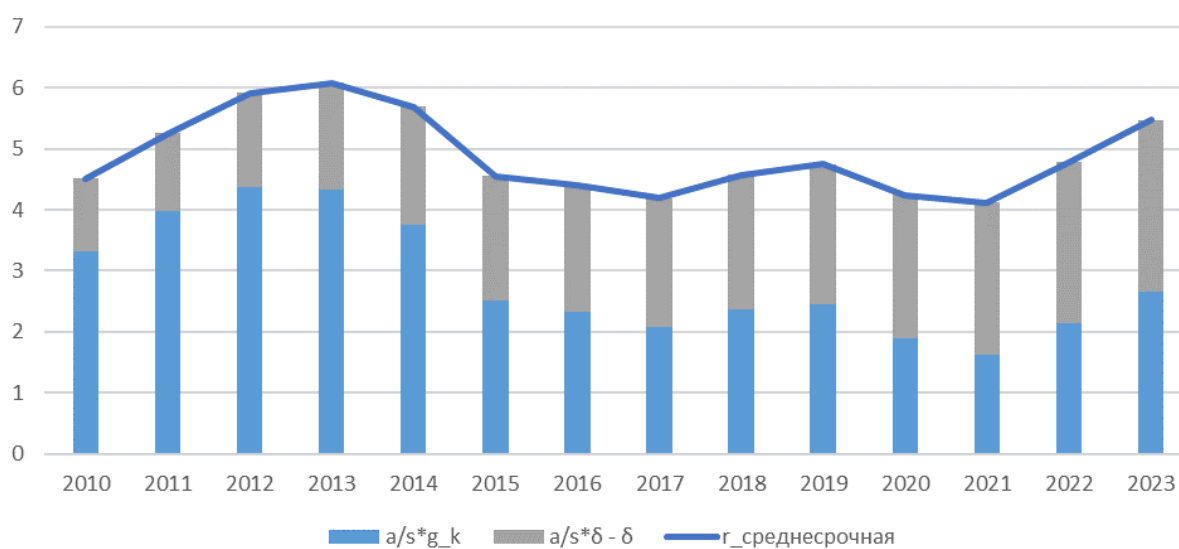


Рис. А.8: Декомпозиция среднесрочной нейтральной ставки.

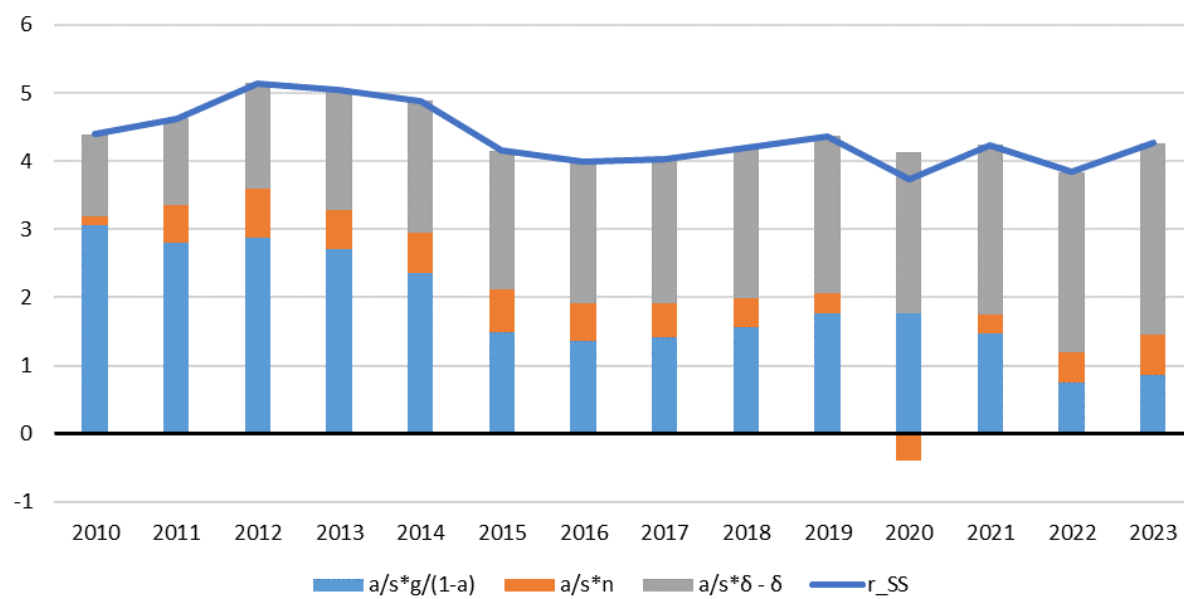


Рис. А.9: Декомпозиция долгосрочной нейтральной ставки.

В DSGE-модель с региональной и секторальной неоднородностями – MARS

На основе оцененной DSGE-модели (основные уравнения, наблюдаемые переменные, выбор априорных распределений параметров, схему оценки и диагностику см. в работе Новак и Шульгина, 2025) рассчитаем перманентные выпуск и ставку, динамика которых определяется детерминистической частью модели, а также перманентными шоками (стохастические тренды).

Детерминистические тренды в модели MARS

В работе Новак и Шульгина (2025) условие первого порядка для d/x , записанное для долгосрочного периода, имеет вид:

$$\beta_{adj}(1 + \bar{r}) = 1, \quad (B.1)$$

где β_{adj} – скорректированный дисконтный множитель:

$$\beta_{adj} = \beta \exp(-n - \sigma g_c), \quad (B.2)$$

где g_c и n – долгосрочные темпы прироста потребления на одного работника и трудовых ресурсов, соответственно. Скорректированный дисконтный множитель определяет уровень равновесной (нейтральной) реальной ставки:

$$\bar{r} = \frac{1 - \beta_{adj}}{\beta_{adj}}. \quad (B.3)$$

В уравнении (B.1) на долгосрочную ставку $\bar{r}$ влияют эффекты, связанные с детерминистическими трендами, но не связанные со стохастическими шоками, которые в долгосрочном периоде не создают эффектов на межвременной выбор.

Долгосрочная ставка $\bar{r}$ характеризует относительную ценность будущего потребления одного работника d/x и в работе Новак и Шульгина (2025) определяется следующими факторами:

- Субъективный межвременной дисконт β : чем ниже d/x ценит будущее (ниже β), тем более высокая реальная ставка требуется, чтобы компенсировать потерю благосостояния при переводе потребления из текущего периода в будущий.
- Детерминистический темп прироста рабочей силы n : чем быстрее прирастает население в одном d/x , тем выгоднее пропорция обмена настоящего потребление на будущее для *одного* члена d/x . Например, долг, взятый d/x в текущем периоде для финансирования текущего потребления, в будущем распределится на большее количество работников.
- Детерминистический темп прироста потребления на одного работника g_c : чем выше темп прироста потребления на человека, тем сильнее снижается предельная полезность потребления работника ⁴⁷. Для компенсации этого снижения потребителю требуется более высокая реальная ставка. Величина g_c зависит от детерминистических темпов прироста TFP и параметров функции полезности. Её расчет приведен ниже.
- Эластичность межвременного замещения $\frac{1}{\sigma}$: чем ниже эта эластичность, то есть чем сложнее замещать полезность одного периода полезностью другого периода (выше σ), тем выше потери полезности от эффекта снижения предельной полезности потребления. Тем большая ставка $\bar{r}$ требуется для компенсации таких потерь.

Рассмотрим траекторию сбалансированного роста (BGP) в модели MARS. Производственная функция типа Кобба-Дугласа требует, чтобы темпы прироста удовлетворяли:

$$g_Y = g + \alpha(g_l + n) + (1 - \alpha)g_K, \quad (B.4)$$

где $g_{Y,l,K}$ – темпы прироста выпуска, отработанных часов одного работника и капитала, соответственно; g – темп прироста TFP; g – темп прироста трудовых ресурсов; α – доля оплаты труда в издержках.

Так как на BGP $g_Y = g_K$:

$$g_Y = \frac{g}{\alpha} + g_l + n \quad (B.5)$$

⁴⁷ Функция мгновенной полезности имеет свойство убывающей предельной полезности по потреблению одного работника

Оптимальный спрос на труд требует, чтобы:

$$g_w = g_Y - g_l - n = \frac{g}{\alpha}, \quad (\text{B.6})$$

где g_w – темп прироста реальной з/п.

Из условия оптимального предложения труда следует, что в долгосрочном периоде:

$$g_w = \sigma g_c + \kappa g_l, \quad (\text{B.7})$$

где g_c – темп прироста потребления одного работника; κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу.

Учтя, что потребление на BGP составляет фиксированную долю выпуска:

$$g_c = g_Y - n \quad (\text{B.8})$$

Решая (B.5)-(B.8) имеем следующие свойства детерминистических трендов (BGP):

$$g_Y = \frac{g}{\alpha} \left(1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma + \kappa} \right) + n \quad (\text{B.9})$$

$$g_l = \frac{g}{\alpha} \frac{1 - \sigma}{\sigma + \kappa} \quad (\text{B.10})$$

$$g_c = \frac{g}{\alpha} \left(1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma + \kappa} \right) \quad (\text{B.11})$$

Стохастические тренды в модели MARS

В модели MARS стохастические процессы $\vec{z}_t = \vec{z}_{t-1} + \vec{v}_t$ аппроксимируются [квази]перманентными шоками: AR(1) процессами с коэффициентом авторегрессии 0.9999:

$$\vec{z}_t = 0.9999 \vec{z}_{t-1} + \vec{v}_t \quad (\text{B.12})$$

Это позволяет упростить введение перманентных шоков в модель и, как результат, расширить возможность задавать близкую к $I(1)$ динамику для многих переменных.⁴⁸

В расчете используются 7 [квази]перманентных шоков:

- A – перманентный шок TFP;
- Ex – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта);
- Im – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных благ);
- G – перманентный шок госрасходов;
- T – перманентный шок аккордных налогов;
- N – перманентный шок рабочей силы;
- W – перманентный шок монополистической наценки на з/п.

Перманентные шоки, влияющие на совокупное предложение (A , N), имеют прямой канал воздействия на выпуск через производственную функцию. Перманентные шоки, влияющие на совокупный спрос (G , T , Ex , Im), оказывают воздействие на долгосрочный выпуск преимущественно через эффекты на долгосрочный выбор д/х между потреблением и трудом. Перманентный рост госрасходов, обеспеченный ростом налогов, приводит к перманентному снижению частного потребления, что увеличивает предельную полезность потребления д/х, предложение труда, долгосрочную реальную з/п и, как следствие, увеличивает выпуск (см. Baxter, King, 1993). При этом если разложить сбалансированный долгосрочный рост госбюджета на два независимых шока, то эффект от перманентного шока госрасходов на выпуск будет по модулю значительно больше, чем эффект от перманентного шока автономных налогов. Перманентные шоки экспорта и импорта имеют близкий по величине и противоположный по знаку эффект на выпуск, а также одинаковый канал трансмиссии. Например, перманентный рост экспорта приводит к росту потребления и зарплат, что создает стимул для д/х увеличивать предложение труда, что увеличит выпуск в долгосрочном периоде. Перманентные шоки монополистической наценки на з/п через увеличение долгосрочной реальной з/п (W) снижают долгосрочный выпуск в экономике за счет снижения предложения трудовых ресурсов.

⁴⁸Корректное введение в модель большого количества $I(1)$ процессов значительно увеличивает вычислительную сложность модели. Основным недостатком использованного в работе подхода является то, что, упрощая модель, мы снижаем точность ее линейной аппроксимации около траектории сбалансированного роста.

Результаты байесовской оценки

Как детерминистические, так и стохастические тренды оцениваются в едином байесовском фреймворке. В Таблицах В.1 и В.2 приведены выборочные результаты оценки, необходимые для расчета перманентных выпуска и ставки. Модель оценена для двух спецификаций: Baseline и Alternative. Две спецификации отличаются величиной дисперсии перманентных шоков госрасходов и аккордных налогов: в Baseline предполагается, что динамика госрасходов и налогов в большинстве своем определяется перманентными шоками (априорное распределение $\sigma(v_G), \sigma(v_T) \sim N(0.02, 0.002)$), а в Alternative предполагается, что роль перманентных фискальных шоков невелика (априорное распределение $\sigma(v_G), \sigma(v_T) \sim \Gamma^{-1}(0.03, \infty)$ с высокой дисперсией).

Таблица В.1: Выборочные результаты байесовской оценки параметров модели MARS (Baseline)

Параметр	Априорное			Апостериорное	
	T	E	sd	M	sd
$\sigma(\varepsilon_G)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0261	0.0038
$\sigma(\varepsilon_T)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0092	0.0037
ρ_G	B	0.8	0.03	0.816	0.031
ρ_T	B	0.8	0.03	0.775	0.032
$\sigma(v_A)$	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0053	0.0026
$\sigma(v_G)$	N	0.02	0.002	0.0161	0.0023
$\sigma(v_T)$	N	0.02	0.002	0.0155	0.0022
$\sigma(v_{Ex})$	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0129	0.0048
$\sigma(v_{Im})$	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0057	0.0041
$\sigma(v_N)$	Γ^{-1}	0.002	∞	0.0024	0.0005
$\sigma(v_W)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0108	0.0062
σ	N	2	0.35	1.300	0.178
κ	N	1	0.2	1.075	0.192
g	U	-	-	0.00234	0.00052
n	N	0	0.001	1.6e-7	0.00018

Примечания. T – тип распределения; E – матожидание; sd – стандартное отклонение; M – мода; $\sigma(\varepsilon)$ – стандартное отклонение транзиторных шоков; $\sigma(v)$ – стандартное отклонение перманентных шоков; ρ – коэффициент авторегрессии транзиторных шоков; σ – величина, обратная эластичности межвременного замещения; κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу; g – детерминистический темп прироста TFP; n – детерминистический темп прироста трудовых ресурсов.

Таблица В.2: Выборочные результаты байесовской оценки параметров модели MARS (Alternative)

Параметр	Априорное			Апостериорное	
	T	E	sd	M	sd
$\sigma(\varepsilon_G)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.03329	0.00384
$\sigma(\varepsilon_T)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.02589	0.00918
ρ_G	B	0.8	0.03	0.849	0.023
ρ_T	B	0.8	0.03	0.803	0.031
$\sigma(v_A)$	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0053	0.0025
$\sigma(v_G)$	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0047	0.0007
$\sigma(v_T)$	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0047	0.0007
$\sigma(v_{Ex})$	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0132	0.0052
$\sigma(v_{Im})$	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0052	0.0028
$\sigma(v_N)$	Γ^{-1}	0.002	∞	0.0024	0.0005
$\sigma(v_W)$	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0105	0.0055
σ	N	2	0.35	1.239	0.159
κ	N	1	0.2	1.084	0.191
g	U	-	-	0.00238	0.00050
n	N	0	0.001	-6.0e-6	0.00018

Примечания. T – тип распределения; E – матожидание; sd – стандартное отклонение; M – мода; $\sigma(\varepsilon)$ – стандартное отклонение транзиторных шоков; $\sigma(v)$ – стандартное отклонение перманентных шоков; ρ – коэффициент

авторегрессии транзиторных шоков; σ – величина, обратная эластичности межвременного замещения; κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу; g – детерминистический темп прироста TFP; n – детерминистический темп прироста трудовых ресурсов.

Согласно априорному предположению, в спецификации Baseline оценка стандартных отклонений перманентных шоков госрасходов и аккордных налогов $\sigma(v_G)$ и $\sigma(v_T)$ оказались выше, чем в Alternative. Соответственно, оценки стандартных отклонений транзиторных шоков $\sigma(\varepsilon_G)$ и $\sigma(\varepsilon_T)$, а также их коэффициентов авторегрессии ρ_G и ρ_T оказались выше для спецификации Alternative, в которой данные шоки частично заместили перманентные шоки. Темп прироста трудовых ресурсов n оказался близким к нулю в обеих спецификациях.

Оценка детерминистических трендов

Детерминистические тренды в модели MARS (Новак и Шульгин, 2025) соответствуют траектории сбалансированного роста (англ. balanced growth path, BGP) в неоклассической теории экономического роста. На BGP не меняются пропорции ресурсов в функции полезности; доли инвестиций, госрасходов, потребления, экспорта и импорта в общем доходе; сохраняются агентские (относящиеся к разным типам д/х) отраслевые и региональные пропорции; остаются постоянными реальная ставка, реальный курс иностранной валюты, все относительные цены.

В модели предполагаются два детерминистических тренда: тренд общей факторной производительности (англ. total factor productivity, TFP), $g \cdot t$, и тренд трудовых ресурсов, $n \cdot t$, где g , n – соответствующие темпы прироста на BGP.

В Таблице В.3 на основе оцененных параметров (Таблицы В.1 и В.2) и упомянутых выше свойств BGP рассчитаны свойства детерминистических трендов модели.

Таблица В.3: Свойства детерминистических трендов (BGP) модели.

Параметр	Условие на BGP	Формат	Baseline	Alternative
g	Экзогенный темп прироста TFP	% годовых	0.936	0.951
n	Экзогенный темп прироста рабочей силы	% годовых	0.000	-0.002
g_Y	$g_Y = \frac{g}{\alpha} \left(1 + \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa}\right) + n$	% годовых	1.239	1.291
g_c	$g_c = \frac{g}{\alpha} \left(1 + \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa}\right)$	% годовых	1.239	1.294
g_l	$g_l = \frac{g}{\alpha} \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa}$	% годовых	-0.179	-0.148
g_w	$g_w = g_Y - g_l - n = \frac{g}{\alpha}$	% годовых	2.280	2.308
β_{adj}	$\beta_{adj} = \beta \exp(-n - \sigma g_c)$		0.99100	0.99103
$\bar{r}$	$\bar{r} = \frac{1-\beta_{adj}}{\beta_{adj}} 400\%$	% годовых	3.633	3.621

Примечания. g_Y – темп прироста ВВП на BGP; g_c – темп прироста потребления на душу на BGP; g_l – темп прироста отработанных часов на одного работника на BGP; g_w – темп прироста реальной з/п на BGP; β_{adj} – скорректированный субъективный дисконт; $\bar{r}$ – реальная ставка на BGP; $\alpha = 0.66$ – доля оплаты труда в издержках; $\beta = 0.995$ – межвременной субъективный дисконтный множитель.

В спецификации Baseline рост госрасходов 2020–2024 гг. был отнесен в большинстве своем на перманентные шоки, что привело (по сравнению с Alternative) к более умеренной оценке темпов прироста TFP, g , более низкой эластичности межвременного замещения, $\frac{1}{\sigma}$, и, как следствие, более низкому темпу прироста ВВП, g_Y , потребления на душу, g_c и реальной з/п, g_w .⁴⁹ При этом оценка долгосрочной реальной ставки оказалась выше для Baseline за счет более высокой оценки σ . Темп прироста отработанных часов на работника, g_l , оказался умеренно отрицательным для обеих спецификаций.

Оценка стохастических трендов

В Таблицах В.1 и В.2 приведены оценки дисперсий перманентных шоков. При получении данных результатов были использованы следующие ограничения на перманентные шоки:

- Установление априорных распределений стандартных отклонений перманентных шоков (обратное гамма распределение $\Gamma^{-1}(\mathbb{E}\sigma(v), \infty)$), которые обеспечивают ненулевую апостериорную моду для данных шоков $M(\sigma(v)) > 0$;

⁴⁹При оценке темпа прироста з/п на BGP мы предположили, что существует необъясненная в рамках использованной неоклассической модели роста невязка между условием на g_w в Таблице В.3 и наблюдаемыми данными о реальной з/п 2014–2024 гг. Оценка приведена в таблицах ниже, а краткое обоснование данной невязки см. в Новак и Шульгин (2025).

- Нормировка всех значений $\vec{z}_t$ к нулю для 1 кв. 2020 г.: $\vec{z}_{1q2020} = 0$, для повышения наглядности представления результатов относительно периода структурных сдвигов 2020 и 2022 гг.
- Установление жестких priоров на перманентные шоки госрасходов и аккордных налогов: $z_{G\tau} = 0$ и $z_{T\tau} = 0$ для $\tau \in [2014 \div 2019]$, что означает, что исторически низкий уровень госрасходов и налогов в данный период времени объясняется транзиторными шоками госрасходов ε_{Gt} и аккордных налогов ε_{Tt} .

На Рисунке В.1 приведены оценки 7 стохастических трендов $\vec{z}_t$ для спецификации Baseline (на Рисунке В.8 для спецификации Alternative).

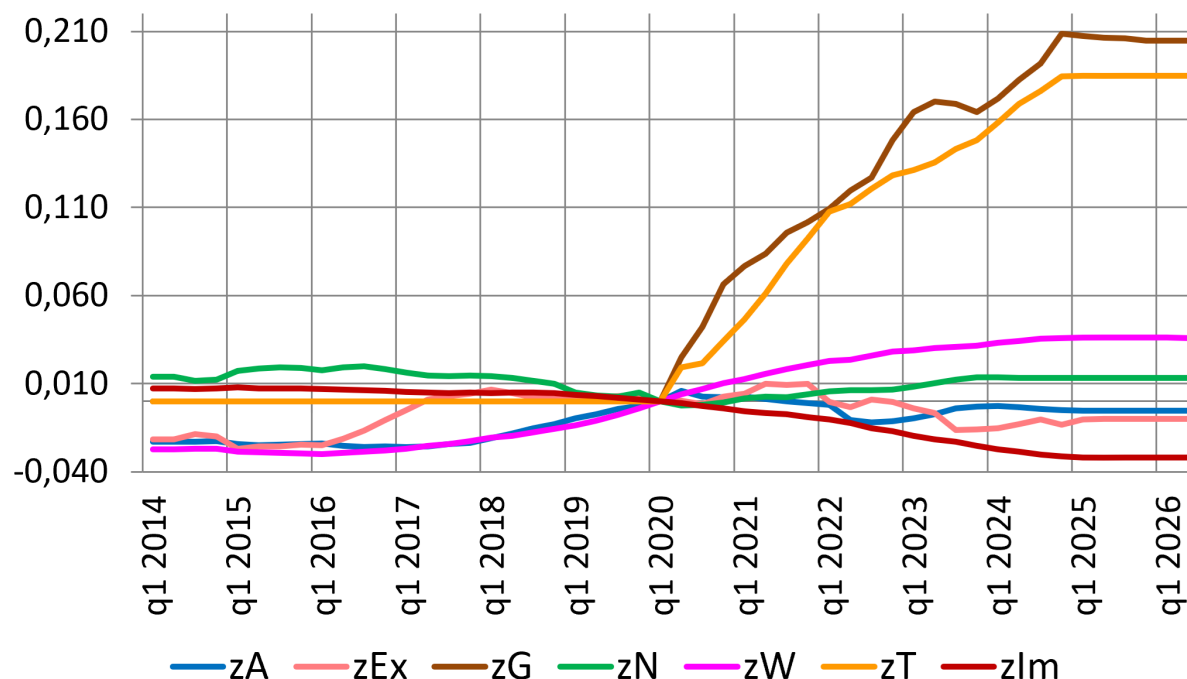


Рис. В.1: Оценка стохастических трендов z для спецификации Baseline.

Примечания. A – перманентный шок ТФР; Ex – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); Im – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); G – перманентный шок госрасходов; T – перманентный шок автономных налогов; N – перманентный шок рабочей силы; W – перманентный шок монополистической наценки на z/p .

На Рисунке В.2 приведен вклад 7 перманентных шоков в динамику ВВП России для спецификации Baseline.

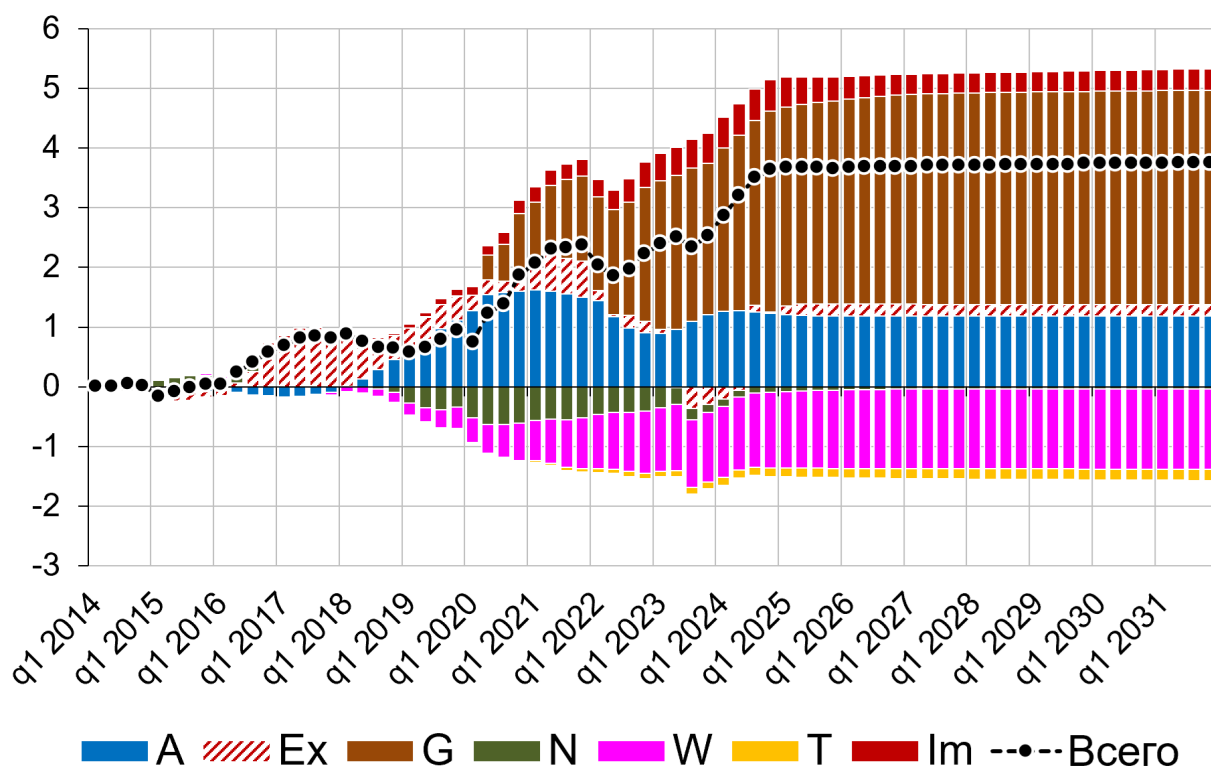


Рис. В.2: Вклад перманентных шоков в динамику ВВП России (за вычетом циклических шоков), в % отклонения от детерминистического тренда (1.24% в год) для спецификации Baseline.

Примечания. *A* – перманентный шок TFP; *Ex* – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); *Im* – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); *G* – перманентный шок госрасходов; *T* – перманентный шок автономных налогов; *N* – перманентный шок рабочей силы; *W* – перманентный шок монополистической наценки на з/п. Для периода 2014–2024 гг. приведена историческая декомпозиция, а для периода 2025–2031 гг. декомпозиция прогноза.

Перманентные шоки за период 2014–2025 гг. обеспечили рост ВВП РФ на +3.7%, то есть в среднем +0.3% в год. За счет детерминистических трендов (1.24% в год) рост ВВП составил за данный период +15.9%. Таким образом, введение в модель перманентных шоков снижает оценку долгосрочных темпов роста экономики до 1.24% в год.

В период с 2014 до 2020 г. перманентные шоки обеспечили рост ВВП на +1%, в основном за счет перманентных шоков TFP. В период COVID-19 перманентные шоки рынка труда: монополистической наценки на з/п (вклад –0.5%) и рабочей силы (вклад –0.3%), создавали понижающее давление на долгосрочный выпуск. Однако перманентные шоки госрасходов (вклад +1.4%), производительности (вклад +0.4%) и экспорта и импорта (вклад +0.4%) привели к тому, что перманентный выпуск за период кризиса COVID-19 вырос еще на +1.4% по отношению к траектории детерминистического роста (BGP). Структурные изменения в 2022–2024 гг. обеспечили рост долгосрочного выпуска еще на +1.3%. Основной вклад внесли перманентные шоки госрасходов (+2%), которым противодействовали шоки TFP (вклад –0.3%), экспорта и импорта (–0.3%), аккордных налогов (вклад –0.15%). Вклад перманентных шоков рынка труда оказался около нуля (шоки рабочей силы +0.4%, шоки монополистической наценки на з/п –0.4%).

На Рисунке В.9 приведена декомпозиция перманентного выпуска на перманентные шоки для спецификации Alternative. Вклад перманентных шоков в период 2014–2025 в рост долгосрочного ВВП составляет +0.5% (вклад госрасходов +0.4%), что соответствует +0.04% годовых. За счет детерминистических трендов (1.29% в год) рост ВВП за период 2014–2025 составляет +16.6%. Таким образом, разложение роста госрасходов на транзиторную и перманентную часть в период 2020–2025 является основным фактором перманентного выпуска, то есть долгосрочного прогноза ВВП.

На Рисунке В.3 аналогичное разложение на перманентные шоки сделано для номинальной ключевой ставки (спецификация Baseline).

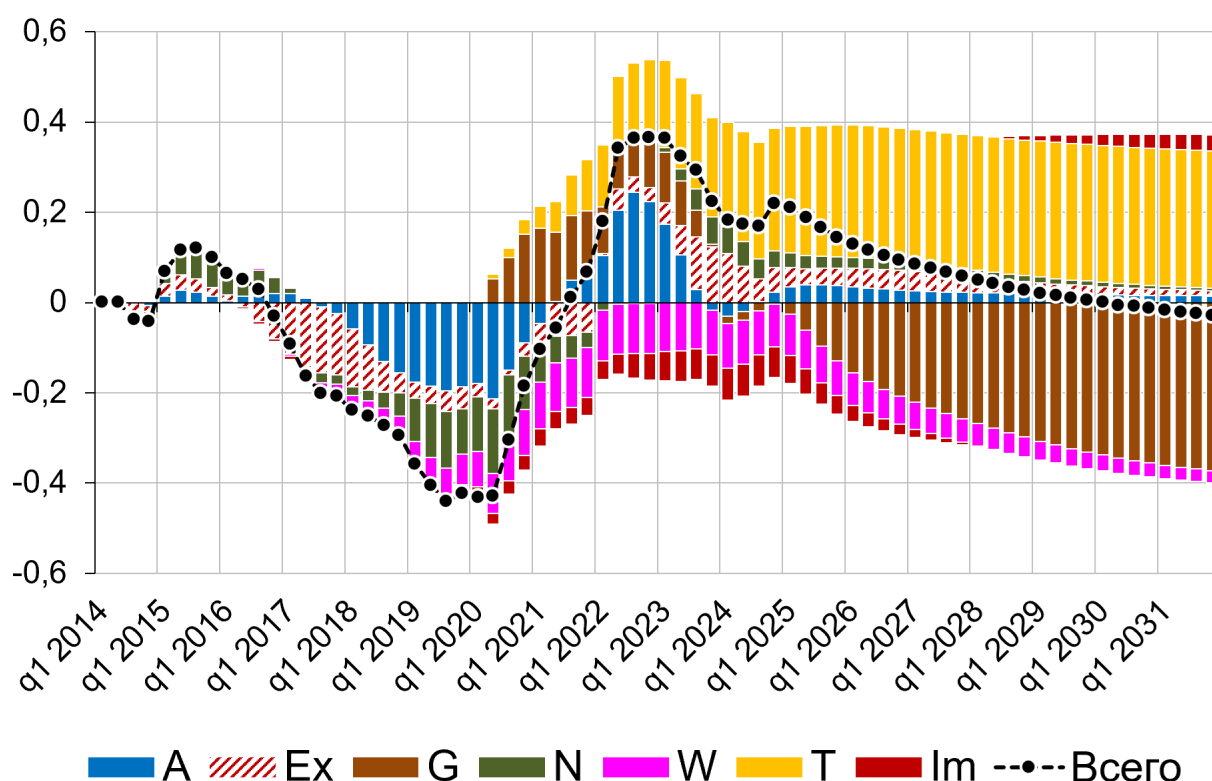


Рис. В.3: Вклад перманентных шоков в динамику номинальной ключевой ставки (за вычетом циклических шоков), в % отклонения от долгосрочного уровня ($3.63 + 4 = 7.63\%$ в год) для спецификации Baseline.

Примечания. *A* – перманентный шок TFP; *Ex* – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); *Im* – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); *G* – перманентный шок госрасходов; *T* – перманентный шок автономных налогов; *N* – перманентный шок рабочей силы; *W* – перманентный шок монополистической наценки на з/п. Для периода 2014–2024 гг. приведена историческая декомпозиция, а для периода 2025–2031 гг. декомпозиция прогноза.

В отличие от выпуска, ключевая ставка реагирует на перманентные шоки очень ограниченно. Это связано с тем, что изменение перманентной ключевой ставки связано с инфляцией, которую вызывают перманентные шоки (по правилу Тэйлора). По сравнению с соответствующими транзиторными шоками, инфляция реагирует слабее на перманентные шоки (см. Новак и Шульгин, 2025). Для фискальных шоков, а также шоков рынка труда знак реакции инфляции на перманентные шоки оказывается противоположным реакции инфляции на соответствующие транзиторные шоки. Это связано с тем, что для перманентных шоков доминирует эффект внутренних факторов предельных издержек (реальная зарплата, аренда капитала), а для транзиторных шоков основное воздействие на предельные издержки (соответственно, на инфляцию и на ставку) создает противоположный по знаку эффект курса иностранной валюты.

Серия положительных перманентных шоков TFP и рынка труда до 2020 г. способствовали снижению перманентной инфляции, и, соответственно, перманентной ключевой ставки до -0.42% годовых относительно долгосрочного уровня 7.63% . Разворот тенденции в производительности, вместе с перманентным расширением госрасходов и налогов привели к тому, что в 2023 г. перманентная ключевая ставка оказалась выше долгосрочного уровня на $+0.36\%$. По мере достижения баланса в фискальной сфере, а также исчерпанию краткосрочной реакции инфляции на перманентные шоки перманентная ставка движется к своему долгосрочному уровню.

Изменение пропорций внутренних и внешних факторов предельных издержек для перманентных шоков по сравнению с транзиторными шоками, которое меняет знак функций импульсного отклика, делает анализ вклада перманентных шоков в долгосрочную ставку процента чувствительным к параметризации модели.

На Рисунке В.10 приведена аналогичная декомпозиция номинальной ключевой ставки на перманентные шоки для случая спецификации Alternative. В данной спецификации рост перманентной ставки достигает максимума $+0.19\%$ в 2022 г. от долгосрочного уровня в 7.62%

Перманентный и фактический выпуск и реальная ставка. Разрывы

На Рисунке В.4 приведены оценки перманентного выпуска для двух спецификаций вместе с фактической и прогнозной динамикой ВВП РФ.

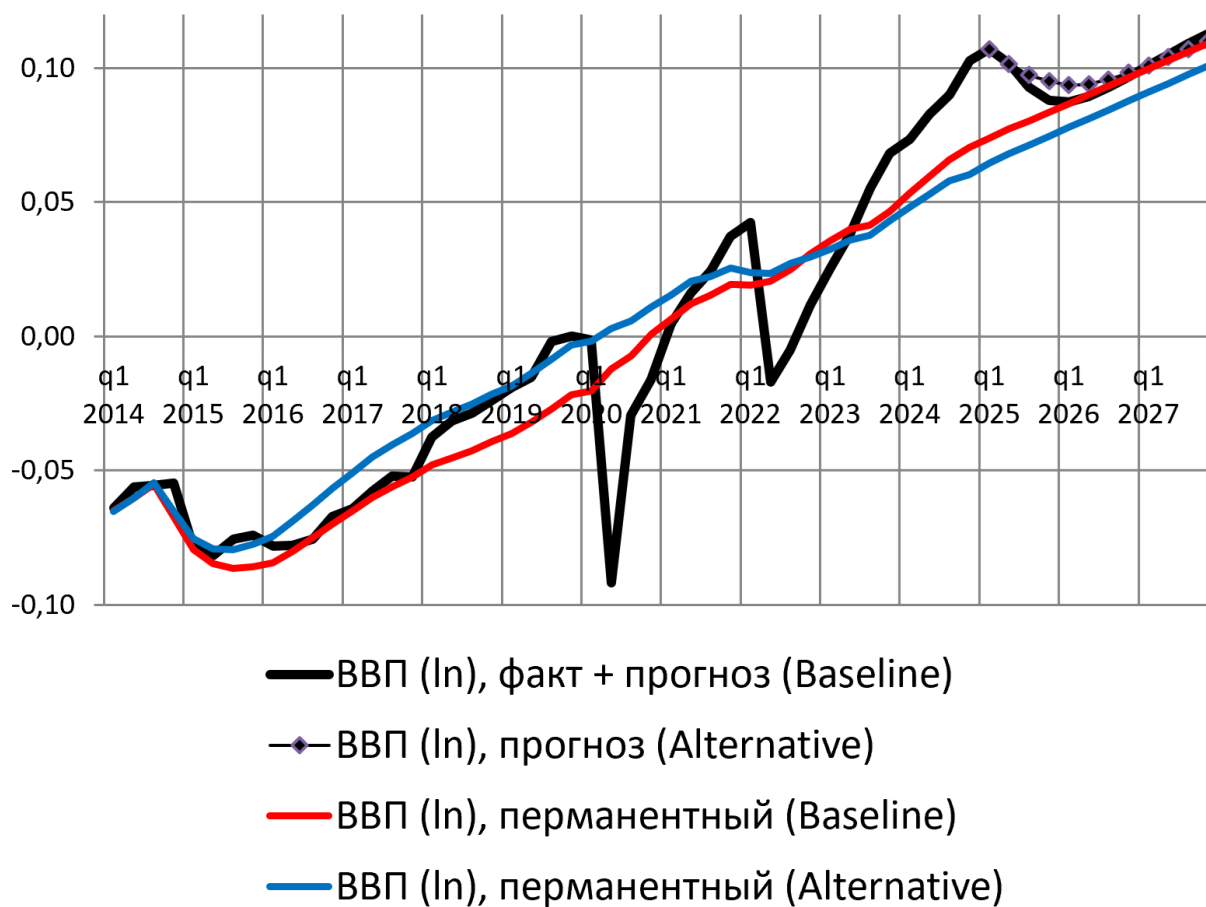


Рис. В.4: Фактический, прогнозный и перманентный выпуск для спецификаций Baseline и Alternative.

На Рисунке В.5 приведены разрывы фактического и перманентного выпуска, которые определяют транзиторную компоненту ВВП (разложение транзиторной компоненты на транзиторные шоки см. в Новак и Шульгин (2025)). За счет более персистентных транзиторных фискальных шоков разрыв ВВП для спецификации Alternative сохраняется дольше, чем для Baseline.

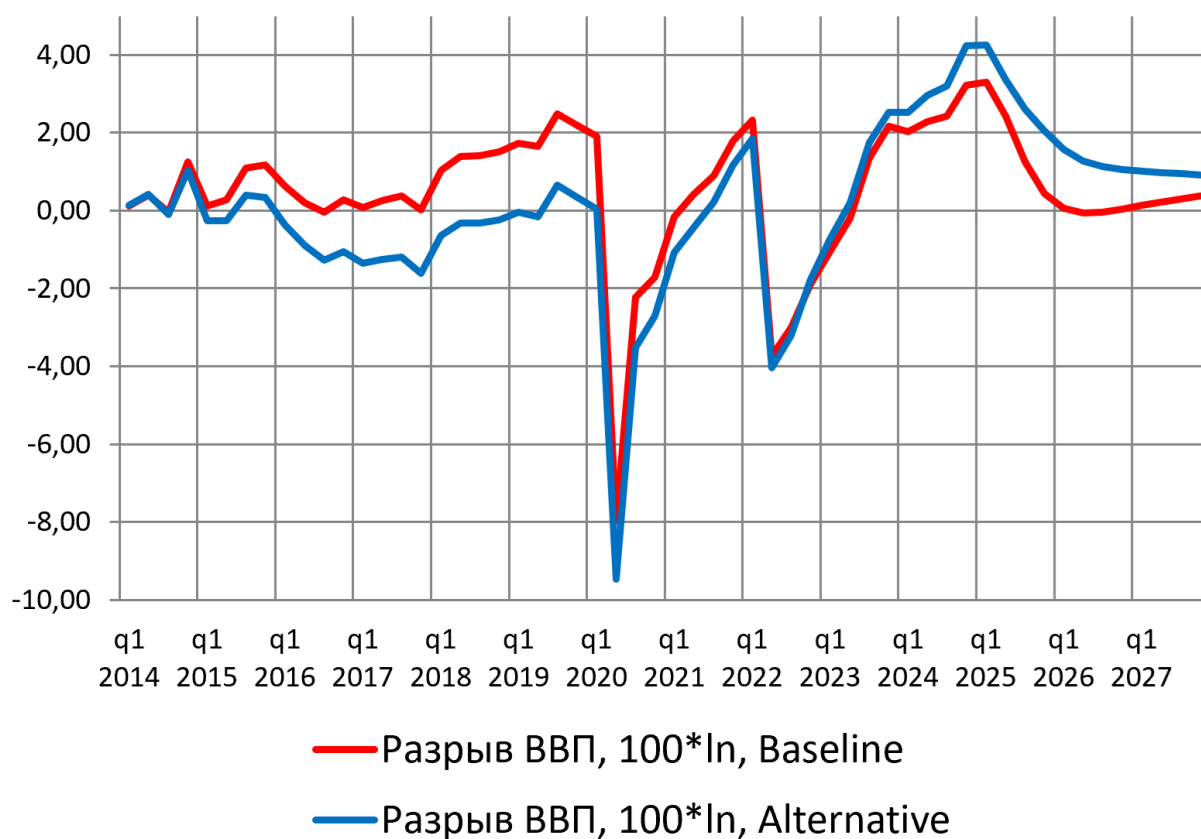


Рис. В.5: Разрыв (в $100 \ln$) между фактическим и перманентным выпуском (транзиторная компонента) для спецификаций Baseline и Alternative.

На Рисунке В.6 приведены фактическая и перманентная реальные ставки для двух спецификаций.

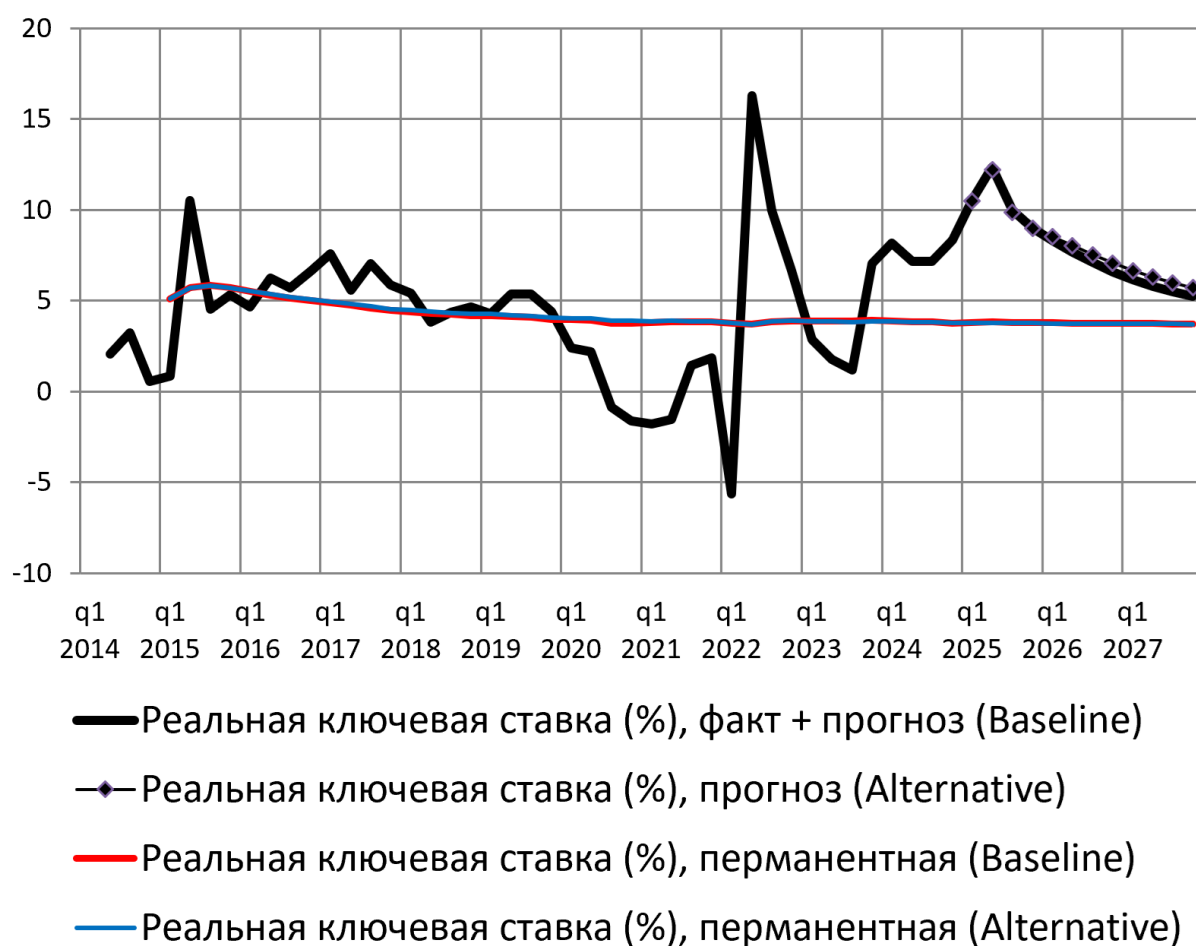


Рис. В.6: Фактическая, прогнозная и перманентная реальная ключевая ставки для спецификаций Baseline и Alternative.

Разрыв между фактической и перманентной реальными ключевыми ставками приведен на Рисунке В.7.



Рис. В.7: Разрыв между фактической и перманентной реальными ключевыми ставками для спецификаций Baseline и Alternative.

Результаты для спецификации Alternative

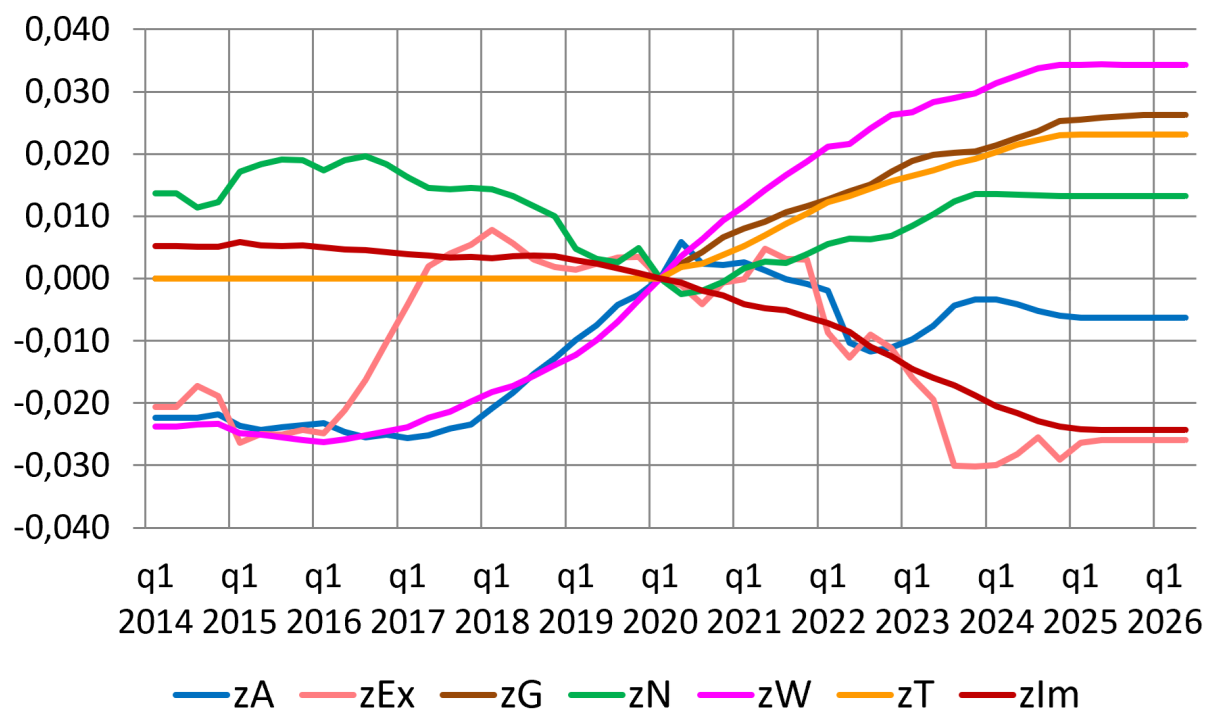


Рис. В.8: Оценка стохастических трендов z для спецификации Alternative.

Примечания. A – перманентный шок TFP; Ex – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); Im – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); G – перманентный шок госрасходов; T – перманентный шок автономных налогов; N – перманентный шок рабочей силы; W – перманентный шок монополистической наценки на z/p .

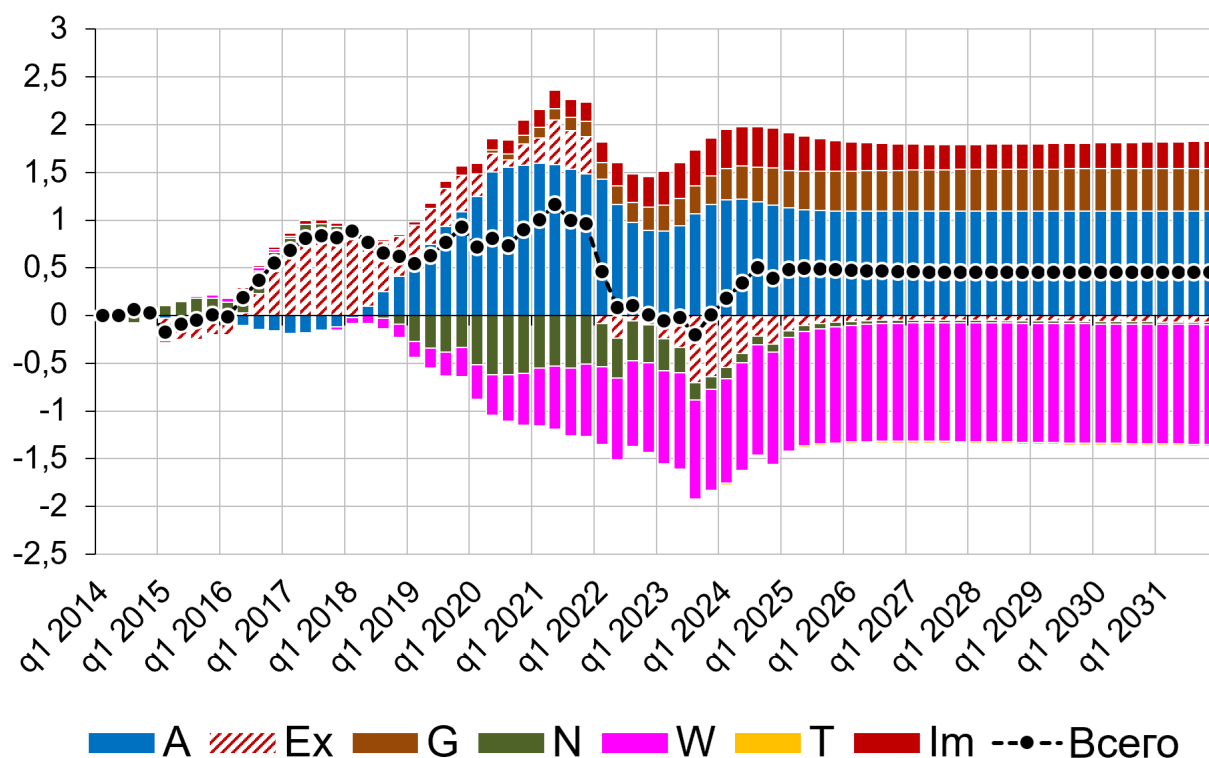


Рис. В.9: Вклад перманентных шоков в динамику ВВП России (за вычетом циклических шоков), в % отклонения от детерминистического тренда (1.29% в год) для спецификации Alternative.

Примечания. *A* – перманентный шок TFP; *Ex* – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); *Im* – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); *G* – перманентный шок госрасходов; *T* – перманентный шок автономных налогов; *N* – перманентный шок рабочей силы; *W* – перманентный шок монополистической наценки на з/п. Для периода 2014–2024 гг. приведена историческая декомпозиция, а для периода 2025–2031 гг. декомпозиция прогноза.

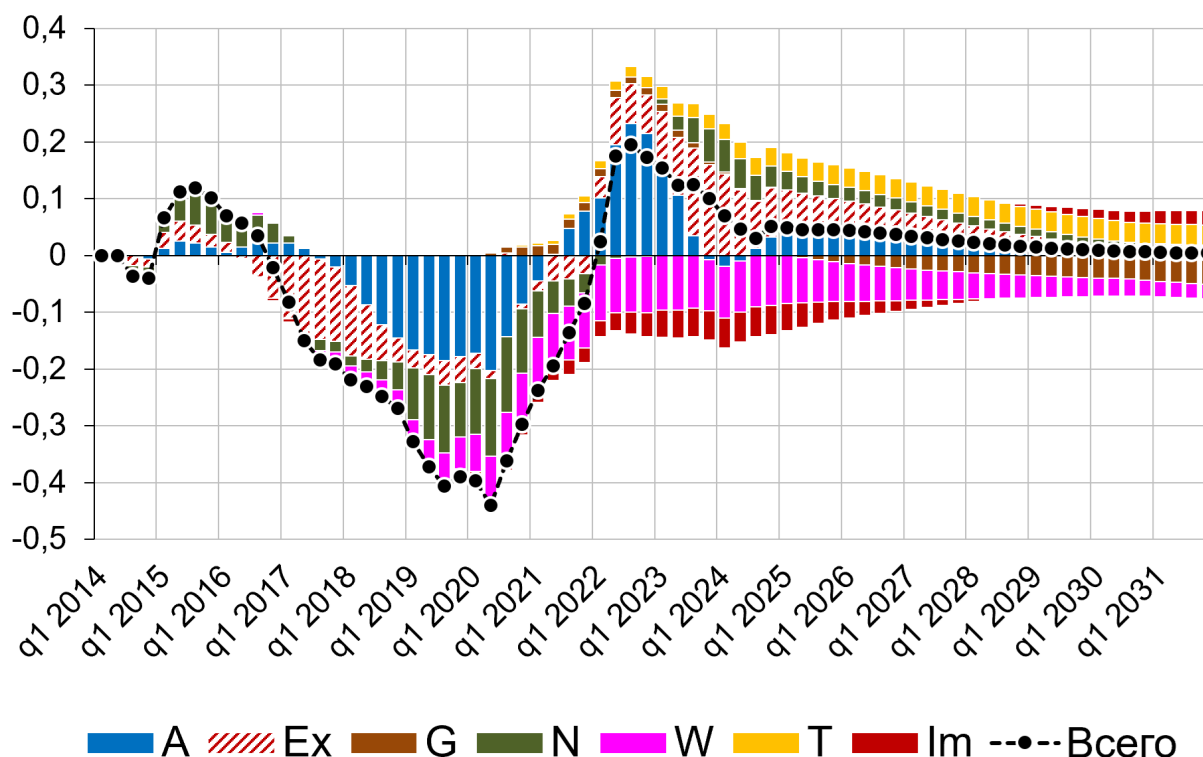


Рис. В.10: Вклад перманентных шоков в динамику номинальной ключевой ставки (за вычетом циклических шоков), в % отклонения от долгосрочного уровня ($3.63 + 4 = 7.63\%$ в год) для спецификации Alternative.

Примечания. A – перманентный шок TFP; Ex – перманентный шок спроса на экспорт (как нефти, так и остального экспорта); Im – перманентный шок спроса на импорт (шок перераспределения спроса в пользу импортных товаров); G – перманентный шок госрасходов; T – перманентный шок автономных налогов; N – перманентный шок рабочей силы; W – перманентный шок монополистической наценки на з/п. Для периода 2014–2024 гг. приведена историческая декомпозиция, а для периода 2025–2031 гг. декомпозиция прогноза.

Детали байесовской оценки

Таблица В.4: Результат байесовской оценки модели в спецификации Baseline.

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_{ExO})$	Стандартное отклонение шока спроса на экспорт отечественной нефти	U			0.0601	0.0069
$\sigma(\varepsilon_{dN})$	Стандартное отклонение шока предпочтений потребления неторгуемых благ	U			0.0356	0.0041
$\sigma(\varepsilon_{\mu_N})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в отрасли N	U			0.0652	0.0141
$\sigma(\varepsilon_{\beta})$	Стандартное отклонение шока межвременных предпочтений	U			0.1960	0.0326
$\sigma(\varepsilon_{\mu})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки	U			0.0611	0.0112
$\sigma(\varepsilon_{ik})$	Стандартное отклонение шока ДКП	U			0.0047	0.0006

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_W)$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в заработной плате	U			0.0870	0.0156
$\sigma(\varepsilon_{rp})$	Стандартное отклонение шока ставки зарубежных заимствований/вложений средств	U			0.0257	0.0058
$\sigma(\varepsilon_I)$	Стандартное отклонение шока эффективности инвестиций	U			0.0402	0.0056
$\sigma(\varepsilon_G)$	Стандартное отклонение шока госрасходов	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0261	0.0038
$\sigma(\varepsilon_T)$	Стандартное отклонение шока аккордных налогов	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0092	0.0037
$\sigma(\varepsilon_{Ex})$	Стандартное отклонение шока спроса на весь отечественный экспорт	U			0.0658	0.0081
$\sigma(\varepsilon_{IM})$	Стандартное отклонение шока предпочтений импорта	U			0.0839	0.0100
$\sigma(\varepsilon_i)$	Стандартное отклонение шока ставки заимствования/вложения средств д/х	U			0.0065	0.0007
$\sigma(\varepsilon_L)$	Стандартное отклонение шока доли труда в производственной функции	U			0.0016	0.0001
$\sigma(\varepsilon_A)$	Стандартное отклонение шока TFP	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0023	0.0009
$\sigma(\varepsilon_N)$	Стандартное отклонение шока рабочей силы	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0019	0.0002
$\sigma(v_A)$	Стандартное отклонение перманентного шока TFP	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0053	0.0026
$\sigma(v_G)$	Стандартное отклонение перманентного шока госрасходов	N	0.02	0.002	0.0161	0.0023
$\sigma(v_T)$	Стандартное отклонение перманентного шока аккордных налогов	N	0.02	0.002	0.0155	0.0022
$\sigma(v_{Ex})$	Стандартное отклонение перманентного шока спроса на весь отечественный экспорт	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0129	0.0048
$\sigma(v_{Im})$	Стандартное отклонение перманентного шока спроса на импорт	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0057	0.0041
$\sigma(v_N)$	Стандартное отклонение перманентного шока рабочей силы	Γ^{-1}	0.002	∞	0.0024	0.0005
$\sigma(v_W)$	Стандартное отклонение перманентного шока монополистической наценки в заработной плате	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0108	0.0062
$\sigma(\varepsilon_{A^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков производительности	U			0.0181	0.0020
$\sigma(\varepsilon_{O^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения нефти	U			0.1452	0.0159
$\sigma(\varepsilon_{R^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения материалов (ресурсов)	U			0.0526	0.0058

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_{i*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков ставки	U			0.0019	0.0002
$\sigma(\varepsilon_{\beta*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков межвременных предпочтений	U			0.0239	0.0026
$\sigma(me_{Lt})$	Стандартное отклонение ошибки измерения предложения труда	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0024	0.0010
$\sigma(\varepsilon_{r\beta})$	Стандартное отклонение региональных шоков межвременных предпочтений (общая часть)	U			0.0426	0.0064
$\sigma(\varepsilon_{r\mu})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки (общая часть)	U			0.0037	0.0006
$\sigma(\varepsilon_{rW})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки в заработной плате (общая часть)	U			0.0199	0.0029
$\sigma(\varepsilon_{rG})$	Стандартное отклонение региональных шоков госрасходов (общая часть)	U			0.0028	0.0004
$\sigma(\varepsilon_{ri})$	Стандартное отклонение региональных шоков ставки заимствования/вложения средств д/х (общая часть)	U			0.0005	0.0001
$\rho_{\beta VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в ВВМР	B	0.5	0.1	0.5580	0.0867
$\rho_{\mu VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в ВВМР	B	0.5	0.1	0.4453	0.1031
$\rho_{W VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в ВВМР	B	0.5	0.1	0.4279	0.0895
$\rho_{i VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в ВВМР	B	0.5	0.1	0.5099	0.0122
$\rho_{G VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в ВВМР	B	0.5	0.1	0.6574	0.0620
$\rho_{\beta RU}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4706	0.0988
$\rho_{\mu RU}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4249	0.0655
$\rho_{W RU}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4558	0.0765

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
ρ_{iRU}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.5118	0.0128
ρ_{GRU}	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.6114	0.0766
Ω	Параметр регионального смещения в потреблении	B	0.7	0.05	0.7026	0.0503
Ω_L	Параметр регионального смещения на рынке труда	B	0.7	0.05	0.7300	0.0467
δ_R	Эластичность замещения между отечественными торгуемыми благами разных регионов	N	1.5	0.1	1.4917	0.0999
δ_{LR}	Эластичность замещения между трудом одной группы д/х из разных регионов	N	0.8	0.1	0.8144	0.0993
θ_{VV}	Коэффициент для определения параметров Кальво в ВВМР	N	1	0.05	1.0073	0.0056
$a_{0Y_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной Y_{VVobs}	U			2.4149	0.0300
$a_{0w_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной w_{VVobs}	U			-5.0044	0.2780
$a_{0G_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной G_{VVobs}	U			-4.0269	0.0398
$a_{0i_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной i_{VVobs}	U			0.0213	0.0012
a_{0C_h}	Константа в наблюдаемой переменной C_{obsh}	U			4.4568	0.0495
a_{0Y_O}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Obs}	U			5.8914	0.0434
a_{0Y_N}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Nobs}	U			4.5080	0.0528
$\sigma(\varepsilon_{j\beta})$	Стандартное отклонение шоков межвременных предпочтений групп д/х	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0023	0.0009
$\sigma(\varepsilon_{jT})$	Стандартное отклонение шоков аккордных налогов групп д/х	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0390	0.0040
θ_h	Коэффициент для определения параметров Кальво для группы д/х h	N	1	0.05	1.0636	0.0316
ρ_{ExO}	Коэффициент авторегрессии шоков экспорта нефти	B	0.5	0.1	0.6840	0.0643
ρ_{dN}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений потребления неторгуемых благ	B	0.5	0.1	0.6274	0.0675
$\rho_{\mu N}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки неторгуемых благ	B	0.5	0.1	0.4115	0.0793
θ_N	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли неторгуемых благ	N	1.05	0.05	1.1397	0.0249

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
ρ_β	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений	B	0.5	0.1	0.4682	0.0814
ρ_μ	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки	B	0.5	0.1	0.3294	0.0742
ρ_W	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате	B	0.5	0.1	0.4803	0.0740
ρ_{rp}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки зарубежных заимствований/вложений средств	B	0.5	0.1	0.5453	0.1010
ρ_I	Коэффициент авторегрессии шоков эффективности инвестиций	B	0.5	0.1	0.8269	0.0460
ρ_G	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов	B	0.8	0.03	0.8159	0.0309
ρ_T	Коэффициент авторегрессии шоков налогов	B	0.8	0.03	0.7748	0.0324
ρ_{Ex}	Коэффициент авторегрессии шоков спроса на весь отечественный экспорт	B	0.5	0.1	0.6936	0.0596
ρ_{IM}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений импорта	B	0.5	0.1	0.6542	0.0623
ρ_i	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х	B	0.5	0.1	0.5023	0.0104
ρ_N	Коэффициент авторегрессии шоков рабочей силы	B	0.5	0.1	0.5722	0.0981
ρ_L	Коэффициент авторегрессии шоков доли труда в производственной функции	B	0.5	0.1	0.4979	0.0105
ρ_A	Коэффициент авторегрессии шоков TFP	B	0.5	0.1	0.4983	0.0150
θ	Коэффициент для определения параметров Кальво	B	0.8	0.03	0.7757	0.0249
θ_W	Коэффициент для определения параметров Кальво	B	0.8	0.03	0.7765	0.0181
θ_R	Коэффициент для определения параметров Кальво в секторе производства дифференцированных материалов	B	0.8	0.03	0.7954	0.0305
χ	Степени индексации цен благ на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.1531	0.0447
χ_W	Степени индексации заработной платы на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.2553	0.0751
χ_R	Степени индексации цены материалов на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.5017	0.1066
h	Параметр внешних привычек в потреблении	B	0.4	0.1	0.4454	0.0729

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
ψ_{B^*}	Параметр функции издержек, связанный с отклонением текущего уровня зарубежных долгов от стационарного уровня	N	0.08	0.01	0.0718	0.0102
σ	Параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления	N	2	0.35	1.3004	0.1780
κ	Параметр, обратный эластичности предложения труда по Фришу	N	1	0.2	1.0751	0.1922
δ^*	Эластичность спроса на отечественный экспорт по цене	N	0.8	0.1	0.8174	0.0973
δ_C	Эластичность замещения между различными видами благ	N	0.8	0.1	0.8400	0.0972
ϕ_I	Параметр функции издержек подстройки инвестиций	N	1	0.1	1.0703	0.0938
k_{SF}	Параметр, характеризующий степень стабилизации динамики зарубежных цен на нефть для внутреннего рынка	N	0.5	0.05	0.4982	0.0373
k_{XO}	Эластичность спроса на отечественную нефть по объему зарубежного выпуска	N	0.5	0.05	0.5003	0.0499
k_π	Коэффициент реакции [приведенной к году] ключевой ставки на ожидаемую годовую инфляцию в правиле Тэйлора	N	2	0.1	1.8431	0.0950
ψ_G	Эластичность аккордных налогов по уровню реального госдолга	N	0.1	0.02	0.0929	0.0200
ξ_O	Полуэластичность внешней премии к реальной цене на нефть	N	0.003	0.001	0.0030	0.0010
a_{0Y}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{obs}	U			4.9412	0.0270
a_{0I}	Константа в наблюдаемой переменной I_{obs}	U			5.2362	0.0198
a_{0G}	Константа в наблюдаемой переменной G_{obs}	U			-4.2673	0.0397
a_{0N}	Константа в наблюдаемой переменной N_{obs}	U			11.227	0.0074
a_{0L}	Константа в наблюдаемой переменной L_{obs}	U			4.2072	0.3756
a_{0w}	Константа в наблюдаемой переменной w_{obs}	U			-5.2405	0.2906
a_{0NEx}	Константа в наблюдаемой переменной NEx_{obs}	U			7.5791	0.0523
a_{0NIm}	Константа в наблюдаемой переменной NIm_{obs}	U			0.1491	0.0371
a_{0i}	Константа в наблюдаемой переменной i_{obs}	U			0.0218	0.0012
a_{0S}	Константа в наблюдаемой переменной S_{obs}	U			3.6399	0.1353
g	Долгосрочный темп прироста TFP	U			0.0023	0.0005

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
n	Долгосрочный темп прироста рабочей силы	N	0	0.001	0.0000	0.0002
g_{wert}	Невязка в формуле долгосрочного темпа роста реальной заработной платы	N	0.002	0.0005	0.0022	0.0005
ζr	Соотношение дисперсий специфических для региона и идиосинкратических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0.5389	0.2925
ζj	Соотношение дисперсий специфических для группы д/х и идиосинкратических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0.5178	0.2498

Таблица В.5: Результат байесовской оценки модели в спецификации Alternative.

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_{ExO})$	Стандартное отклонение шока спроса на экспорт отечественной нефти	U	-	-	0.0601	0.0069
$\sigma(\varepsilon_{dN})$	Стандартное отклонение шока предпочтений потребления неторгуемых благ	U	-	-	0.0356	0.0041
$\sigma(\varepsilon_{\mu N})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в отрасли N	U	-	-	0.0676	0.0149
$\sigma(\varepsilon_{\beta})$	Стандартное отклонение шока межвременных предпочтений	U	-	-	0.1928	0.0331
$\sigma(\varepsilon_{\mu})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки	U	-	-	0.0633	0.0118
$\sigma(\varepsilon_{ik})$	Стандартное отклонение шока ДКП	U	-	-	0.0047	0.0006
$\sigma(\varepsilon_W)$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в заработной плате	U	-	-	0.0839	0.0149
$\sigma(\varepsilon_{rp})$	Стандартное отклонение шока ставки зарубежных заимствований/вложений средств	U	-	-	0.0259	0.0058
$\sigma(\varepsilon_I)$	Стандартное отклонение шока эффективности инвестиций	U	-	-	0.0410	0.0057
$\sigma(\varepsilon_G)$	Стандартное отклонение шока госрасходов	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0333	0.0038
$\sigma(\varepsilon_T)$	Стандартное отклонение шока аккордных налогов	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0259	0.0092
$\sigma(\varepsilon_{Ex})$	Стандартное отклонение шока спроса на весь отечественный экспорт	U	-	-	0.0655	0.0081
$\sigma(\varepsilon_{IM})$	Стандартное отклонение шока предпочтений импорта	U	-	-	0.0843	0.0100
$\sigma(\varepsilon_i)$	Стандартное отклонение шока ставки заимствования/вложения средств д/х	U	-	-	0.0065	0.0007
$\sigma(\varepsilon_L)$	Стандартное отклонение шока доли труда в производственной функции	U	-	-	0.0017	0.0001

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_A)$	Стандартное отклонение шока TFP	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0023	0.0009
$\sigma(\varepsilon_N)$	Стандартное отклонение шока рабочей силы	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0019	0.0002
$\sigma(v_A)$	Стандартное отклонение перманентного шока TFP	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0053	0.0025
$\sigma(v_G)$	Стандартное отклонение перманентного шока госрасходов	Γ^{-1}	0.03	0.002	0.0047	0.0007
$\sigma(v_T)$	Стандартное отклонение перманентного шока аккордных налогов	Γ^{-1}	0.03	0.002	0.0047	0.0007
$\sigma(v_{Ex})$	Стандартное отклонение перманентного шока спроса на весь отечественный экспорт	Γ^{-1}	0.03	∞	0.0132	0.0052
$\sigma(v_{Im})$	Стандартное отклонение перманентного шока спроса на импорт	Γ^{-1}	0.01	∞	0.0052	0.0028
$\sigma(v_N)$	Стандартное отклонение перманентного шока рабочей силы	Γ^{-1}	0.002	∞	0.0024	0.0005
$\sigma(v_W)$	Стандартное отклонение перманентного шока монополистической наценки в заработной плате	Γ^{-1}	0.02	∞	0.0105	0.0055
$\sigma(\varepsilon_{A^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков производительности	U	-	-	0.0181	0.0020
$\sigma(\varepsilon_{O^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения нефти	U	-	-	0.1452	0.0159
$\sigma(\varepsilon_{R^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения материалов (ресурсов)	U	-	-	0.0526	0.0058
$\sigma(\varepsilon_{i^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков ставки	U	-	-	0.0019	0.0002
$\sigma(\varepsilon_{\beta^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков межвременных предпочтений	U	-	-	0.0239	0.0026
$\sigma(me_{Lt})$	Стандартное отклонение ошибки измерения предложения труда	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0024	0.0010
$\sigma(\varepsilon_{r\beta})$	Стандартное отклонение региональных шоков межвременных предпочтений (общая часть)	U	-	-	0.0412	0.0065
$\sigma(\varepsilon_{r\mu})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки (общая часть)	U	-	-	0.0038	0.0006
$\sigma(\varepsilon_{rW})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки в заработной плате (общая часть)	U	-	-	0.0198	0.0030
$\sigma(\varepsilon_{rG})$	Стандартное отклонение региональных шоков госрасходов (общая часть)	U	-	-	0.0028	0.0004

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$\sigma(\varepsilon_{ri})$	Стандартное отклонение региональных шоков ставки заимствования/вложения средств д/х (общая часть)	U	-	-	0.0005	0.0001
$\rho_{\beta VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в ВВМР	B	0.5	0.1	0.5525	0.0876
$\rho_{\mu VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в ВВМР	B	0.5	0.1	0.4439	0.0999
$\rho_{WV V}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в ВВМР	B	0.5	0.1	0.4298	0.0885
$\rho_{i V V}$	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в ВВМР	B	0.5	0.1	0.5102	0.0123
$\rho_{G V V}$	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в ВВМР	B	0.5	0.1	0.6532	0.0708
$\rho_{\beta R U}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4725	0.0993
$\rho_{\mu R U}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4242	0.0650
$\rho_{W R U}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.4547	0.0770
$\rho_{i R U}$	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.5120	0.0129
$\rho_{G R U}$	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в остальных регионах России	B	0.5	0.1	0.5990	0.1034
Ω	Параметр регионального смещения в потреблении	B	0.7	0.05	0.7031	0.0503
Ω_L	Параметр регионального смещения на рынке труда	B	0.7	0.05	0.7282	0.0469
δ_R	Эластичность замещения между отечественными торгуемыми благами разных регионов	N	1.5	0.1	1.4920	0.0999
δ_{LR}	Эластичность замещения между трудом одной группы д/х из разных регионов	N	0.8	0.1	0.8121	0.0994
θ_{VV}	Коэффициент для определения параметров Кальво в ВВМР	N	1	0.05	1.0071	0.0055
$a_{0Y_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной Y_{VVobs}	U	-	-	2.4301	0.0267
$a_{0w_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной w_{VVobs}	U	-	-	-4.8655	0.2175

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
$a_{0G_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной G_{VVobs}	U	-	-	-3.9629	0.0352
$a_{0i_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной i_{VVobs}	U	-	-	0.0212	0.0012
a_{0C_h}	Константа в наблюдаемой переменной $C_{obs h}$	U	-	-	4.4625	0.0461
a_{0Y_O}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Obs}	U	-	-	5.9097	0.0416
a_{0Y_N}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Nobs}	U	-	-	4.5160	0.0517
$\sigma(\varepsilon_{j\beta})$	Стандартное отклонение шоков межвременных предпочтений групп д/х	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0023	0.0009
$\sigma(\varepsilon_{jT})$	Стандартное отклонение шоков аккордных налогов групп д/х	Γ^{-1}	0.005	∞	0.0398	0.0045
θ_h	Коэффициент для определения параметров Кальво для группы д/х h	N	1	0.05	1.0656	0.0325
ρ_{ExO}	Коэффициент авторегрессии шоков экспорта нефти	B	0.5	0.1	0.6842	0.0642
ρ_{dN}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений потребления неторгуемых благ	B	0.5	0.1	0.6264	0.0677
$\rho_{\mu N}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки неторгуемых благ	B	0.5	0.1	0.4044	0.0788
θ_N	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли неторгуемых благ	N	1.05	0.05	1.1384	0.0249
ρ_{β}	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений	B	0.5	0.1	0.4688	0.0817
ρ_{μ}	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки	B	0.5	0.1	0.3293	0.0743
ρ_W	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате	B	0.5	0.1	0.4644	0.0802
ρ_{gr}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки зарубежных заимствований/вложений средств	B	0.5	0.1	0.5413	0.1001
ρ_I	Коэффициент авторегрессии шоков эффективности инвестиций	B	0.5	0.1	0.8344	0.0439
ρ_G	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов	B	0.8	0.03	0.8490	0.0231
ρ_T	Коэффициент авторегрессии шоков налогов	B	0.8	0.03	0.8026	0.0309
ρ_{Ex}	Коэффициент авторегрессии шоков спроса на весь отечественный экспорт	B	0.5	0.1000	0.6890	0.0605
ρ_{IM}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений импорта	B	0.5	0.1	0.6543	0.0609

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
ρ_i	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х	B	0.5	0.1	0.5023	0.0105
ρ_N	Коэффициент авторегрессии шоков рабочей силы	B	0.5	0.1	0.5729	0.0980
ρ_L	Коэффициент авторегрессии шоков доли труда в производственной функции	B	0.5	0.1	0.4979	0.0105
ρ_A	Коэффициент авторегрессии шоков TFP	B	0.5	0.1	0.4983	0.0150
θ	Коэффициент для определения параметров Кальво	B	0.8	0.03	0.7807	0.0252
θ_W	Коэффициент для определения параметров Кальво	B	0.8	0.03	0.7751	0.0186
θ_R	Коэффициент для определения параметров Кальво в секторе производства дифференцированных материалов	B	0.8	0.03	0.7956	0.0305
χ	Степени индексации цен благ на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.1503	0.0439
χ_W	Степени индексации заработной платы на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.2505	0.0739
χ_R	Степени индексации цены материалов на предыдущую инфляцию	B	0.5	0.1	0.5012	0.1066
h	Параметр внешних привычек в потреблении	B	0.4	0.1	0.4560	0.0735
ψ_{B^*}	Параметр функции издержек, связанный с отклонением текущего уровня зарубежных долгов от стационарного уровня	N	0.08	0.01	0.0718	0.0102
σ	Параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления	N	2	0.35	1.2386	0.1595
κ	Параметр, обратный эластичности предложения труда по Фришу	N	1	0.2	1.0845	0.1908
δ^*	Эластичность спроса на отечественный экспорт по цене	N	0.8	0.1	0.8169	0.0970
δ_C	Эластичность замещения между различными видами благ	N	0.8	0.1	0.8388	0.0973
ϕ_I	Параметр функции издержек подстройки инвестиций	N	1	0.1	1.0767	0.0936
k_{SF}	Параметр, характеризующий степень стабилизации динамики зарубежных цен на нефть для внутреннего рынка	N	0.5	0.05	0.4976	0.0374
k_{XO}	Эластичность спроса на отечественную нефть по объему зарубежного выпуска	N	0.5	0.05	0.5004	0.0499

Обозн	Параметр	Тип	Априорное расп.		Апостериорное расп.	
			Среднее	Ст. от.	Мода	Ст. от.
k_π	Коэффициент реакции ключевой ставки на ожидаемую годовую инфляцию в правиле Тэйлора	N	2	0.1	1.8368	0.0953
ψ_G	Эластичность аккордных налогов по уровню реального госдолга	N	0.1	0.02	0.0925	0.0200
ξ_O	Полуэластичность внешней премии к реальной цене на нефть	N	0.003	0.001	0.0030	0.0010
a_{0Y}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{obs}	U	-	-	4.9569	0.0224
a_{0I}	Константа в наблюдаемой переменной I_{obs}	U	-	-	5.2445	0.0197
a_{0G}	Константа в наблюдаемой переменной G_{obs}	U	-	-	-4.2029	0.0351
a_{0N}	Константа в наблюдаемой переменной N_{obs}	U	-	-	11.227	0.0074
a_{0L}	Константа в наблюдаемой переменной L_{obs}	U	-	-	4.0968	0.3357
a_{0w}	Константа в наблюдаемой переменной w_{obs}	U	-	-	-5.0946	0.2279
a_{0NEx}	Константа в наблюдаемой переменной NEx_{obs}	U	-	-	7.5877	0.0511
a_{0NIm}	Константа в наблюдаемой переменной NIm_{obs}	U	-	-	0.1466	0.0375
a_{0i}	Константа в наблюдаемой переменной i_{obs}	U	-	-	0.0216	0.0012
a_{0S}	Константа в наблюдаемой переменной S_{obs}	U	-	-	3.6164	0.1361
g	Долгосрочный темп прироста TFP	U	-	-	0.0024	0.0005
n	Долгосрочный темп прироста рабочей силы	N	0	0.001	0.0000	0.0002
g_{werr}	Невязка в формуле долгосрочного темпа роста реальной заработной платы	N	0.002	0.0005	0.0022	0.0005
ζ_r	Соотношение дисперсий специфических для региона и идиосинкратических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0.5297	0.2794
ζ_j	Соотношение дисперсий специфических для группы д/х и идиосинкратических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0.5115	0.2423

С Многомерные фильтры Лакстона-Тетлоу и Хироше-Камады

Многомерные фильтры Лакстона-Тетлоу (ЛТ) и Хироше-Камады (НК) привлекательны тем, что они обогащают классический фильтр НР известными эмпирическими экономическими взаимосвязями (например, кривой Филлипса и законом Оукена). Хотя процедуры оценки ЛТ и НК схожи, два фильтра отличаются друг от друга тем, как эмпирические взаимосвязи встроены в НР-фильтр.

В фильтре ЛТ экономические взаимосвязи добавляются к исходному фильтру НР, и, следовательно, количество экономических взаимосвязей, которые могут быть рассмотрены, теоретически не ограничено – нужно лишь указать собственный вес, λ_i , для каждого соотношения. Мы рассмотрим вариант фильтра ЛТ в котором учитываются одновременно кривая Филлипса и закон Оукена.

В фильтре НК же экономические отношения напрямую интегрированы в первый элемент фильтра НР и, как следствие, одновременно может быть предусмотрена только одна экономическая взаимосвязь. Поэтому будет рассмотрено два частных случая:

1. НК-фильтр с кривой Филлипса,
2. НК-фильтр с законом Оукена.

Данные

Для расчетов используются следующие 3 ряда квартальных данных с 2000 по 2024 год:

- ВВП в ценах 2021 года, SA⁵⁰, в млрд руб.;
- Безработица, в %;
- ИПЦ в годовом выражении, SAAR⁵¹, в %.

Многомерный фильтр Лакстона-Тетлоу

Учитывая «назад смотрящие» инфляционные ожидания, кривую Филлипса можно записать следующим образом:

$$\pi_t = \alpha + \beta_1 \pi_{t-1} + \beta_2 \hat{y}_t + e_t^\pi, \quad (C.1)$$

где $\hat{y}_t = y_t - \tau_t^y$ – разрыв выпуска, y_t – логарифм фактического выпуска, τ_t^y – логарифм потенциального (трендового) выпуска, π_t – инфляция, α – свободный член, e_t^π – невязки в кривой Филлипса.

Закон Оукена, который отражает эмпирическую закономерность между отклонениями от трендов на рынке труда и в объеме производства, выглядит так:

$$u_t - \tau_t^u = \beta \hat{y}_t + e_t^u, \quad (C.2)$$

где u_t – уровень безработицы в %, τ_t^u – трендовый уровень безработицы, e_t^u – невязки в законе Оукена.

В первоисточнике метода [Laxton, Tetlow, 1992] и для кривой Филлипса, и для закона Оукена используются модели семейства $ARDL(p, k) : y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^k b_j x_{t-j} + \sigma \varepsilon_t$. Обозначенные выше спецификации в уравнениях и были выбраны исходя из значимости добавляемых лагов (p-value) и их вклада в объяснение объясняемой переменной (R_{adj}^2). На основании приведенных в Таблице С.1 результатов был сделан вывод, что для обеих кривых оптимальной является спецификация $ARDL(1, 0)$.

⁵⁰X-13ARIMA-SEATS

⁵¹X-13ARIMA-SEATS

Таблица С.1: Результаты оценки вспомогательных эмпирических соотношений.

Закон Оукена		k = 0	k = 1	k = 2
p = 0	$\hat{y}_t$	-0,1594*** (0,000)	-0,1468*** (0,000)	-0,1412*** (0,000)
	$\hat{y}_{t-1}$		-0,0193 (0,447)	-0,0510 (0,130)
	$\hat{y}_{t-2}$			0,0355 (0,162)
	R^2_{adj}	[0,4516]	[0,4802]	[0,500]
	$\hat{u}_{t-1}$	0,5966*** (0,000)	0,7112*** (0,000)	0,7482*** (0,000)
p = 1	$\hat{y}_t$	-0,080*** (0,000)	-0,119*** (0,000)	-0,106*** (0,000)
	$\hat{y}_{t-1}$		0,0735*** (0,000)	0,0279 (0,228)
	$\hat{y}_{t-2}$			0,0567*** (0,001)
	R^2_{adj}	[0,7301]	[0,7642]	[0,7858]
	$\hat{u}_{t-1}$			
Кривая Филлипса		k = 0	k = 1	k = 2
p = 0	const.	9,7121*** (0,000)	9,6967*** (0,000)	9,6500*** (0,000)
	$\hat{y}_t$	0,4553 (0,0956)	-0,1456 (0,718)	-0,101 (0,807)
	$\hat{y}_{t-1}$		0,8025* (0,049)	0,5614 (0,307)
	$\hat{y}_{t-2}$			0,2703 (0,514)
	R^2_{adj}	[0,0180]	[0,0469]	[0,0407]
p = 1	const.	5,0494*** (0,000)	5,2295*** (0,000)	5,2054*** (0,000)
	π_{t-1}	0,4788*** (0,000)	0,4604*** (0,000)	0,4589*** (0,000)
	$\hat{y}_t$	0,4998* (0,0393)	0,3076 (0,410)	0,2959 (0,437)
	$\hat{y}_{t-1}$		0,2554 (0,499)	0,2745 (0,580)
	$\hat{y}_{t-2}$			-0,0198 (0,958)
	R^2_{adj}	[0,2415]	[0,2372]	[0,2269]

Примечания. * – $p < 0,1$, ** – $p < 0,05$, *** – $p < 0,01$. $\hat{y}_t$ и $\hat{u}_t$ разрывы к тренду из фильтра НР(1600). Свободный член в законе Оукена незначим для всех тестируемых спецификаций.

Включая оба ограничения в фильтр НР, целевая функция, которая должна быть минимизирована, записывается как:

$$V^{LT} = \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t^y)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((\tau_{t+1}^y - \tau_t^y) - (\tau_t^y - \tau_{t-1}^y))^2 + \lambda^\pi \sum_{t=1}^T (e_t^\pi)^2 + \lambda^u \sum_{t=1}^T (e_t^u)^2, \quad (C.3)$$

где T – размер выборки, λ – степень гладкости тренда (штраф на вторую производную), λ^π и λ^u – веса степени учёта дополнительных соотношений. Для квартальных данных используется стандартная $\lambda = 1600$, в то время

как для λ^π и λ^u нет стандартного решения. [Laxton, Tetlow, 1992] использовали значения $\lambda^\pi = \lambda^u = 1^{52}$, [Conway, Hunt., 1996] исходили из предположения, что $\lambda^\pi = \lambda^u = 2$, а [Haltmaier, 1996] брал значения обоих параметров, равными 400⁵³.

Один из подходов к выбору параметров сглаживания, часто используемый макроэкономистами, предполагает, что выбор λ^π и λ^u должен основываться на априорных данных об относительной дисперсии каждой из компонент целевой функции (см. например, [Boone, 2000]). Чем выше дисперсия компоненты, тем меньший вес она получает в процессе минимизации. Тогда, согласно [Dermoune, 2011], наилучшими параметрами сглаживания являются следующие отношения⁵⁴:

$$\lambda^\pi = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{e^\pi}^2} \text{ и } \lambda^u = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{e^u}^2}, \quad (\text{C.4})$$

где σ_y^2 – дисперсия разрыва выпуска, $\sigma_{e^\pi}^2$ – дисперсия остатков уравнения кривой Филлипса, $\sigma_{e^u}^2$ – дисперсия остатков уравнения кривой Оукена.

На российских данных $\lambda^\pi = 0.18$ и $\lambda^u = 71, 5$.

Оценка ненаблюдаемого тренда фильтром LT происходит по следующему алгоритму:

1. С помощью одномерного фильтра НР оценивается ряд разрыва выпуска.
2. Полученный ряд разрыва используется в качестве фактора при оценке кривых Филлипса и Оукена с помощью МНК.
3. Определяются остатки регрессий e_t^u и e_t^π как разница между фактической и расчетной безработицей и инфляцией соответственно.
4. Для получения оценки компоненты тренда выпуска решается оптимизационная задача минимизации величины V^{LT} по переменной τ_t^y .
5. Обновлённый разрыв рассчитывается как разница между фактическим выпуском и найденным потенциальным выпуском.
6. Пункты (2) – (5) повторяются до тех пор, пока коэффициенты кривой Филлипса и Оукена не перестанут существенно изменяться от одной итерации к другой.

При этом потенциальный уровень безработицы τ_t^u , рассчитанный на основе исходного ряда безработицы одномерным фильтром НР, принимается экзогенным.

Многомерный фильтр Хироше-Камады

При использовании фильтра НК, учитывающего **кривую Филлипса**, целевая функция для минимизации выглядит следующим образом:

$$V^{HK,PC} = \sum_{t=2}^T (\pi_t - \alpha - \beta_1 \pi_{t-1} - \beta_2 (y_t - \tau_t^y))^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1}^y - \tau_t^y) - (\tau_t^y - \tau_{t-1}^y)]^2. \quad (\text{C.5})$$

А при использовании фильтра, учитывающего **закон Оукена**, целевая функция выглядит, соответственно, так:

$$V^{HK,Oken} = \sum_{t=2}^T (u_t - \tau_t^u - \gamma_1 (u_{t-1} - \tau_{t-1}^u) - \gamma_2 (y_t - \tau_t^y))^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1}^y - \tau_t^y) - (\tau_t^y - \tau_{t-1}^y)]^2. \quad (\text{C.6})$$

Значение λ опять же берется равным 1600, поскольку используются квартальные данные.

В случае разложения исходного ряда на ненаблюдаемые компоненты фильтром НК применяется следующий алгоритм:

1. С помощью одномерного фильтра НР оценивается ряд разрыва выпуска.
2. Полученный ряд разрыва используется в качестве фактора при оценке кривой Филлипса либо закона Оукена с помощью МНК.

⁵²В нашем случае при использовании таких параметров сглаживания ряды разрыва и потенциала, оцененные LT, почти ничем не отличаются от рядов, оцененных одномерным НР.

⁵³А при использовании таких параметров сглаживания ряд потенциала, оцененный LT, обладает чрезмерной волатильностью.

⁵⁴Для расчета параметров используется ряд разрыва выпуска, полученный с помощью одномерного фильтра НР.

3. МНК-оценки параметров α , β_1 , β_2 , β и γ подставляются в целевую функцию, V^{HK} .
4. Для оценки тренда выпуска, целевая функция, V^{HK} , минимизируется по τ_t^y .
5. Обновлённый разрыв рассчитывается как разница между фактическим выпуском и потенциалом из (4).
6. Пункты (2) – (5) повторяются до тех пор, пока коэффициенты соответствующей кривой (Филлипса или Оукена) не перестанут существенно изменяться от одной итерации к другой.

Потенциальный уровень безработицы τ_t^u , рассчитанный одномерным фильтром НР, как и ранее принимается экзогенным.

Расчеты и результаты

Для оптимизации целевых функций фильтров LT и НК использовался метод численной оптимизации Бройден-Флетчер-Гольдфарб-Шанно (англ. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, BFGS) с 5000 итераций реализованный в R.

Полученные одномерным (НР) и многомерными (LT и НК) фильтрами оценки разрыва выпуска представлены на Рисунке С.1. Большой разброс оценок в начале выборки обусловлен проблемой идентификации стартовой точки тренда.

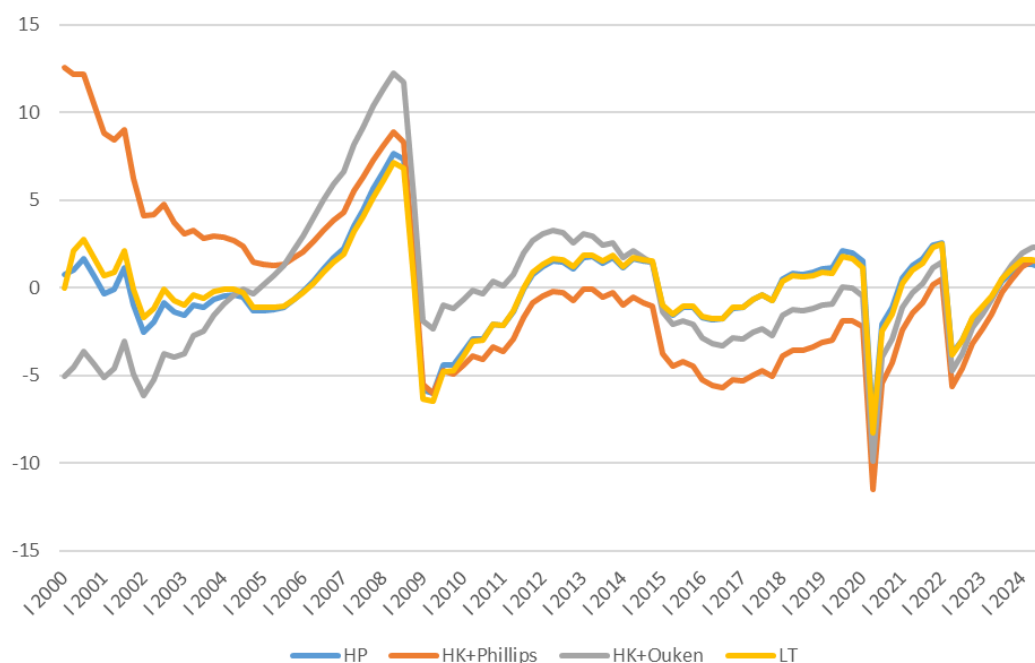


Рис. С.1: Разрыв выпуска, %

Потенциальный выпуск представлен на Рисунках С.2 (в уровнях), С.3 (квартал к кварталу, QoQ SAAR) и С.4 (год к году, YoY).

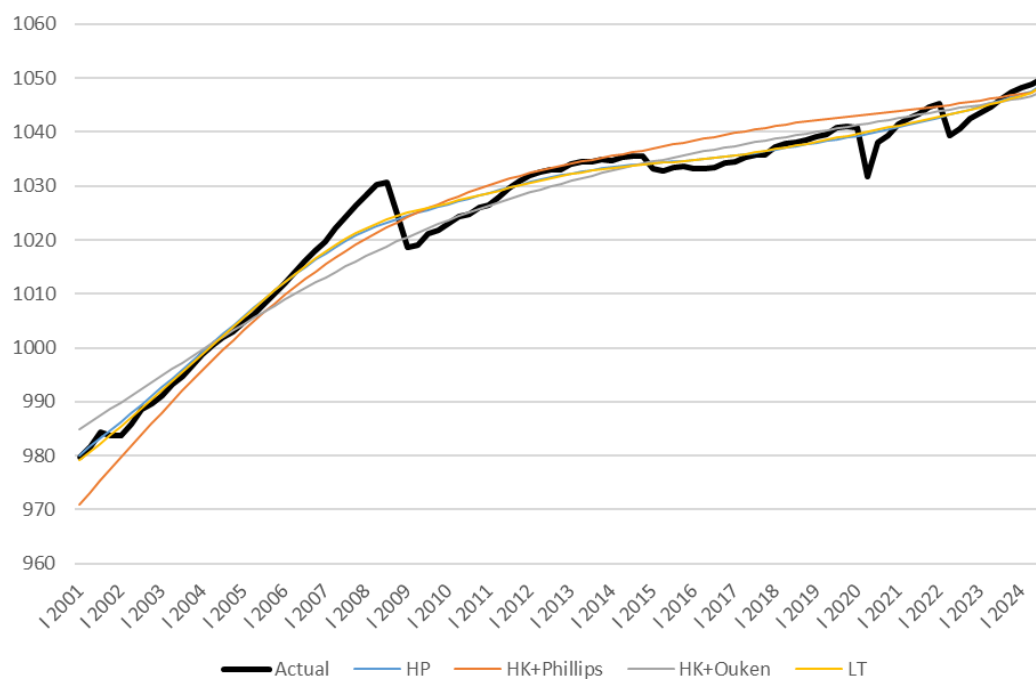


Рис. С.2: Потенциальный выпуск

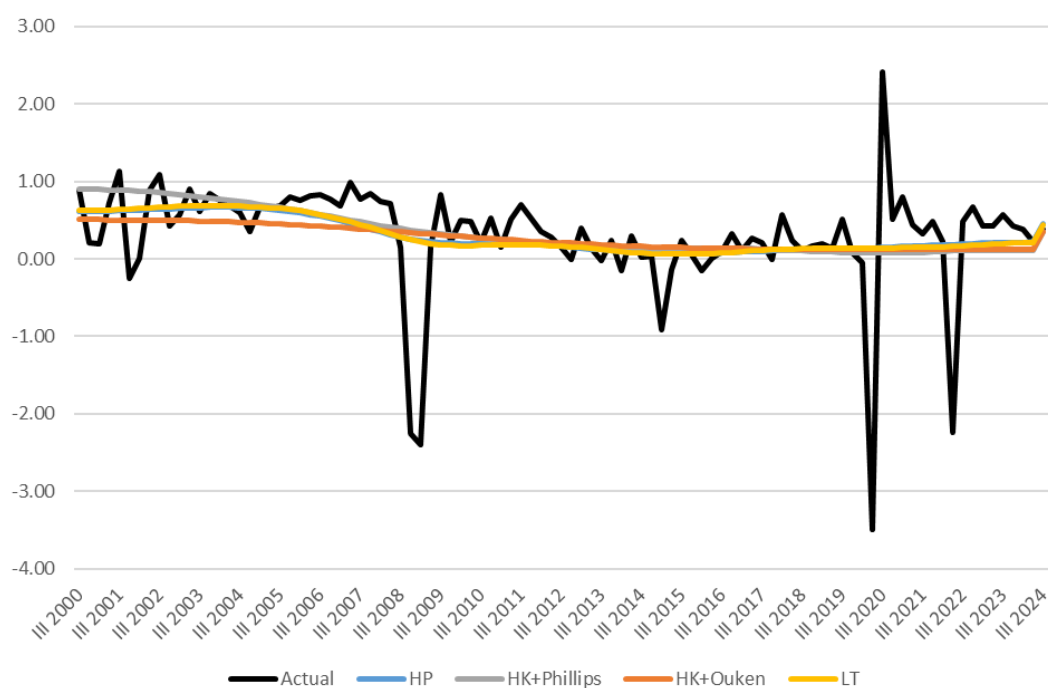


Рис. С.3: Потенциальный выпуск, QoQ SAAR

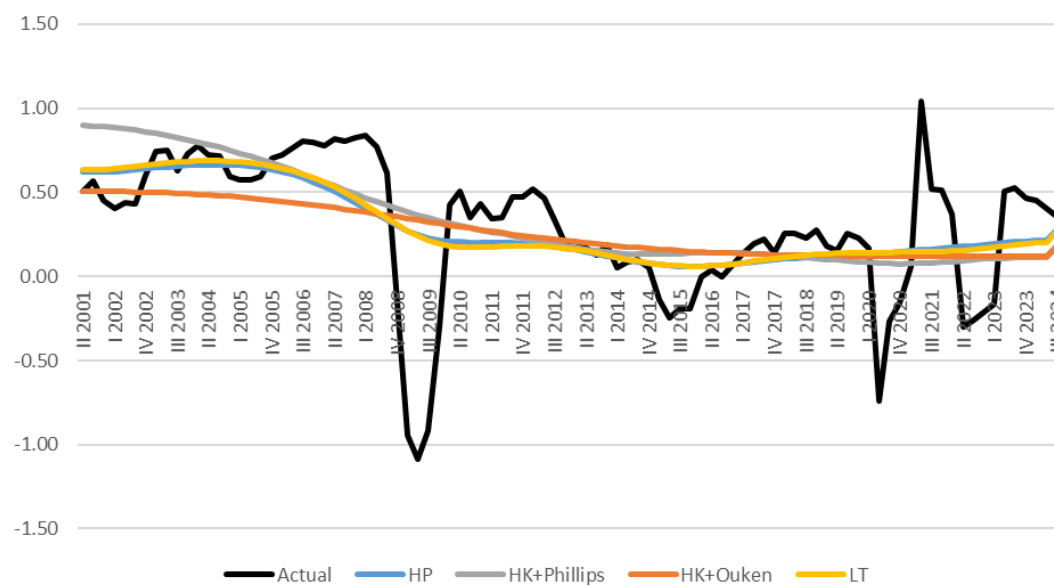


Рис. С.4: Потенциальный выпуск, YoY

D Многомерный фильтр Благрейва, Лакстона и др.

В этом приложении приводятся результаты оценки многомерного полуструктурного фильтра из работы Blagrove et al. (2015) A simple multivariate filter for estimating potential output с и без добавления ожиданий по методике Hamilton (1985) Uncovering financial market expectations of inflation.⁵⁵

Формулировка модели

Разрыв выпуска y задается в модели стандартным соотношением:

$$y_t = Y_t - \bar{Y}_t \quad (D.1)$$

где y – разрыв выпуска, Y – логарифм фактического выпуска, $\bar{Y}$ – логарифм потенциального выпуска.

В модели реальный выпуск (ВВП) подвержен шокам трех типов – шоки долгосрочных темпов роста (ε_t^G), временные шоки потенциального выпуска ($\varepsilon_t^{\bar{Y}}$), шоки спроса или шоки разрыва выпуска (ε_t^y). Потенциальный выпуск зависит от долгосрочных темпов роста (G_t) и временных шоков ($\varepsilon_t^{\bar{Y}}$), разрыв выпуска подвержен влиянию шоков спроса (ε_t^y):

$$\bar{Y}_t = \bar{Y}_{t-1} + G_t + \varepsilon_t^{\bar{Y}} \quad (D.2)$$

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t^y \quad (D.3)$$

Долгосрочный темп роста выпуска:

$$G_t = \theta G^{SS} + (1 - \theta)G_{t-1} + \varepsilon_t^G \quad (D.4)$$

Уравнение для кривой Филлипса учитывает ожидаемую инфляцию:

$$\pi_t = \lambda \pi_{t+1} + (1 - \lambda)\pi_{t-1} + \beta y_t + \varepsilon_t^\pi \quad (D.5)$$

Динамика безработицы задается уравнением, описывающим устойчивые шоки тренда NAIRU, уравнением, описывающим закон Оукена, а также уравнением для NAIRU ($\bar{U}_t$), который подвержен влиянию шоков ($\varepsilon_t^{\bar{U}}$):

$$\bar{U}_t = (\tau_4 \bar{U}^{SS} + (1 - \tau_4)\bar{U}_{t-1}) + G_t^{\bar{U}} + \varepsilon_t^{\bar{U}} \quad (D.6)$$

$$g\bar{U}_t = (1 - \tau_3)g\bar{U}_{t-1} + \varepsilon_t^{g\bar{U}} \quad (D.7)$$

$$u_t = \tau_2 u_{t-1} + \tau_1 y_t + \varepsilon_t^u \quad (D.8)$$

$$u_t = \bar{U}_t - U_t \quad (D.9)$$

где U_t – фактический уровень безработицы; $\bar{U}_t$ – равновесный уровень безработицы, NAIRU; u_t – разрыв безработицы. Равновесный уровень безработицы подвержен влиянию шоков ($\varepsilon_t^{\bar{U}}$), а также зависит от динамики тренда ($g\bar{U}_t$). Тренд также подвержен влиянию шоков ($\varepsilon_t^{g\bar{U}}$).

Уравнения (D.1)-(D.9) составляют основу модели. Также к ней модели добавлены и инфляционные ожидания:

$$\pi_{t+4}^e = \pi_{t+4} + \varepsilon_{t+4}^\pi. \quad (D.10)$$

Инфляционные ожидания оцениваются вне модели на основе подхода Hamilton (1985):

$$r_t = k_1 + \varphi(L)r_t + \psi_0 \pi_t^e + \psi(L)\pi_t^e + \xi(L)\pi_t + \varepsilon_{1t}, \quad (D.11)$$

$$\pi_t^e = k_2 + \alpha(L)r_t + \beta(L)\pi_t^e + \gamma(L)\pi_t + \varepsilon_{2t}. \quad (D.12)$$

где π_t – инфляция в период t ; π_t^e – рыночные инфляционные ожидания, основанные на доступной информации в период t ; e_t – ошибка прогноза ($\pi_t - \pi_t^e$); r_t – ex ante реальная процентная ставка ($r_t - \pi_t^e$); i_t – номинальная процентная ставка (MIA CR) при условии ортогональности:

$$E(\varepsilon_{1t}) = E(\varepsilon_{1t}r_{t-j}) = E(\varepsilon_{1t}\pi_{t+1-j}^e) = E(\varepsilon_{1t}\pi_{t-j}) = 0 \quad j \geq 1 \quad (D.13)$$

$$E(\varepsilon_{2t}) = E(\varepsilon_{2t}r_{t-j}) = E(\varepsilon_{2t}\pi_{t-j}^e) = E(\varepsilon_{2t}\pi_{t-j}) = 0 \quad j \geq 1. \quad (D.14)$$

⁵⁵Использовался оригинальный код: <http://www.douglaslaxton.org/potential.html>, в MATLAB R2021a и IRIS toolbox версии 20211222

Описание данных

Для оценки потенциального выпуска в модели Blagrove et al. (2015) используется 3 наблюдаемые переменные (таблица D.1). Для оценки инфляционных ожиданий по Hamilton (1985) используются данные об инфляции и номинальной процентной ставке MIACR.

Таблица D.1: Описание данных

Показатель	Источник	Период	Ед. измерения	Предобработка
ВВП в постоянных ценах	Росстат	1 кв 2003 - 3 кв 2024	млрд руб. в ценах 2021 г.	Сезонная корректировка (X-13ARIMA-SEATS), 100 ln
Инфляция	Росстат	1 кв 2003 - 3 кв 2024	% прироста г/г	–
Безработица	Росстат	2 кв 2003 - 3 кв 2024	%	Сезонная корректировка (X-13ARIMA-SEATS)
Номинальная процентная ставка, MIACR	Банк России	1 кв 2003 - 3 кв 2024	%	–

Результаты оценки

Статистические таблицы с оценками параметров

Таблица D.2: Параметры априорного распределения

Параметры	Распред.	Нижняя граница	Верхняя граница	Prior mode	Prior std
Θ	Normal	0.05	0.90	0.10	44.4
Φ	Normal	0.05	0.99	0.80	44.4
Λ	Normal	0.05	0.99	0.45	11.1
B	Normal	0.05	3.00	0.40	11.1
τ_1	Normal	0.05	0.80	0.30	100
τ_2	Normal	0.05	0.80	0.80	100
τ_3	Normal	0.05	0.80	0.80	100
τ_4	Normal	0.05	0.80	0.80	100
$\sigma(\varepsilon^G)$	Normal	0.20	0.80	0.40	10000
$\sigma(\varepsilon^Y)$	Normal	0.20	0.80	0.40	10000
$\sigma(\varepsilon^y)$	Normal	0.30	2.00	0.80	10000
$\sigma(\varepsilon^\pi)$	Normal	0.01	3.00	0.50	100
$\sigma(\varepsilon^U)$	Normal	0.01	3.00	0.01	44.4
$\sigma(\varepsilon^{gU})$	Normal	0.01	3.00	0.10	44.4
$\sigma(\varepsilon^u)$	Normal	0.01	3.00	0.04	44.4
G^{SS}	–	–	–	2.00	–
U^{SS}	–	–	–	3.00	–

Таблица D.3: Результаты оценки параметров модели

Парам.	Posterior mode (ММП)	Posterior std (ММП)	Posterior mode (bias)	Posterior std (bias)	90% HPD lower	90% HPD upper
Θ	0.05	0.02	0.05	0.03	0.05	0.11
Φ	0.81	0.08	0.79	0.11	0.56	0.92
Λ	0.06	0.07	0.05	0.10	0.05	0.34
B	0.16	0.08	0.10	0.08	0.05	0.28
τ_1	0.12	0.02	0.12	0.02	0.09	0.16
τ_2	0.50	0.09	0.51	0.11	0.32	0.70
τ_3	0.05	0.03	0.05	0.04	0.05	0.15
τ_4	0.05	0.03	0.05	0.04	0.05	0.15
$\sigma(\varepsilon^G)$	0.31	0.07	0.42	0.13	0.26	0.67
$\sigma(\varepsilon^Y)$	0.20	0.58	0.24	0.17	0.20	0.73
$\sigma(\varepsilon^y)$	1.64	0.14	1.50	0.16	1.27	1.79
$\sigma(\varepsilon^\pi)$	1.82	0.14	1.64	0.23	1.20	1.97
$\sigma(\varepsilon^U)$	0.21	0.02	0.12	0.07	0.02	0.22
$\sigma(\varepsilon^{gU})$	0.06	0.02	0.11	0.04	0.06	0.18
$\sigma(\varepsilon^u)$	0.09	0.04	0.15	0.05	0.02	0.19

Таблица D.4: Результаты оценки параметров модели (с использованием Hamilton PE)

Парам.	Posterior mode (ММП)	Posterior std (ММП)	Posterior mode (bias)	Posterior std (bias)	90% HPD lower	90% HPD upper
Θ	0.05	0.03	0.05	0.04	0.05	0.14
Φ	0.82	0.07	0.61	0.17	0.28	0.84
Λ	0.05	0.06	0.06	0.09	0.05	0.28
B	0.05	0.02	0.05	0.04	0.05	0.13
τ_1	0.16	0.02	0.13	0.03	0.08	0.18
τ_2	0.55	0.08	0.60	0.12	0.43	0.80
τ_3	0.05	0.03	0.05	0.07	0.05	0.20
τ_4	0.05	0.03	0.05	0.06	0.05	0.18
$\sigma(\varepsilon^G)$	0.36	0.09	0.51	0.13	0.41	0.80
$\sigma(\varepsilon^Y)$	0.80	0.20	0.77	0.18	0.28	0.80
$\sigma(\varepsilon^y)$	1.46	0.14	1.36	0.18	1.09	1.69
$\sigma(\varepsilon^\pi)$	1.91	0.15	1.74	0.22	1.34	2.07
$\sigma(\varepsilon^U)$	0.09	0.06	0.18	0.07	0.02	0.22
$\sigma(\varepsilon^{gU})$	0.05	0.02	0.14	0.05	0.07	0.22
$\sigma(\varepsilon^u)$	0.17	0.02	0.15	0.05	0.01	0.19

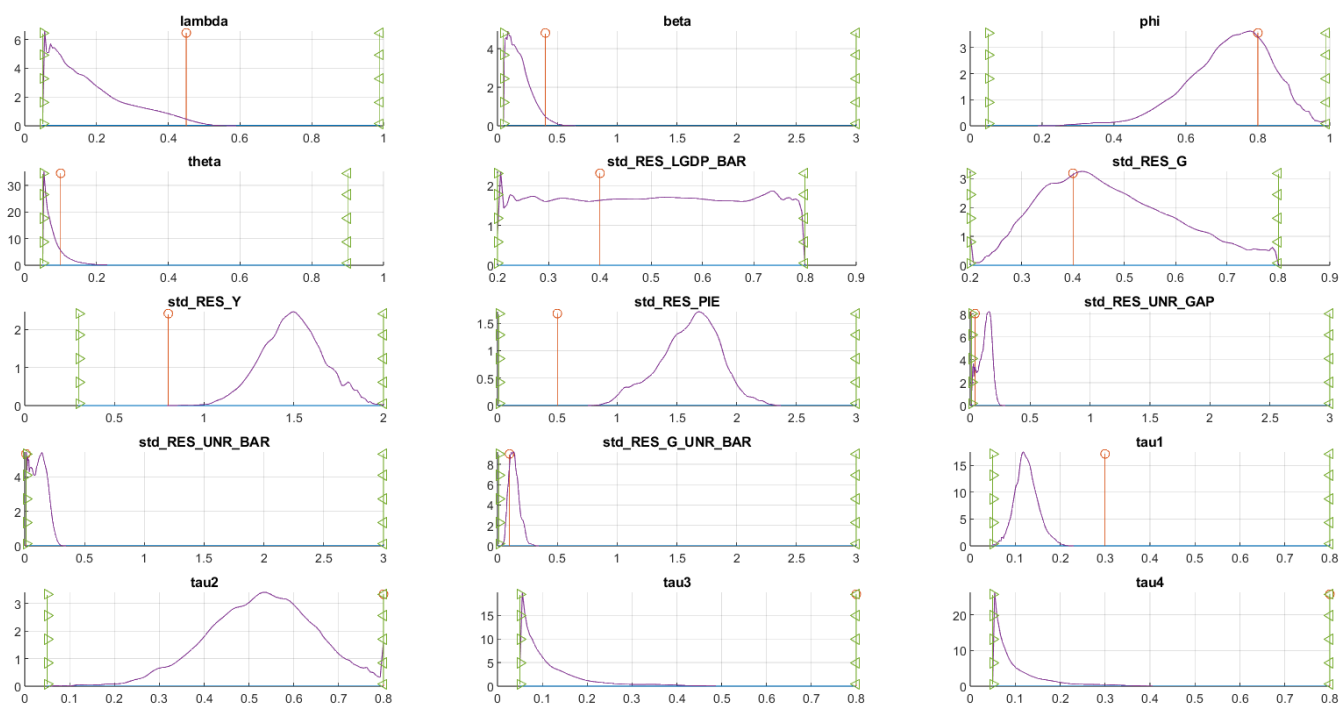


Рис. D.1: Апостериорное распределение оценок параметров (для байесовской оценки). Фиолетовая линия – апостериорное распределение, красная точка – мода априорного распределения, а зелёные треугольники – границы параметров.

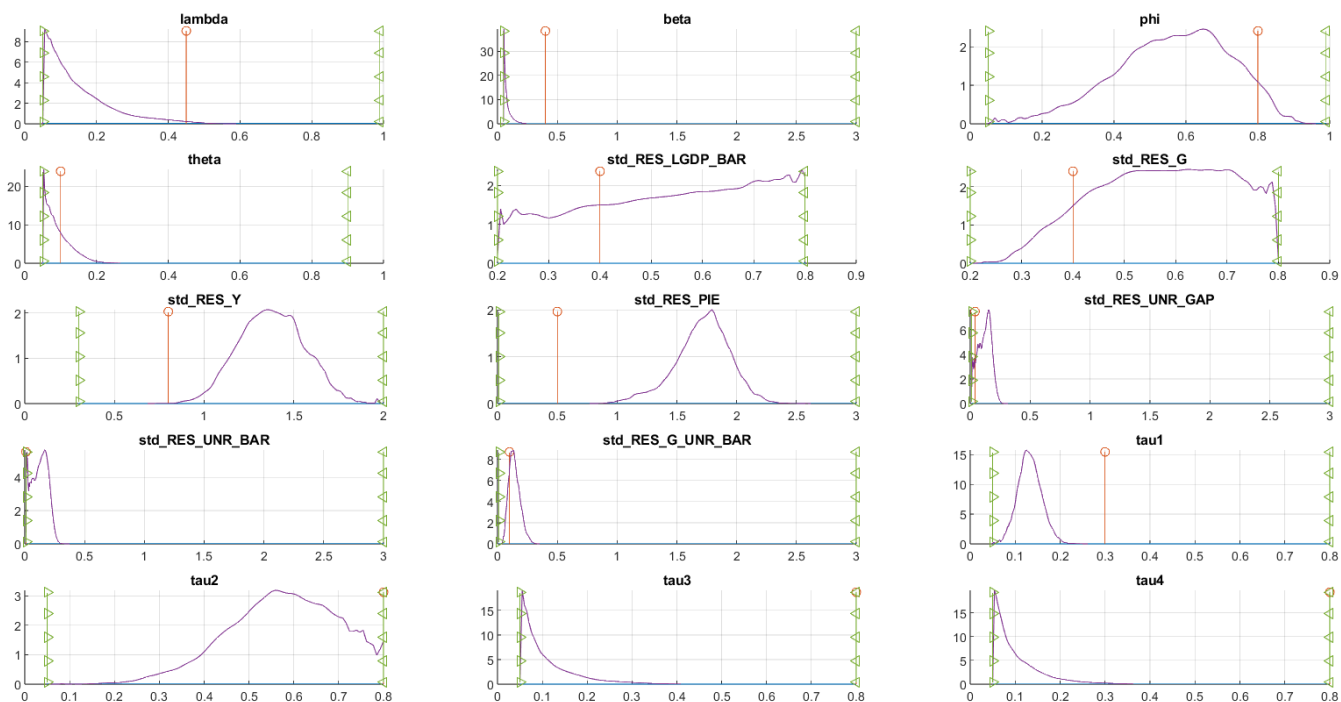


Рис. D.2: Апостериорное распределение оценок параметров (для байесовской оценки с использованием Hamilton PE). Фиолетовая линия – апостериорное распределение, красная точка – мода априорного распределения, а зелёные треугольники – границы параметров.

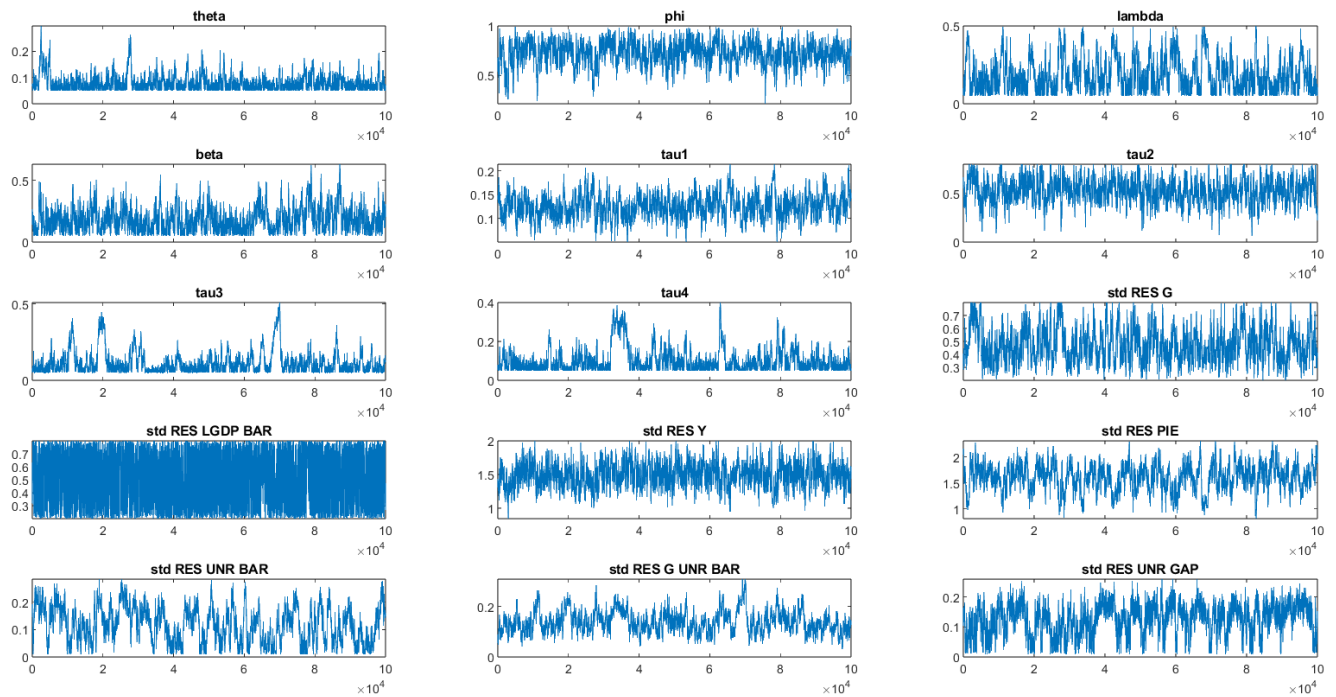


Рис. D.3: Trace plots (для байесовской оценки).

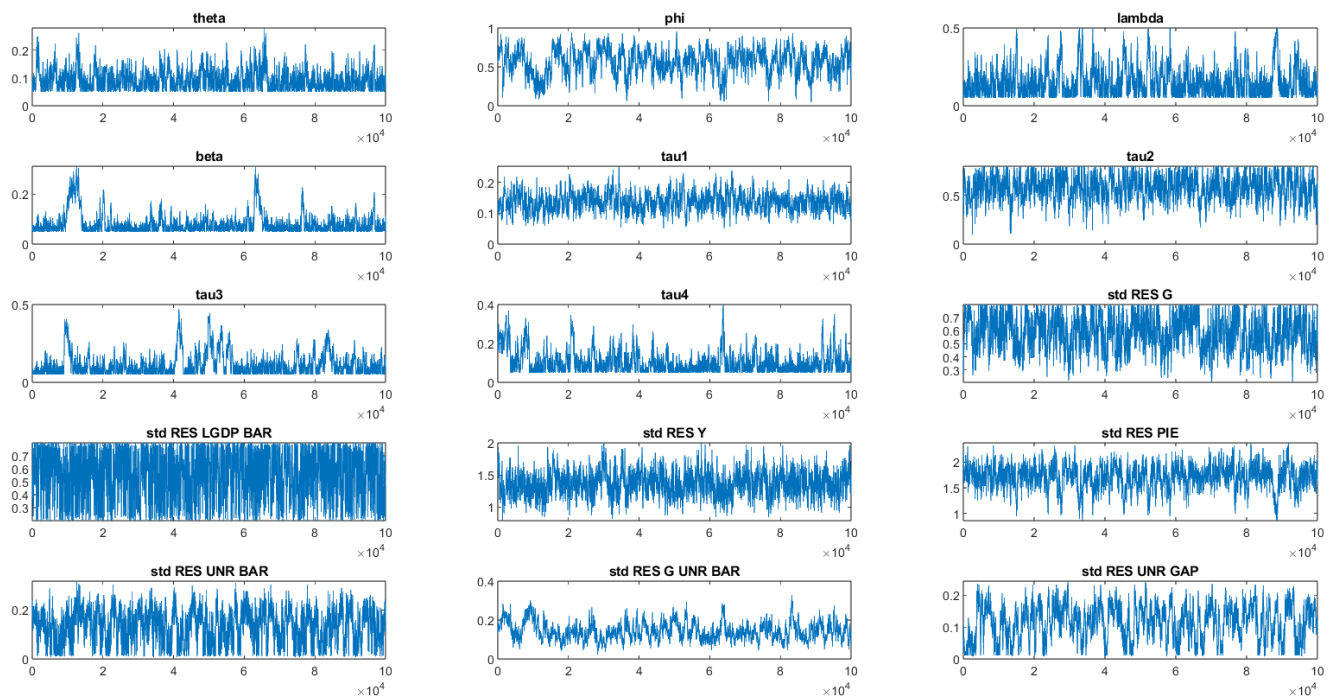


Рис. D.4: Trace plots (для байесовской оценки с использованием Hamilton PE).

Траектории односторонних оценок

Период расширяющегося окна: 1 кв 2013 – 3 кв 2024.

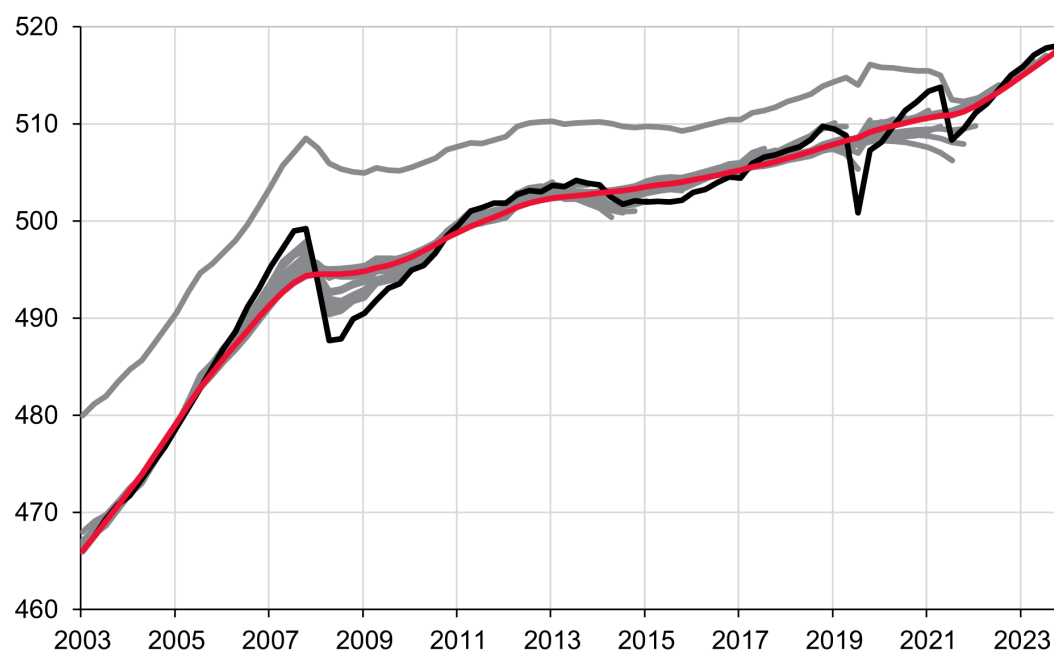


Рис. D.5: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln$, оценка параметров с помощью ММП (основная модель Blagrove et al. (2015)).

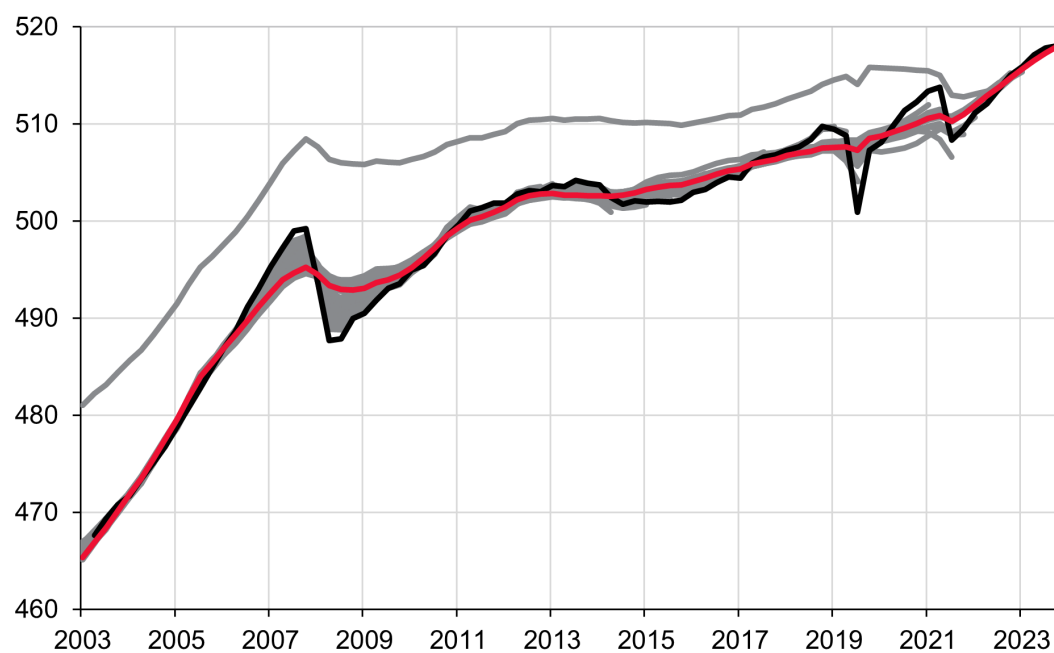


Рис. D.6: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln$, байесовская оценка параметров (Blagrove et al. (2015)).

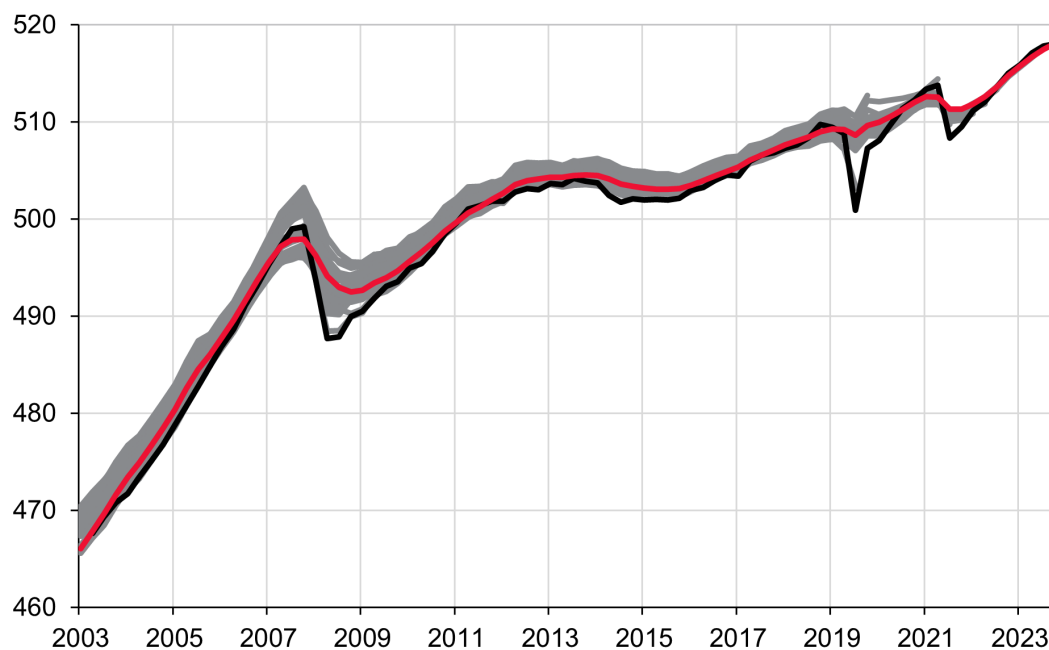


Рис. D.7: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, 100 ln, байесовская оценка параметров с использованием Hamilton RE.

Траектория двусторонних оценок

Фиксированная длина оцениваемого окна – 41 квартал. 1й период оценки: 1 кв 2003 – 1 кв 2013.

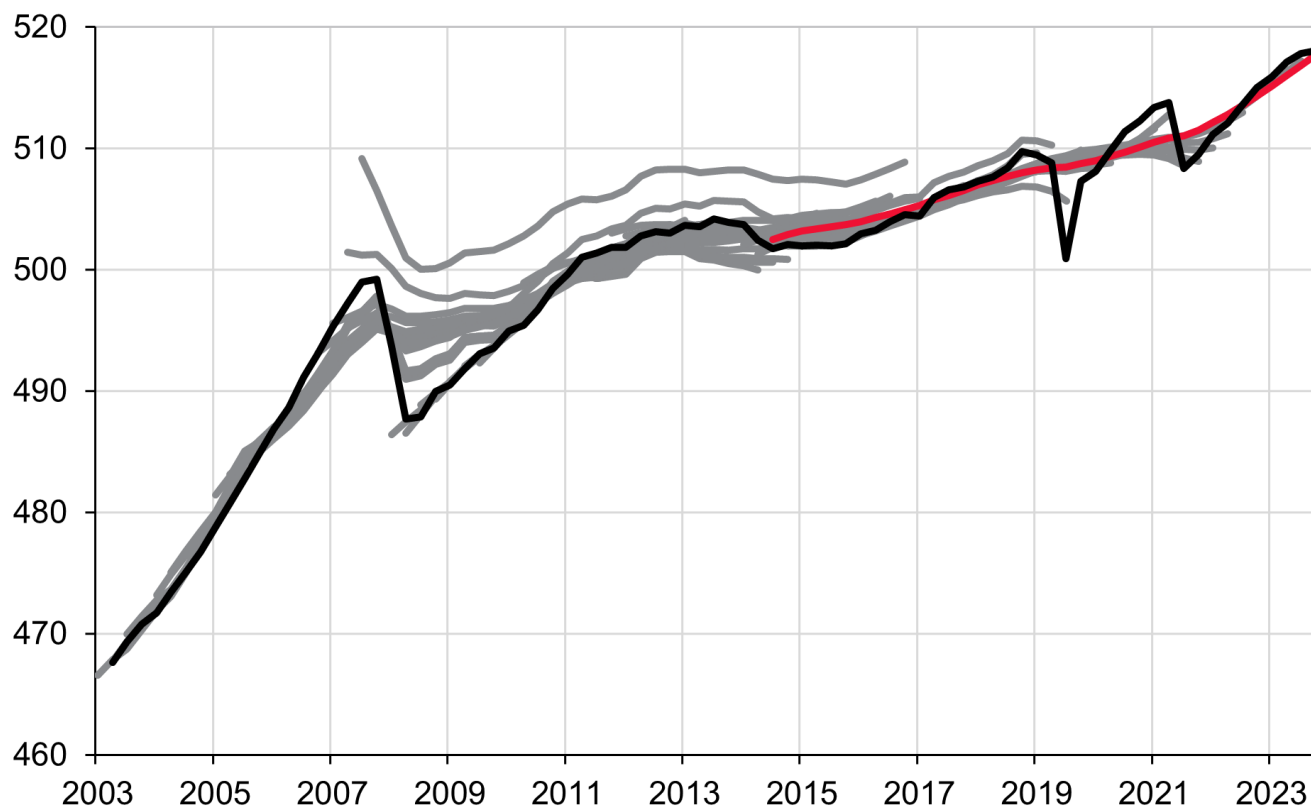


Рис. D.8: Оценка потенциального выпуска на фиксированном окне, 100 ln, оценка параметров с помощью ММП (основная модель Blagrove et al. (2015)).

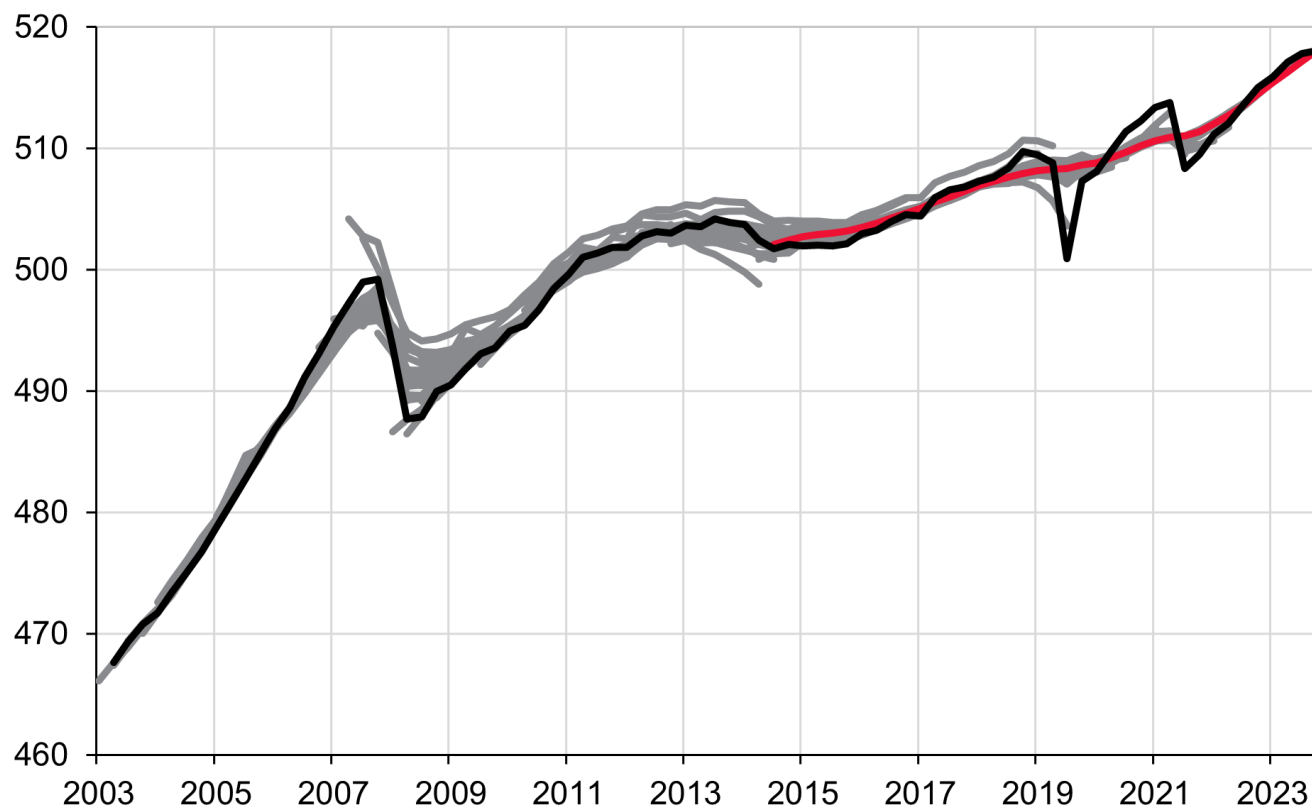


Рис. D.9: Оценка потенциального выпуска на фиксированном окне, $100 \ln$, байесовская оценка параметров (основная модель Blagrove et al. (2015)).

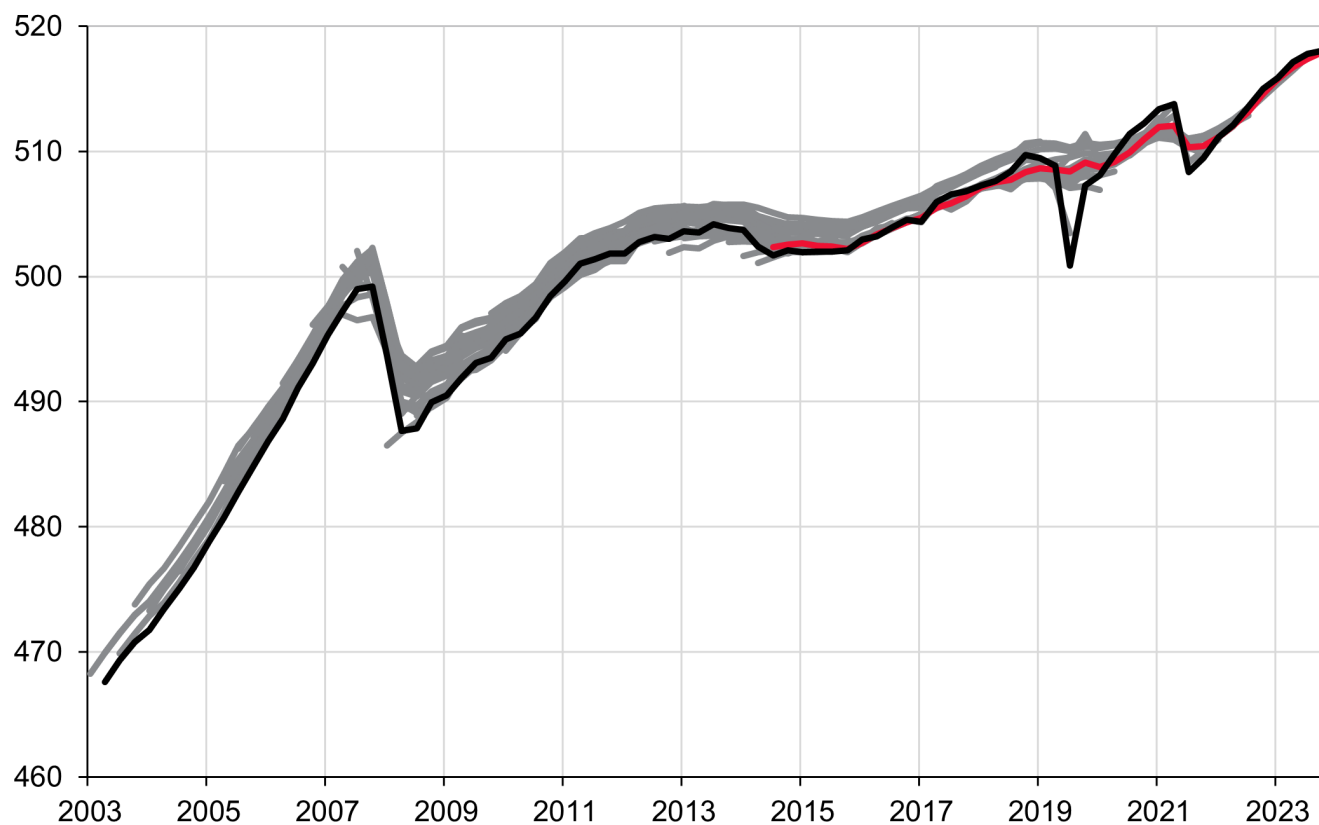


Рис. D.10: Оценка потенциального выпуска на фиксированном окне, $100 \ln$, байесовская оценка параметров с использованием Hamilton PE.

Потенциальный выпуск и разрыв

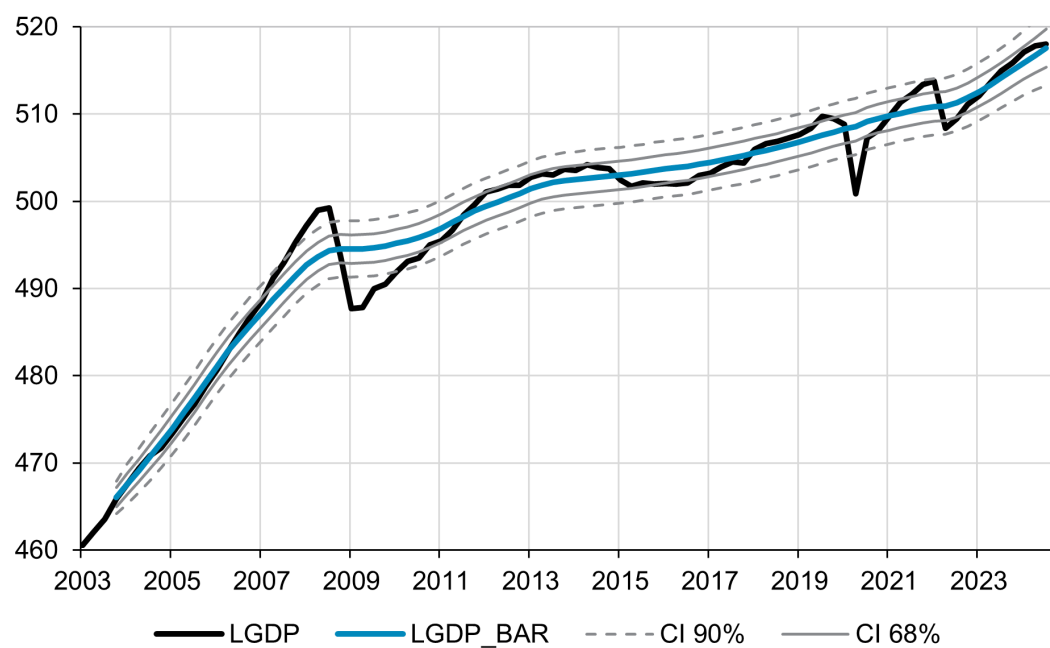


Рис. D.11: Потенциальный выпуск, $100 \ln$, оценка параметров с помощью ММП (основная модель Blagrove et al. (2015)).

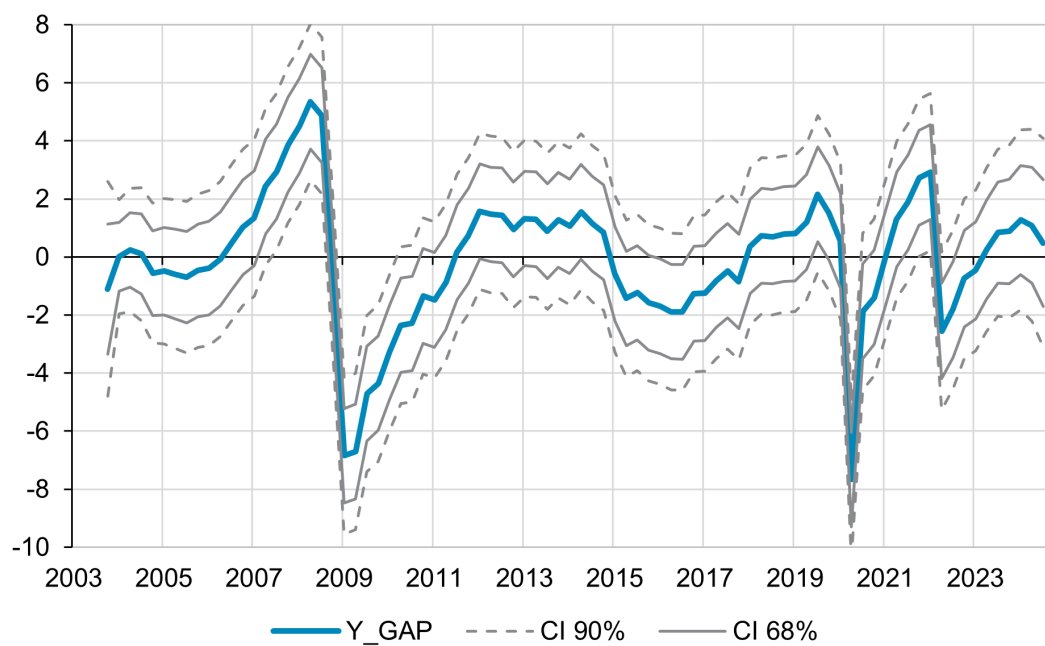


Рис. D.12: Разрыв выпуска, % (оценка параметров с помощью ММП) (основная модель Blagrove et al. (2015)).

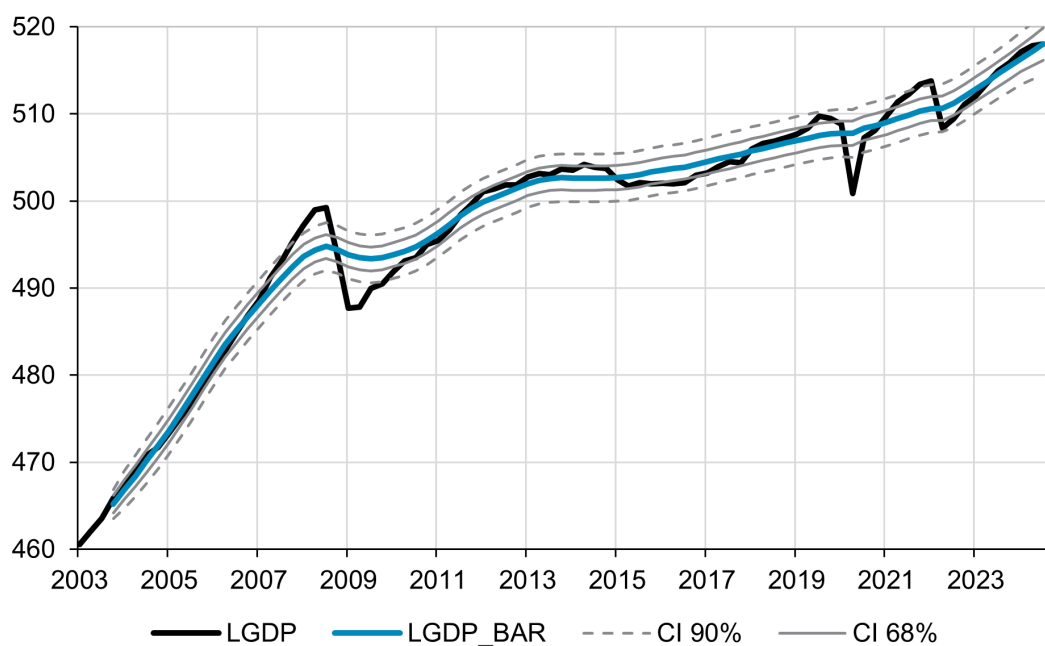


Рис. D.13: Потенциальный выпуск, 100 ln, байесовская оценка параметров (основная модель Blagrove et al. (2015)).

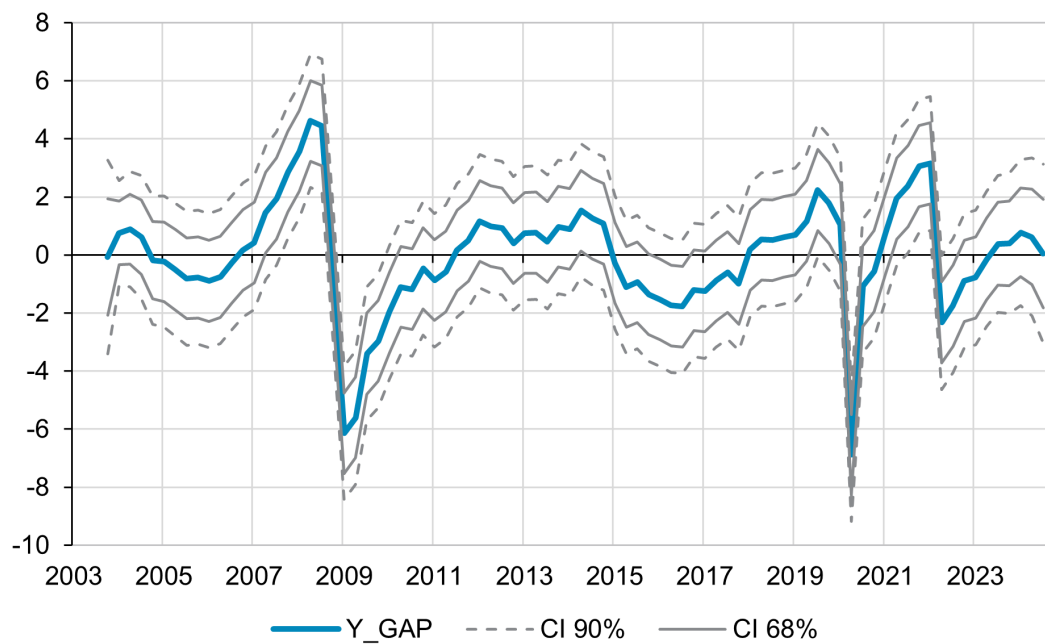


Рис. D.14: Разрыв выпуска, % (байесовская оценка параметров) (основная модель Blagrove et al. (2015)).

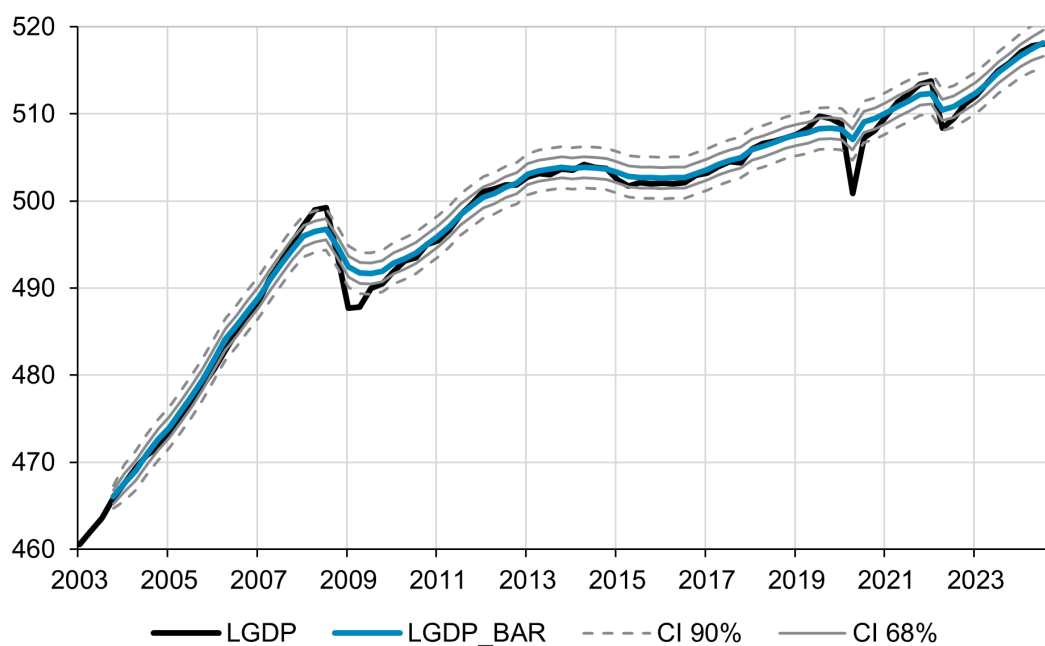


Рис. D.15: Потенциальный выпуск, 100 ln, байесовская оценка параметров с использованием Hamilton PE.

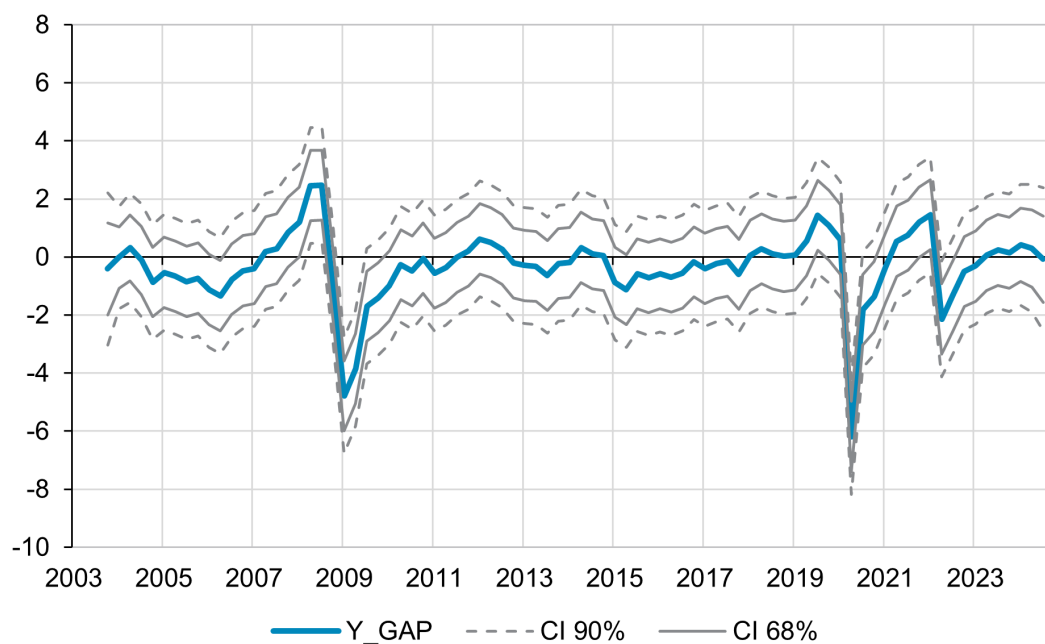


Рис. D.16: Разрыв выпуска, % (байесовская оценка параметров с использованием Hamilton PE).

Недостатки и ограничения метода

1. Как и другие MV фильтры, модель Blagrove et al. (2015) не решает проблему «конечной точки» – добавление новых данных приводит к довольно существенным пересмотрам оценок;
2. Доверительные интервалы оценок широкие, что может приводить к некорректной интерпретации фазы делового цикла.
3. Добавление инфляционных ожиданий, оценённых по Hamilton (1985), делает оценки менее устойчивыми к пересмотрам по сравнению с основной моделью Blagrove et al. (2015).

Е Многомерный фильтр на основе модели Хольстон-Лаубаха-Вилльямса

Данный раздел содержит описание модели, которая является расширением полуструктурной модели для оценки реальной равновесной ставки в России, предложенной Grafe et al. (2018). В соответствии с моделями, описывающими открытые экономики, мы предполагаем зависимость равновесной ставки не только от внутренних, но и от внешних факторов.

В данной модели теоретической основой, определяющей взаимосвязи между переменными, служит неокейнсианская модель малой открытой экономики Galí and Monacelli (2005). В рамках нее равновесная (или естественная – то есть в условиях мгновенной подстройки цен) реальная процентная ставка определяется производительностью и ожидаемым темпом роста выпуска мировой экономики:

$$\overline{rr}_t = \rho - \sigma_\alpha \Gamma (1 - \rho_a) a_t + \alpha \sigma_\alpha (\Theta + \Psi) \mathbb{E}_t[\Delta y_{t+1}^*], \quad (\text{E.1})$$

где $\rho = \frac{1}{\beta} - 1$ – субъективный межвременной дисконт; $\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{(1-\alpha)+\alpha\omega}$; $\omega = \sigma\gamma + (1-\alpha)(\sigma\eta - 1)$; $\Gamma = \frac{1+\varphi}{\sigma_\alpha+\varphi}$; ρ_a – персистентность динамики производительности; $\Theta = (\sigma\gamma - 1) + (1-\alpha)(\sigma\eta - 1)$; $\Psi = -\frac{\Theta\sigma_\alpha}{\sigma_\alpha+\varphi}$; σ – коэффициент относительного неприятия риска или величина обратная межвременной эластичности замещения; α – степень открытости экономики; γ – эластичность замещения между импортируемыми благами; η – эластичность замещения между отечественными и импортируемыми благами; φ – обратная эластичность предложения труда по Фришу.

В рамках оцениваемой нами полуструктурной модели мы специфицируем равновесную ставку следующим образом:

$$r^* = \sigma_\alpha g_t + (\sigma - \sigma_\alpha)(g_{f,t} + \overline{rp}_t + z_t), \quad (\text{E.2})$$

где g_t и $g_{f,t}$ – трендовые (потенциальные) темпы роста отечественного и зарубежного выпуска, оцененные на основе многомерного фильтра. В случае закрытой экономики $\sigma_\alpha = \sigma$, и на внутреннюю равновесную ставку не оказывают влияние внешние факторы, приведенные во втором слагаемом.

Для учета неполноты мирового финансового рынка, в уравнение E.2 мы включаем ad-hoc идиосинкратический (суверенный) риск $\overline{rp}_t$, который при прочих равных приводит к отличию внутренней процентной ставки от мировой.

Другое слагаемое, z_t , отражает систематическое действие ненаблюдаемых факторов, влияющих на межвременной выбор экономических агентов. В модели мы разбиваем данное слагаемое на две части: $z_t = z_t^{common} + z_t^{specific}$. Первое слагаемое отражает общемировые факторы и оценивается нами с использованием информации из работы Holston et al. (2023). Второе слагаемое содержит специфические факторы, свойственные российской экономике. Мы связываем данные факторы с изменением структурных параметров бюджетной политики, которые определяют величину сберегаемых сырьевых доходов:

$$z_t^{specific} = \xi(\overline{tot}_t - \overline{p}_t^{oil}) + \varepsilon_{z^{specific},t}, \quad (\text{E.3})$$

где $\overline{tot}_t$ – логарифм трендового значения условий торговли (цен на нефть), $\overline{p}_t^{oil}$ – логарифм цены отсечения, установленной в рамках бюджетного правила. Установление более высокой цены отсечения приводит к изменению баланса сбережений и инвестиций, что в свою очередь оказывает влияние на равновесную процентную ставку.

Для определения равновесной реальной процентной ставки в рамках сформулированных нами уравнений (E.2) – (E.3), мы определяем трендовую и циклическую компоненту основных макропеременных российской экономики. Циклическая компонента специфицируется на основе модели Galí and Monacelli (2005) и других полуструктурных моделей, оцененных на российских данных (см., в частности, Орлов и Шарафутдинов, 2024; Нелюбина, 2024).

Формулировка модели

Логарифм наблюдаемого реального ВВП (y_t^{obs}) включает трендовую (y_t^*) и циклическую ($\tilde{y}_t$) компоненты. Тренд описывается I(2)-процессом, в рамках которого темпы роста (g_t) следуют случайному блужданию. Циклическая часть динамики ВВП (разрыв), в свою очередь, определяется уравнением IS для малой открытой экономики, определяющей траекторию разрыва выпуска в зависимости от разрыва внутренних реальных процентных ставок ($\tilde{r}_t$), реального обменного курса ($\tilde{q}_t$) и условий торговли ($\overline{tot}_t$). В ходе оценивания мы также учитываем повышенную волатильность шоков разрыва ВВП ($\varepsilon_{\tilde{y},t}$) в II-III кв. 2020 г. и в II кв. 2022 г.:

$$y_t^{obs} = y_t^* + \tilde{y}_t, \quad (\text{E.4})$$

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_t + \varepsilon_{y^*,t}, \quad (\text{E.5})$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_{g,t}, \quad (\text{E.6})$$

$$\tilde{y}_t = a_{y,1}\tilde{y}_{t-1} + a_{y,2}\tilde{y}_{t-2} + a_r\tilde{r}_t + a_q\tilde{q}_t + a_{tot}\tilde{tot}_t + a_d d_t + \varepsilon_{\tilde{y},t}. \quad (\text{E.7})$$

Для того чтобы учесть специфические факторы бизнес-цикла в период пандемии COVID-19, вслед за Holston, Laubach and Williams (2020) и Meyer et al. (2022) мы вводим в уравнение разрыва оценки индекса⁵⁶ Hale et al. (2021) для России, измеряющего масштаб и динамику вводимых правительством ограничений на экономическую деятельность:

$$d_t^{obs} = d_t, \quad (\text{E.8})$$

$$d_t = d_{t-1} + \varepsilon_{d,t}. \quad (\text{E.9})$$

Наблюдаемый уровень инфляции (π_t^{obs}) за вычетом цели ($\pi_t^{tar,obs}$) определяется в рамках назад-смотрящей кривой Филлипса, а также составляющих реальных предельных издержек фирм – разрыва выпуска ($\tilde{y}_t$) и изменения реального обменного курса (Δq_t):

$$\pi_t^{obs} - \pi_t^{tar,obs} = \tilde{\pi}_t, \quad (\text{E.10})$$

$$\tilde{\pi}_t = b_\pi \tilde{\pi}_{t-1} + b_y \tilde{y}_t + b_{\Delta q} \Delta q_t + \varepsilon_{\tilde{\pi},t}, \quad (\text{E.11})$$

$$\pi_t^{tar,obs} = \pi_t^{tar}, \quad (\text{E.12})$$

$$\pi_t^{tar} = \pi_{t-1}^{tar} + \varepsilon_{\pi^{tar},t}. \quad (\text{E.13})$$

Наблюдаемая номинальная процентная ставка (i_t^{obs}) включает в себя циклическую часть ($\tilde{i}_t$), следующую правилу Тейлора. Другая часть динамики связана с изменением равновесной ставки и определяется согласно уравнению Фишера:

$$i_t^{obs} = i_t^* + \tilde{i}_t, \quad (\text{E.14})$$

$$i_t^* = r_t^* + \pi_t^e, \quad (\text{E.15})$$

$$\tilde{i}_t = \rho_i \tilde{i}_{t-1} + (1 - \rho_i)(\gamma_\pi \tilde{\pi}_t + \gamma_y \tilde{y}_t) + \varepsilon_{\tilde{i},t}. \quad (\text{E.16})$$

В свою очередь, инфляционные ожидания (π_t^e) определяются целью по инфляции, а их временная часть ($\tilde{\pi}_t^e$) зависит от прошлых фактических значений инфляции:

$$\pi_t^e = \pi_t^{tar} + \tilde{\pi}_t^e, \quad (\text{E.17})$$

$$\tilde{\pi}_t^e = \rho_{\pi^e} \tilde{\pi}_{t-1}^e + \varepsilon_{\pi^e,t}. \quad (\text{E.18})$$

Реальная процентная ставка (r_t) является ненаблюдаемой, и, помимо равновесной части (r_t^*), включает в себя циклическую часть ($\tilde{r}_t$):

$$r_t = r_t^* + \tilde{r}_t, \quad (\text{E.19})$$

$$r_t^* = \sigma_a g_t + (\sigma - \sigma_\alpha)(g_{f,t} + \bar{r} \bar{p}_t + z_t), \quad (\text{E.20})$$

$$\tilde{r}_t = \tilde{i}_t - \tilde{\pi}_t^e. \quad (\text{E.21})$$

Из наблюдаемого реального обменного курса (q_t^{obs}) определяется циклическая часть ($\tilde{q}_t$), которая формируется за счет финансовых и торговых потоков. Последнее предполагает наличие ad-hoc несовершенной мобильности капитала:

$$q_t^{obs} = \bar{q}_t + \tilde{q}_t, \quad (\text{E.22})$$

⁵⁶<https://github.com/OxCGRT/covid-policy-dataset>

$$\bar{q}_t = \bar{q}_{t-1}, \quad (\text{E.23})$$

$$\tilde{q}_t = \delta_1 \tilde{q}_{t-1} + \delta_r (\tilde{r}_{f,t} - \tilde{r}_t + \tilde{r}p_t) + \delta_{tot} \widetilde{tot}_t + \varepsilon_{\tilde{q},t}. \quad (\text{E.24})$$

Временная часть премии за риск ($\tilde{r}p_t$), условий торговли ($\widetilde{tot}_t$) и зарубежной процентной ставки ($\tilde{r}_{f,t}$) следует авторегрессии первого порядка.

$$rp_t^{obs} = \bar{r}p_t + \tilde{r}p_t, \quad (\text{E.25})$$

$$\bar{r}p_t = \bar{r}p_{t-1}, \quad (\text{E.26})$$

$$\tilde{r}p_t = \rho_{rp} \tilde{r}p_{t-1} + \varepsilon_{\tilde{r}p,t}. \quad (\text{E.27})$$

$$tot_t^{obs} = \overline{tot}_t + \widetilde{tot}_t, \quad (\text{E.28})$$

$$\overline{tot}_t = \overline{tot}_{t-1}, \quad (\text{E.29})$$

$$\widetilde{tot}_t = \rho_{tot} \widetilde{tot}_{t-1} + \varepsilon_{\widetilde{tot},t}. \quad (\text{E.30})$$

$$r_{f,t}^{obs} - r_{f,t}^{*,obs} = \tilde{r}_{f,t}, \quad (\text{E.31})$$

$$\tilde{r}_{f,t} = \rho_{rf} \tilde{r}_{f,t-1} + \varepsilon_{\tilde{r}_f,t}. \quad (\text{E.32})$$

Оставшиеся уравнения описывают поведение латентных факторов (z_t^{common} , $z_t^{specific}$), цены отсечения ($\overline{p}_t^{oil}$) и потенциального темпа роста зарубежной экономики ($g_{f,t}$):

$$z_t = z_t^{common} + z_t^{specific}, \quad (\text{E.33})$$

$$z_t^{common} = z_{t-1}^{common} + \varepsilon_{t,z^{common}}, \quad (\text{E.34})$$

$$z_t^{specific} = \xi \left(\overline{tot}_t - \overline{p}_t^{oil} \right) + \varepsilon_{z^{specific},t}. \quad (\text{E.35})$$

$$\overline{p}_t^{oil} = \overline{p}_{t-1}^{oil} + \varepsilon_{\overline{p}^{oil},t}, \quad (\text{E.36})$$

$$g_{f,t} = g_{f,t-1} + \varepsilon_{g_f,t}. \quad (\text{E.37})$$

$$z_t^{common, obs} = z_t^{common}. \quad (\text{E.38})$$

$$\overline{p}_t^{oil, obs} = \overline{p}_t^{oil}. \quad (\text{E.39})$$

$$g_{f,t}^{obs} = g_{f,t}. \quad (\text{E.40})$$

Описание данных

Для оценки параметров модели мы используем 12 наблюдаемых рядов за период с I квартала 2003 г. по IV квартал 2024 года. Значения переменных актуальны на момент конца января 2025 года. При необходимости из рассматриваемых временных рядов устранялся сезонный фактор.

Заметим, что некоторые из переменных имеют пропуски в данных. Так, из Таблицы Е.1 можно заметить, цена отсечения, информация по которой есть только с 2004 г., поскольку именно с этого года в России было введено в действие бюджетное правило. Также по части переменных мы используем данные до III кв. 2024 г. включительно, поскольку в момент оценки параметров наблюдения за IV кв. 2024 г. были еще недоступны. В отсутствующие периоды значения наблюдаемых переменных оцениваются⁵⁷ с помощью процедуры фильтрации и сглаживания Калмана. При получении односторонних (фильтрованных) оценок ненаблюдаемых переменных мы игнорируем публикационные лаги, считая значения наблюдаемых переменных доступными вплоть до периода, для которого выполняется данная оценка.

⁵⁷Исключение – переменная d_t^{obs} , для которой значения за пределами периода пандемии COVID-19 равны нулю.

Таблица Е.1: Описание используемых данных

№	Набл. переменная	Показатель	Источник	Единица измерения	Начало ряда
1	y_t^{obs}	Валовый внутренний продукт	ФСГС	млрд руб в ценах 2021 г., SA X13	I кв. 2003 г.
2	π_t^{obs}	Индекс потребительских цен	ФСГС	В % кв/кв, SA X13	I кв. 2003 г.
3	$\pi_t^{tar,obs}$	Цель по инфляции	ЦБР, расчеты авторов	В % кв/кв	I кв. 2003 г.
4	q_t^{obs}	Реальный эффективный обменный курс	BIS	Индекс, 2020 г. = 100	I кв. 2003 г.
5	rp_t^{obs}	CDS 5Y Russia	BBG, расчеты авторов	Базисные пункты	I кв. 2003 г.
6	tot_t^{obs}	Реальная цена на нефть	ФСГС	\$/barr., в ценах 2002 г.	I кв. 2003 г.
7	$g_{f,t}^{obs}$	Потенциальные темпы роста экономики США	LW	В % кв/кв	I кв. 2003 г.
8	i_t^{obs}	1d ставка MIACR (до 2010 г.) и RUONIA (с 2010 г.)	ЦБР	% годовых	I кв. 2003 г.
9	$p_t^{oil,obs}$	Цена отсечения в рамках бюджетного правила	МФ, расчеты авторов	\$/barr.	I кв. 2004 г.
10	$\widetilde{r_{f,t}^{obs}}$	US FED funds rate в отклонении от равновесной ставки	LW	п.п.	I кв. 2003 г.
11	$z_t^{common,obs}$	Общий латентный фактор	LW	-	I кв. 2003 г.
12	d_t^{obs}	Ограничения в период COVID-19	OX	Индекс, от 0 до 100	I кв. 2020 г.

Примечания. ФСГС – Федеральная служба государственной статистики (rosstat.gov.ru); ЦБР – Центральный банк Российской Федерации (cbr.ru); МФ – Министерство финансов Российской Федерации (minfin.gov.ru), BIS – Bank for International Settlements (bis.org), BBG – Bloomberg (bloomberg.com), LW – оценки Holston et al. (2023), OX – University of Oxford (ox.ac.uk), X13 – X-13ARIMA-SEATS.

Оценка параметров модели

Максимизация оценки функции апостериорной плотности (и нахождение соответствующих ей оценок мод параметров) осуществлялась с помощью диффузного фильтра Калмана, реализованного в пакете Dynare версии 5.0 (Adjemian et al. (2023)). В ходе процедуры нами также учитывалась повышенная волатильность шоков разрыва ВВП в период острой фазы пандемии COVID-19 (II кв. 2020 г. – III кв. 2020 г.) и геополитической

напряженности (II кв. 2022 года). На основе предварительных оценок (сделанных с предпосылкой о постоянной волатильности шоков), для этих периодов стандартное отклонение шоков разрыва ВВП было установлено в 1.7 раз выше, чем в остальные периоды.

Часть параметров модели калибровалась⁵⁸, тогда как остальные оценивались байесовскими методами. Априорные распределения, приведенные в Таблице Е.2, в основном были сформированы исходя из предыдущих теоретических и эмпирических работ, в рамках которых оценивались значения интересующих параметров. Представления о чувствительности специфического фактора к разнице между трендовой ценой на нефть и ценой отсечения (χ) формировались нами исходя из оценок эластичности премии за риск по цене на нефть, встречающихся в российских работах. Параметры инерционной компоненты разрыва ВВП ($a_{y,1}$ и $a_{y,2}$) задавались таким образом, чтобы соответствовать куполообразному (англ. hump-shaped) отклику выпуска на шоки, возникающему в структурных моделях после введения ряда фрикций (в частности, номинальных жесткостей, привычек в потреблении и издержек подстройки капитала), позволяющих лучше соответствовать эмпирическим данным.

⁵⁸В соответствии с предыдущими работами (Новак и Шульгин (2020), Коршунов и Нелюбина (2021), Крыжановский и Зыков (2022)), персистентность циклической части внутренней номинальной процентной ставки ρ_i и аналогичный по смыслу параметр для зарубежной реальной процентной ставки ρ_{r_f} были откалиброваны на уровне 0.75 и 0.80 соответственно. Байесовская оценка данных параметров приводила к тому, что оценки авторегрессионных коэффициентов оказывались близки к 1 из-за динамики наблюдаемых процентных ставок, поведение которых на рассматриваемом временном диапазоне оказывается близким к процессу единичного корня.

Таблица Е.2: Априорные распределения параметров модели

Параметр	Распределение	Среднее	Станд. откл.	Источник
$a_{y,1}$	Gamma	1.30	0.20	Коршунов и Нелюбина (2021); Бородин и др. (2008)
$a_{y,2}$	Normal	-0.40	0.10	
a_r	Normal	-0.10	0.03	
a_q	Gamma	0.05	0.02	Коршунов и Нелюбина (2021); Бабакин (2022)
a_{tot}	Gamma	0.05	0.02	Полбин (2014); Крепцев и Селезнев (2017); Новак и Шульгин (2020)
a_d	Normal	-0.05	0.025	Laubach and Williams (2023)
b_π	Gamma	0.75	0.20	Демиденко и др. (2016); Коршунов и Нелюбина (2021)
b_y	Beta	0.40	0.20	Бородин и др. (2008); Демиденко и др. (2016)
$b_{\Delta q}$	Gamma	0.10	0.05	Бородин и др. (2008); Демиденко и др. (2016); Жураковский и др. (2021)
σ_α	Normal	0.75	0.15	Малаховская и Минабутдинов (2013); Шульгин (2014); Martyanova and Polbin (2023); ряд других работ
σ	Normal	1.00	0.10	Малаховская и Минабутдинов (2013); Шульгин (2014); Martyanova and Polbin (2023); ряд других работ
γ_π	Normal	2.50	0.10	Новак и Шульгин (2020)
γ_y	Beta	0.05	0.02	Новак и Шульгин (2020)
ρ_{rp}	Beta	0.60	0.10	Крепцев и Селезнев (2017); Новак и Шульгин (2020)
χ	Normal	-0.005	0.01	Новак и Шульгин (2020); Глазова (2023)
ρ_{tot}	Beta	0.50	0.20	Крепцев и Селезнев (2017); Новак и Шульгин (2020)
δ_1	Beta	0.60	0.20	Коршунов и Нелюбина (2021)
δ_r	Beta	0.05	0.02	
δ_{tot}	Normal	-0.10	0.03	
ρ_{π^e}	Beta	0.50	0.10	Жураковский и др. (2024)
$\sigma(\varepsilon_{y^*})$	Inverse gamma	0.50	0.20	
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{y}})$	Inverse gamma	1.00	0.30	
$\sigma(\varepsilon_g)$	Inverse gamma	0.20	0.10	Holston et al. (2023)
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi}})$	Inverse gamma	0.50	0.20	
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{q}})$	Inverse gamma	5.00	3.00	
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{r}p})$	Inverse gamma	0.75	0.10	Holston et al. (2023)
$\sigma(\varepsilon_{z_{common}})$	Inverse gamma	0.15	0.05	
$\sigma(\varepsilon_{z_{specific}})$	Inverse gamma	0.02	0.10	
$\sigma(\varepsilon_{g_f})$	Inverse gamma	0.07	0.20	Holston et al. (2023)
$\sigma(\varepsilon_{r_f})$	Inverse gamma	0.40	0.20	Holston et al. (2023)
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{tot}})$	Inverse gamma	15.00	3.00	Глазова (2023)
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{i}})$	Inverse gamma	0.30	0.20	
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi^e}})$	Inverse gamma	0.30	0.20	

Для получения выборки из апостериорного распределения параметров модели мы используем алгоритм Метрополиса-Гастингса в рамках метода Монте-Карло по схеме марковских цепей (англ. Markov Chain Monte-Carlo Metropolis Hastings, МСМСМН), запуская 4 цепи по 100 тыс. итераций с отбрасываем первой трети значений в каждой из цепей. Реализуя данную процедуру, мы оцениваем средние значения параметров и области с их наибольшей апостериорной плотностью (англ. highest posterior density, HPD).

Результаты оценки приведены в Таблице Е.3 и на Рисунках (Е.1)–(Е.2). Моды апостериорных распределений параметров оценены близко к модам, полученным при максимизации апостериорной плотности, что свидетельствует о корректности проведенного сэмплирования. Об этом же говорит и многомерная статистика сходимости цепей МСМСМН-алгоритма, оцененная по методу Brooks and Gelman (1998). Апостериорные распределения некоторых параметров оказываются близки к заданным априорным представлениям, что может говорить о недостаточной информативности макроэкономических данных, используемых в ходе байесовской оценки. В частности, это касается параметров, определяющих оценку равновесной процентной ставки в уравнении Е.2 – σ и σ_a . В дальнейшем мы анализируем чувствительность результатов к ослаблению жёсткости априорных распределений данных параметров.

Таблица Е.3: Апостериорные распределения параметров модели

Параметр	Распределение	Мода	Среднее	Интервал 90% HPD
$a_{y,1}$	Gamma	0.84	0.83	[0.66; 1.01]
$a_{y,2}$	Normal	-0.41	-0.40	[-0.53; -0.27]
a_r	Normal	-0.11	-0.10	[-0.15; -0.06]
a_q	Gamma	0.04	0.05	[0.03; 0.08]
a_{tot}	Gamma	0.04	0.04	[0.02; 0.05]
a_d	Normal	-0.02	-0.02	[-0.03; -0.00]
b_π	Gamma	0.67	0.67	[0.53; 0.80]
b_y	Beta	0.14	0.19	[0.04; 0.35]
$b_{\Delta q}$	Gamma	0.13	0.13	[0.10; 0.16]
σ_a	Normal	0.80	0.79	[0.55; 1.04]
σ	Normal	0.91	0.92	[0.76; 1.08]
γ_π	Normal	2.18	2.21	[2.04; 2.37]
γ_y	Beta	0.04	0.04	[0.02; 0.07]
ρ_{rp}	Beta	0.67	0.65	[0.52; 0.79]
χ	Normal	-0.01	-0.01	[-0.02; -0.00]
ρ_{tot}	Beta	0.90	0.90	[0.84; 0.95]
δ_1	Beta	0.65	0.66	[0.56; 0.75]
δ_r	Beta	0.04	0.05	[0.02; 0.08]
δ_{tot}	Normal	-0.11	-0.12	[-0.15; -0.08]
ρ_{π^e}	Beta	0.13	0.14	[0.08; 0.19]
$\sigma(\varepsilon_{y^*})$	Inverse gamma	1.43	1.48	[1.22; 1.73]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{y}})$	Inverse gamma	0.64	0.68	[0.51; 0.85]
$\sigma(\varepsilon_g)$	Inverse gamma	0.13	0.16	[0.09; 0.24]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi}})$	Inverse gamma	1.09	1.09	[0.94; 1.24]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{q}})$	Inverse gamma	6.13	6.26	[5.48; 7.04]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{r}p})$	Inverse gamma	0.42	0.43	[0.39; 0.47]
$\sigma(\varepsilon_{z_{common}})$	Inverse gamma	0.02	0.02	[0.02; 0.03]
$\sigma(\varepsilon_{z_{specific}})$	Inverse gamma	0.12	0.15	[0.08; 0.22]
$\sigma(\varepsilon_{g_f})$	Inverse gamma	0.02	0.02	[0.02; 0.03]
$\sigma(\varepsilon_{r_f})$	Inverse gamma	0.60	0.60	[0.53; 0.68]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{tot}})$	Inverse gamma	15.95	16.04	[14.13; 17.89]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{i}})$	Inverse gamma	0.78	0.80	[0.67; 0.92]
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi}^e})$	Inverse gamma	0.16	0.18	[0.11; 0.25]

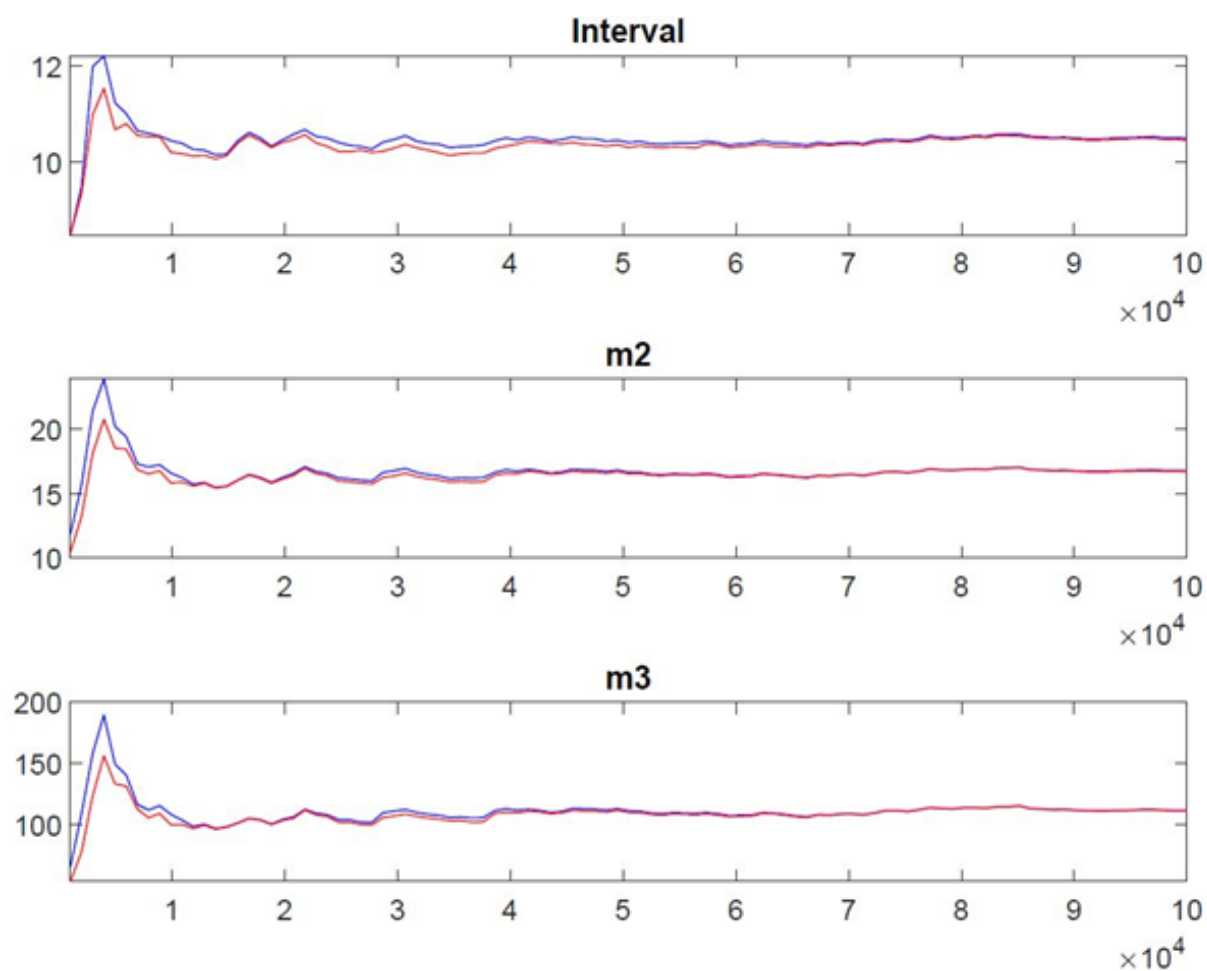


Рис. Е.1: Сходимость 4 цепей МСМСМН-алгоритма

Примечания. Приведены зависимости моментов (1, 2 и 3) распределения интегрального параметра модели от номера итерации (всего 100 тыс. в каждой цепи) МСМСМН-алгоритма.

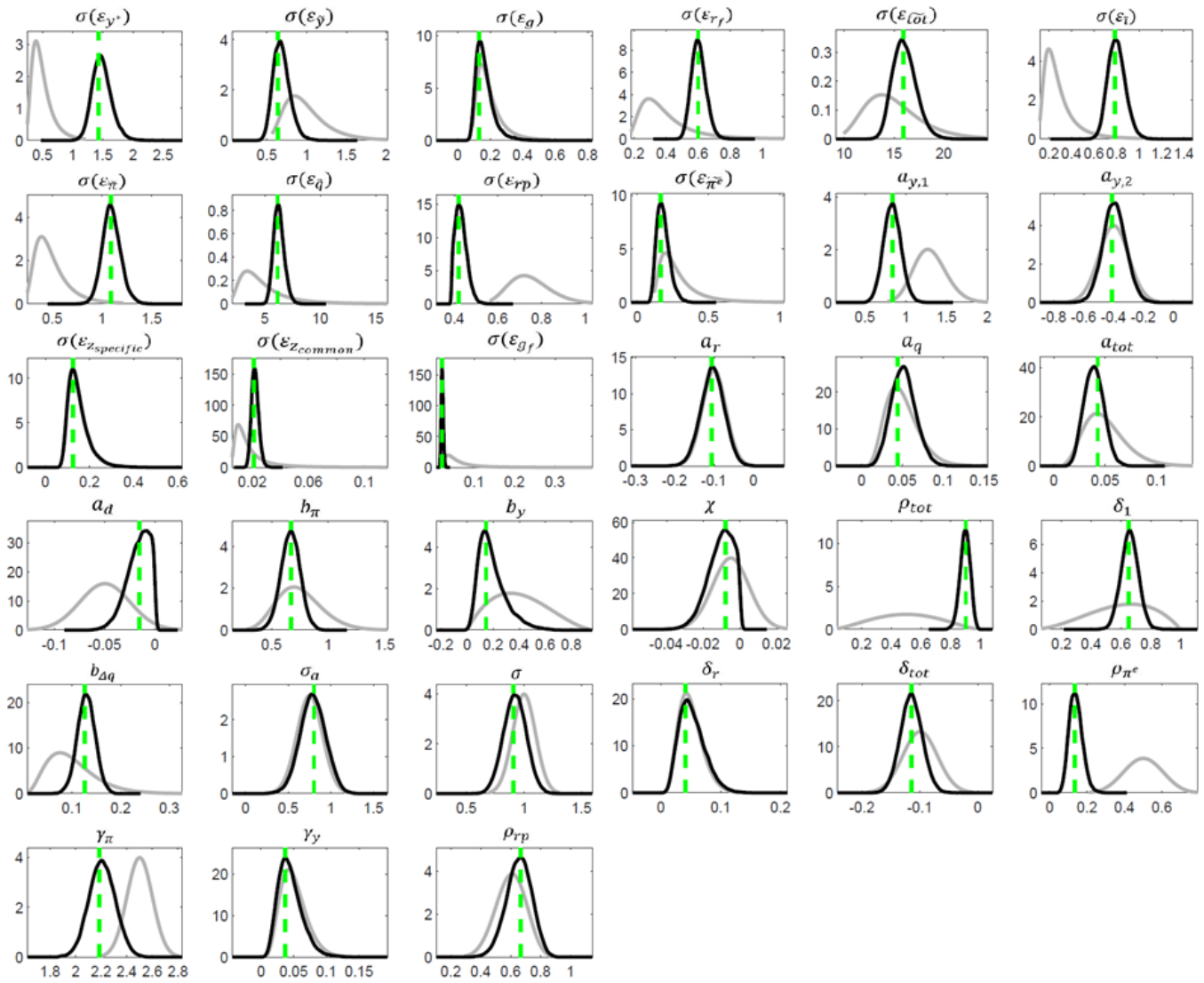


Рис. Е.2: Априорная и апостериорная плотность распределения параметров модели

Примечания. Серые линии соответствуют функциям плотности априорного распределения параметров, черные линии соответствуют функциям плотности апостериорного распределения параметров. Пунктирная линия проведена на уровне мод параметров.

Результаты оценки

На Рисунке Е.3 приведены односторонние оценки интересующих нас ненаблюдаемых переменных, полученные с помощью фильтра Калмана. В каждый момент времени фильтр оценивает текущее значение, учитывая только предыдущие наблюдения и не «заглядывая вперед», что дает представление об изменении оценок интересующих нас показателей в псевдореальном времени. Мы видим, что в силу параметризации уравнения Е.2 оценки равновесной ставки в основном определяются динамикой потенциального роста отечественной экономики. Односторонняя оценка последнего показателя является довольно волатильной и демонстрирует признаки процикличности, значимо снижаясь в периоды кризисов.

Последнее свойство гораздо менее выражено при рассмотрении двусторонних оценок, приведенных на Рисунке Е.4. Они получены при применении сглаживателя Калмана, который в каждый момент времени использует для оценивания траектории ненаблюдаемых переменных всю имеющуюся выборку. В силу этого данные оценки являются гораздо более устойчивыми. В них мы видим выраженный рост равновесной ставки в 2023-2024 гг., который в основном связывается с увеличением оценок потенциального темпа роста ВВП (см. Рисунок Е.5). Помимо этого, небольшой вклад в рост равновесной ставки дает смягчение параметров бюджетного правила.

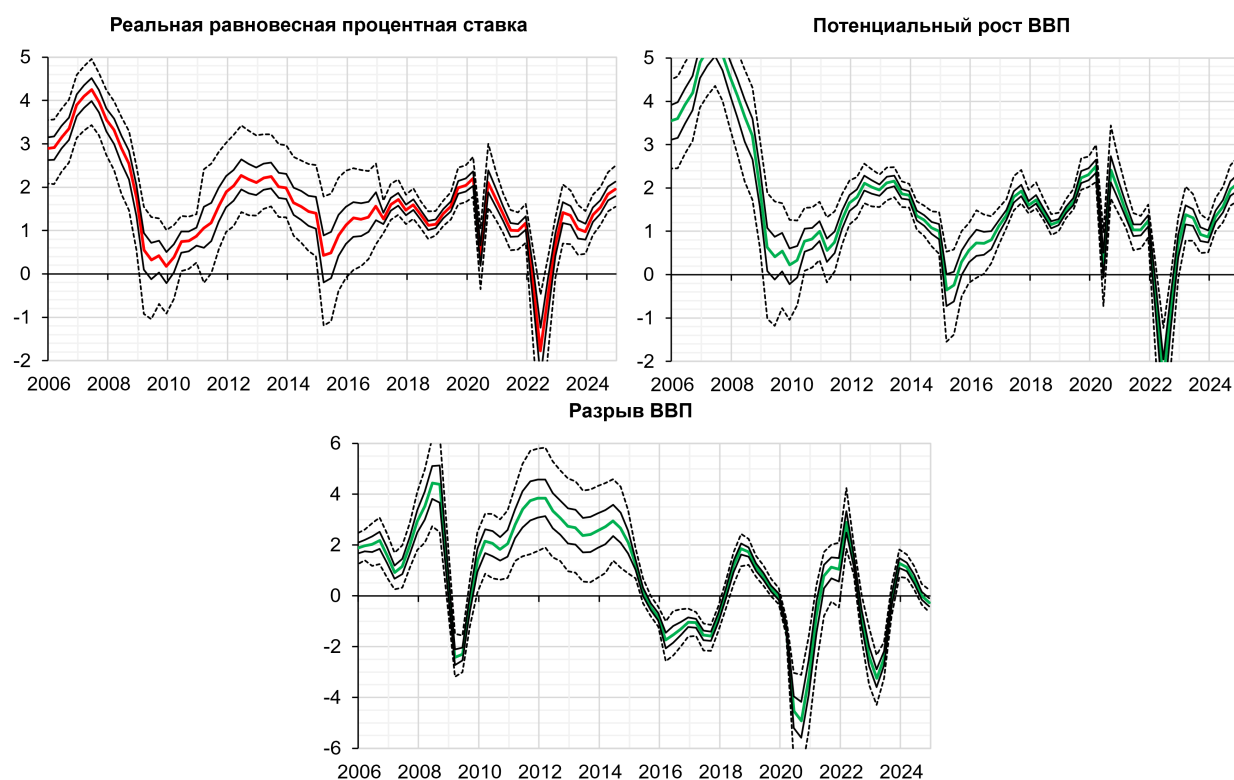


Рис. Е.3: Односторонние оценки ненаблюдаемых переменных

Примечания. Реальная равновесная процентная ставка приведена в процентах годовых, потенциальный рост ВВП (g_t) – в пересчете на год (% кв/кв), а разрыв ВВП ($\tilde{y}_t$) – в процентах от уровня потенциального ВВП (y_t^*). Черные сплошные линии соответствуют 16% HPD и 84% HPD, черные пунктирные линии – 10% HPD и 90% HPD.

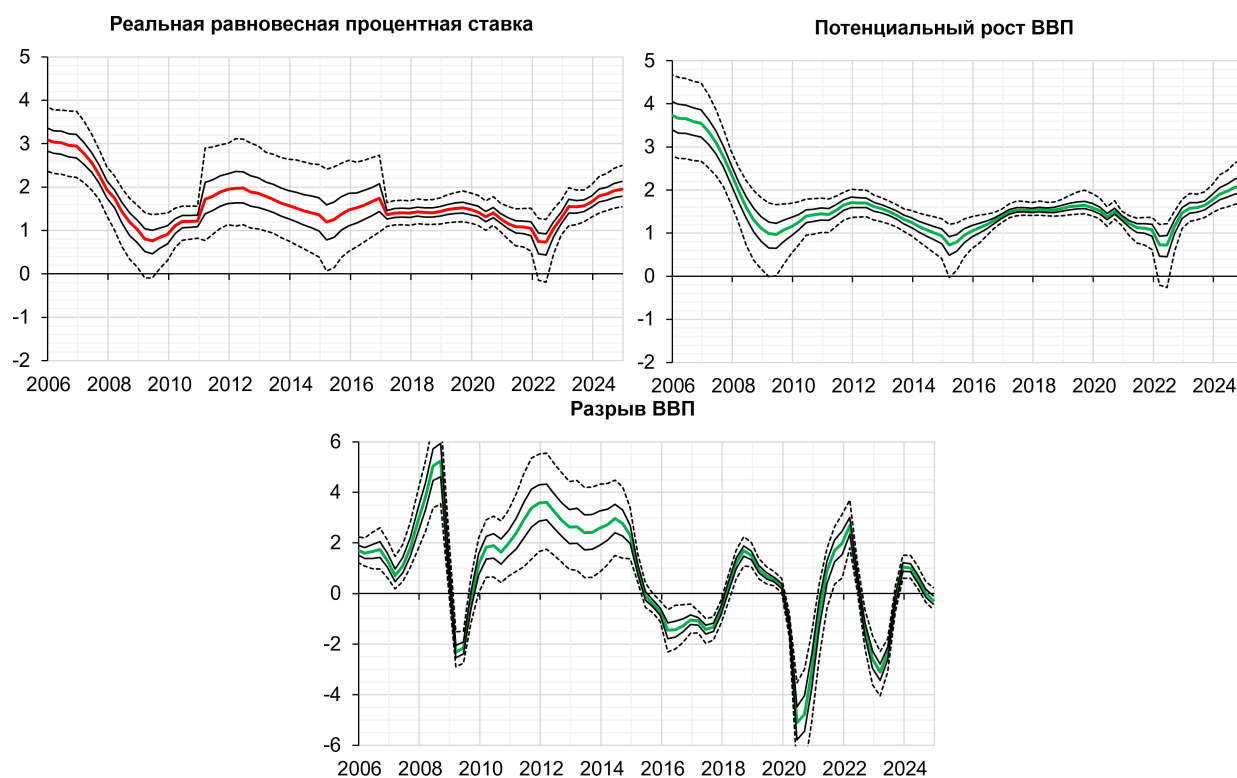


Рис. Е.4: Двусторонние оценки ненаблюдаемых переменных

Примечания. Реальная равновесная процентная ставка приведена в процентах годовых, потенциальный рост ВВП (g_t) – в пересчете на год (% кв/кв), а разрыв ВВП ($\tilde{y}_t$) – в процентах от уровня потенциального ВВП (y_t^*). Черные сплошные линии соответствуют 16% HPD и 84% HPD, черные пунктирные линии – 10% HPD и 90% HPD.

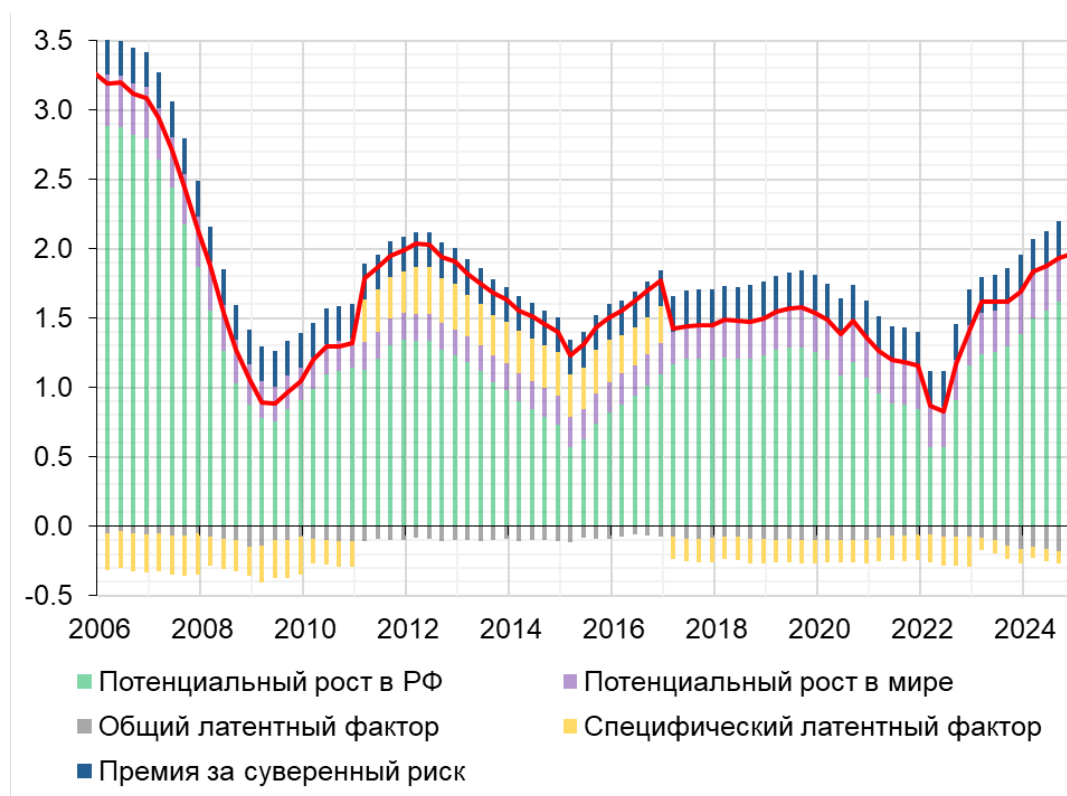


Рис. Е.5: Декомпозиция двусторонней оценки реальной равновесной процентной ставки

Примечания. Реальная равновесная процентная ставка (красная сплошная линия) приведена в процентах годовых.

Согласно полученным результатам, интервальные оценки реальной равновесной процентной ставки для России на протяжении длительного периода времени в основном лежат в диапазоне 1-2%. При этом по итогам 2024 гг. отмечается рост оценки равновесной ставки до 1.5-2.5%, что в основном связано с увеличением оценок потенциальных темпов роста ВВП. Небольшое влияние на рост равновесной ставки, согласно полученным оценкам, оказывает и смягчение параметров бюджетного правила. Количественные результаты демонстрируют признаки устойчивости к изменениям спецификации модели (см. далее), касающихся в том числе трендов риск-премии, реального обменного курса и условий торговли. Тем не менее, полученные нами оценки следует применять с осторожностью, поскольку они не учитывают явным образом структурные изменения в части внешнеторговых и финансовых ограничений, в том числе оказывающих влияние на равновесную ставку (подробнее см. Стырин, 2024).

Анализ чувствительности результатов

Далее мы рассматриваем робастность основных результатов, представленных выше. Для этого мы оцениваем несколько альтернативных спецификаций модели:

- **ALT-1:** Модель без специфического фактора ($z_{specific}$);
- **ALT-2:** Случайное блуждание в тренде условий торговли ($\overline{tot}_t$);
- **ALT-3:** I(2)-процесс в тренде реального обменного курса ($\overline{q}_t$);
- **ALT-4:** Случайное блуждание в тренде премии за риск ($\overline{rp}_t$);
- **ALT-5:** Неинформативные априорные распределения параметров уравнения E.2 – σ и σ_α .

В каждом из случаев мы следуем той же процедуре оценивания, что и при оценке основной модели. Из Таблицы E.4 видно, что изменения в структуре модели не оказывают существенного влияния на оценки апостериорных средних. Не меняются и текущие оценки ненаблюдаемых переменных, приведенные на Рисунке E.6 и свидетельствующие о росте равновесной ставки в 2023-2024 годах. Единственным исключением является вариант ALT-5, в котором низкая оценка относительной несклонности к риску σ приводит к смещению вниз общего уровня оценки равновесной ставки. При этом данный вариант байесовской оценки, в отличие от остальных, демонстрирует отсутствие сходимости цепей МСМСМН-алгоритма, и как следствие слабые признаки качественного сэмплирования.

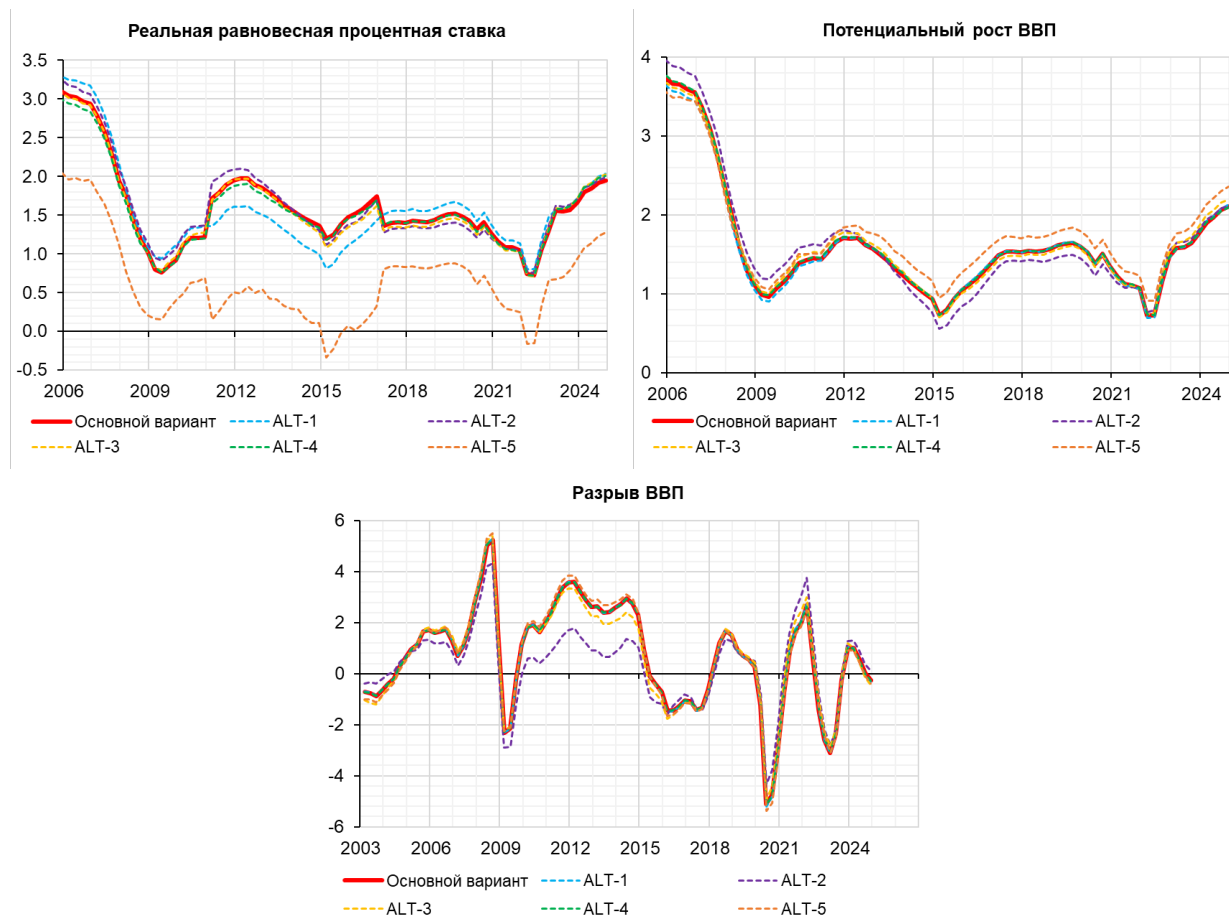


Рис. Е.6: Двусторонние оценки переменных в различных спецификациях модели

Примечания. Реальная равновесная процентная ставка приведена в процентах годовых, потенциальный рост ВВП (g_t) – в пересчете на год (% кв/кв), а разрыв ВВП ($\hat{y}_t$) – в процентах от уровня потенциального ВВП (y_t^*).

Таблица Е.4: Апостериорные средние параметров в различных спецификациях модели

Параметр	Осн. вар.	ALT-1	ALT-2	ALT-3	ALT-4	ALT-5
$a_{y,1}$	0.83	0.83	0.84	0.84	0.83	0.83
$a_{y,2}$	-0.40	-0.40	-0.39	-0.40	-0.40	-0.39
a_r	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10
a_q	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
a_{tot}	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
a_d	-0.02	-0.02	-0.01	-0.02	-0.02	-0.02
b_π	0.67	0.67	0.65	0.67	0.67	0.67
b_y	0.19	0.19	0.27	0.21	0.19	0.18
$b_{\Delta q}$	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
σ_a	0.79	0.82	0.77	0.79	0.79	0.87
σ	0.92	0.90	0.92	0.92	0.92	0.63
γ_π	2.21	2.20	2.21	2.21	2.20	2.20
γ_y	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
ρ_{rp}	0.65	0.65	0.65	0.65	0.69	0.66
χ	-0.01		-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
ρ_{tot}	0.90	0.90	0.86	0.89	0.90	0.90
δ_1	0.66	0.66	0.71	0.69	0.66	0.66
δ_r	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
δ_{tot}	-0.12	-0.12	-0.12	-0.11	-0.12	-0.12
ρ_{π^e}	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
$\sigma(\varepsilon_{y^*})$	1.48	1.48	1.49	1.48	1.47	1.46
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{y}})$	0.68	0.68	0.67	0.68	0.68	0.68
$\sigma(\varepsilon_g)$	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi}})$	1.09	1.10	1.05	1.08	1.09	1.10
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{q}})$			0.10			
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{q}})$	6.26	6.24	6.33	6.26	6.24	6.23
$\sigma(\varepsilon_{gq})$			0.53			
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{r}p})$					0.14	
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{r}p})$	0.43	0.43	0.43	0.43	0.44	0.43
$\sigma(\varepsilon_{z_{common}})$	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
$\sigma(\varepsilon_{z_{specific}})$	0.15		0.15	0.15	0.15	0.14
$\sigma(\varepsilon_{g_f})$	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
$\sigma(\varepsilon_{r_f})$	0.60	0.60	0.60	0.60	0.61	0.60
$\sigma(\varepsilon_{tot})$			4.87			
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{tot}})$	16.04	16.12	15.30	16.09	16.04	16.01
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{i}})$	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.77
$\sigma(\varepsilon_{\tilde{\pi}^e})$	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18

F Многомерный фильтр на основе модели Тота

Данный приложение содержит результаты оценки многомерного полуструктурного фильтра основанного на работе *Toth (2021) A multivariate unobserved components model to estimate potential output in the euro area: a production function based approach*. В основе модели – неоклассическая производственная функция Кобба-Дугласа, однако в отличие от Toth (2021), с добавлением загрузки производственных мощностей и наблюдаемым уровнем капитала.

Модель

Модель линейна и сформулирована в натуральных логарифмах:

$$Y_t = A_t L_t^\alpha (CU_t K_t)^{1-\alpha}, \quad (F.1)$$

$$y_t = a_t + \alpha l_t + (1 - \alpha)(cu_t + k_t), \quad (F.2)$$

где Y_t – совокупный выпуск (реальный ВВП), L_t – объем труда в экономике (в отработанных чел.-часах), CU_t – загрузка производственных мощностей, K_t – запас накопленного капитала, A_t – необъясненный другими факторами остаток (совокупная факторная производительность, далее – СФП), α – доля доходов труда в валовой добавленной стоимости, а маленькие буквы обозначают логарифмы больших: $x_t = \ln X_t$.

В то же время наблюдаемый выпуск (y_t) представляет сумму ненаблюдаемых компонент: потенциального уровня ($\bar{y}_t$) и разрыва ($\hat{y}_t$):

$$y_t = \bar{y}_t + \hat{y}_t. \quad (F.3)$$

Разрыв выпуска в модели определяется экзогенным процессом авторегрессии первого порядка:

$$\hat{y}_t = \rho_y \hat{y}_{t-1} + \xi_{\hat{y}, t}, \quad (F.4)$$

где $\xi_{\hat{y}, t}$ – шок разрыва выпуска (в дальнейшем все шоки обозначены этой буквой, а индекс указывает на переменную, к которой они относятся).

Трендовая компонента (потенциал выпуска) явным образом представлена производственной функцией:

$$\bar{y}_t = \bar{a}_t + \alpha * \bar{l}_t + (1 - \alpha) * (\bar{k}_t + \bar{util}_t). \quad (F.5)$$

Как и другие переменные, невязка (СФП) в модели имеет трендовую и циклическую компоненты:

$$a_t = \bar{a}_t + \hat{a}_t. \quad (F.6)$$

Потенциал СФП ($\bar{a}_t$) описывается I(2)-процессом, то есть темпы его прироста следуют случайному блужданию:

$$\bar{a}_t = \bar{a}_{t-1} + \tilde{a}_t + \xi_{\bar{a}, t}, \quad (F.7)$$

$$\tilde{a}_t = \tilde{a}_{t-1} + \xi_{\tilde{a}, t}. \quad (F.8)$$

Разрыв СФП ($\hat{a}_t$), в свою очередь, является невязкой между идентифицированным разрывом выпуска и вкладом прочих факторов:

$$\hat{a}_t = \hat{y}_t - \alpha \hat{l}_t - (1 - \alpha) \widehat{util}_t. \quad (F.9)$$

Фактор труда в модели выражен в терминах отработанных человеко-часов и может быть декомпозирован на более гранулярные вклады:

$$l_t = wp_t + lp_t - u_t + ah_t, \quad (F.10)$$

где wp_t – экономически активное население, lp_t – уровень участия в рабочей силе, u_t – уровень безработицы, ah_t – количество отработанных часов в среднем за неделю.

Все эти переменные также декомпозируются на уровень, соответствующий потенциалу выпуска, и на циклическую часть. За исключением экономически активного населения, wp_t , – в модели вводится предпосылка (распространённая в литературе), что эта переменная не имеет циклической динамики, а ее потенциал также описывается I(2)-процессом:

$$wp_t = \bar{wp}_t, \quad (F.11)$$

$$\overline{wp}_t = \overline{wp}_{t-1} + \widetilde{wp}_{t-1}, \quad (\text{F.12})$$

$$\widetilde{wp}_t = \widetilde{wp}_{t-1} + \xi_{\widetilde{wp}, t}. \quad (\text{F.13})$$

В случае с уровнем участия в рабочей силе предполагается, что ее потенциальный уровень – это также $I(2)$ -процесс, а ее циклическая часть напрямую связана с разрывом выпуска (γ_{lp} – параметр степени этой связи). Это подразумевает, что, например, когда экономика перегрета, работники имеют больше стимулов принять решение выйти на рынок труда, из-за чего уровень участия временно (в рамках бизнес-цикла) возрастает:

$$lp_t = \overline{lp}_t + \widehat{lp}_t, \quad (\text{F.14})$$

$$\widehat{lp}_t = \gamma_{lp} \widehat{y}_{t-1} + \xi_{\widehat{lp}, t}, \quad (\text{F.15})$$

$$\overline{lp}_t = \overline{lp}_{t-1} + \widetilde{lp}_{t-1}, \quad (\text{F.16})$$

$$\widetilde{lp}_t = \widetilde{lp}_{t-1} + \xi_{\widetilde{lp}, t}. \quad (\text{F.17})$$

Схожим образом моделируется уровень безработицы. В данном случае уровень безработицы, связанный с потенциальным выпуском, не ускоряющим инфляцию, фактически является NAIRU. Предполагается, что он следует $I(1)$ -процессу обычного случайного блуждания:

$$u_t = \overline{u}_t + \widehat{u}_t, \quad (\text{F.18})$$

$$\overline{u}_t = \overline{u}_{t-1} + \xi_{\overline{u}, t}. \quad (\text{F.19})$$

Уравнение для циклической безработицы представляет собой вариацию полуструктурного уравнения Оукена, связывающего с отрицательным коэффициентом разрыв выпуска и циклическую безработицу:

$$\widehat{u}_t = -\gamma_u \widehat{y}_{t-1} + \xi_{\widehat{u}, t}. \quad (\text{F.20})$$

Завершает блок переменных труда количество отработанных часов. Предполагается, что потенциальный уровень этой переменной также описывается $I(2)$ -процессом, а ее циклическая часть положительно связана с разрывом выпуска:

$$ah_t = \overline{ah}_t + \widehat{ah}_t, \quad (\text{F.21})$$

$$\widehat{ah}_t = \gamma_{ah} \widehat{y}_t + \xi_{\widehat{ah}, t}, \quad (\text{F.22})$$

$$\overline{ah}_t = \overline{ah}_{t-1} + \widetilde{ah}_{t-1}, \quad (\text{F.23})$$

$$\widetilde{ah}_t = \widetilde{ah}_{t-1} + \xi_{\widetilde{ah}, t}. \quad (\text{F.24})$$

В отличие от других переменных, связь в разрывах в этом случае одномоментная, что объясняется возможностью быстро скорректировать количество отработанных часов в ответ на происходящие циклические изменения в экономике.

Капитал в модели представлен концепцией запаса накопленного физического капитала. Аналогично экономически активному населению, предполагается, что капитал не имеет циклической динамики и представляет собой $I(2)$ -процесс:

$$k_t = \overline{k}_t, \quad (\text{F.25})$$

$$\overline{k}_t = \overline{k}_{t-1} + \widetilde{k}_{t-1}, \quad (\text{F.26})$$

$$\widetilde{k}_t = \widetilde{k}_{t-1} + \xi_{\widetilde{k}, t}. \quad (\text{F.27})$$

Загрузка производственных мощностей на российских данных имеет четко выраженный тренд, поэтому в отличие от некоторых других работ, предполагается, что она имеет как циклическую, так и трендовую динамику. При этом трендовая динамика описывается процессом случайного блуждания, а разрыв загрузки мощностей

моделируется аналогично циклической части отработанных часов. Это подразумевает существование положительной связи между разрывами выпуска и загрузки мощностей, причем она также одномоментная, поскольку загрузка мощностей достаточно быстро реагирует на происходящие шоки в экономике:

$$cu_t = \overline{cu}_t + \widehat{cu}_t, \quad (\text{F.28})$$

$$\widehat{cu}_t = \gamma_{cu} \widehat{y}_t + \xi_{\widehat{cu}, t}, \quad (\text{F.29})$$

$$\overline{cu}_t = \overline{cu}_{t-1} + \xi_{\overline{cu}, t}. \quad (\text{F.30})$$

Концепция не создающего инфляционного давления потенциала выпуска достигается благодаря включению в модель уравнения для базовой инфляции. Аналогично другим переменным, предполагается, что инфляция имеет некоторую устойчивую (трендовую) часть, описываемую процессом случайного блуждания (с 2017 г. тренд зафиксирован на уровне таргета по инфляции), а также циклическую часть. Последняя представляет собой вариант полуструктурной кривой Филлипса, в которой учитывается инерционность инфляции (напр., в связи с адаптивностью ожиданий или номинальной жесткостью цен), а также положительная связь с разрывом выпуска.

$$\pi_t = \overline{\pi}_t + \widehat{\pi}_t, \quad (\text{F.31})$$

$$\widehat{\pi}_t = \rho_{\pi} \widehat{\pi}_{t-1} + \gamma_{\pi} \widehat{y}_{t-1} + \xi_{\widehat{\pi}, t}, \quad (\text{F.32})$$

$$\overline{\pi}_t = \overline{\pi}_{t-1} + \xi_{\overline{\pi}, t}. \quad (\text{F.33})$$

Завершает модель блок уравнений, связанный с темпом прироста номинальных зарплат. Аналогично другим переменным, динамика зарплат декомпозируется на трендовую и циклическую части:

$$w_t = \overline{w}_t + \widehat{w}_t. \quad (\text{F.34})$$

Трендовая, в свою очередь, учитывает долгосрочное соотношение между реальными зарплатами и производительностью труда. По этой причине трендовый рост номинальных зарплат равен сумме трендовой инфляции и изменения тренда производительности труда:

$$\overline{w}_t = \overline{\pi}_t + \Delta \overline{y}_t - \Delta \overline{l}_t + \xi_{\overline{w}, t}. \quad (\text{F.35})$$

Циклическая часть роста номинальных зарплат также является вариантом полуструктурной кривой Филлипса. В уравнении аналогично учитывается инерционность роста зарплат (в частности, ввиду жесткостей номинальных зарплат) и положительная связь с разрывом выпуска:

$$\widehat{w}_t = \rho_w \widehat{w}_{t-1} + \gamma_w \widehat{y}_{t-1} + \xi_{\widehat{w}, t}. \quad (\text{F.36})$$

Данные

В модели участвуют 9 наблюдаемых переменных с I квартала 1992 г. по III квартал 2024 года. Некоторые переменные корректировались для устранения сезонного и календарного факторов. Полный список переменных с источниками данных и информацией о проведенных трансформациях представлен в Таблице F.1.

Таблица F.1: Используемые в модели данные, их источники и обработка

№	Набл. переменная	Показатель	Источник	SA	Трансформ.	Начало ряда
1	y_t	Реальный ВВП, млрд руб. в ценах 2021 г.	ФСГС	Да	Натуральный логарифм	I кв. 1995 г.
2	wp_t	Численность экономич. активного населения, тыс. чел.	ФСГС	Нет	Натуральный логарифм	I кв. 2005 г.
3	lp_t	Уровень участия в рабочей силе, %	ФСГС	Да	Натуральный логарифм	I кв. 2005 г.
4	u_t	Уровень безработицы, %	ФСГС	Да	-	I кв. 2005 г.
5	ah_t	Отработано часов в среднем за неделю, часов	ФСГС	Да	Натуральный логарифм	I кв. 2005 г.
6	k_t	Запас капитала, млрд руб. в ценах 1997 г.	ФСГС, расчет автора	Нет	Натуральный логарифм	I кв. 1992 г.
7	cu_t	Уровень загрузки произв. мощностей, %	Банк России	Да	Натуральный логарифм	I кв. 2002 г.
8	π_t	Индекс потребительских цен (базовый), в % к/к	ФСГС	Да	-	I кв. 2002 г.
9	w_t	Темп прироста номинал. зарплат, в % к/к	ФСГС	Да	-	II кв. 1992 г.

Примечания. ФСГС – Федеральная служба государственной статистики (rosstat.gov.ru); - в данных по ВВП приближенно учтены пересмотры статистики за 2022 – 2023 гг., а также первая оценка в целом по 2024 году.

В данных по многим переменным были пропуски до 1 квартала 2025 года. В работе было решено заполнить их оценками с помощью наблюдаемых годовых значений, которые интерполировались на кварталы благодаря процедуре сглаживания в рамках фильтра Калмана в предположении, что динамика этих переменных на квартальной частоте описывалась процессом случайного блуждания.

В отдельных случаях для годовых значений переменных использовался другой источник информации. Например, по отработанным часам до 2005 г. используются годовые оценки OECD по России, а для загрузки производственных мощностей до 2002 г. (т.к. данные мониторинга предприятий БР есть только с этого перио-

да) используются квартальные оценки Российского экономического барометра по загрузке в промышленности (РЭБ).

Исторические винтажи переменных в данной работе не использовались.

Параметризация модели

Для оценки параметров модели и идентификации ненаблюдаемых переменных используется байесовский подход, позволяющий учесть априорные ожидания. Итоговые оценки параметров, а также информация про их априорные и апостериорные распределения приведены в Таблице F.2, а также на Рисунке F.2. Априорные распределения большинства переменных были выбраны по аналогии с работой Toth (2021). Для доли доходов труда был выбран достаточно жесткий приор со средним значением, равным средней доле зарплат в ВДС за 1995-2023 годы. Использование байесовского подхода с обратным гамма-распределением для априорного распределения дисперсии шоков в модели также позволило избежать так называемой pile-up проблемы (см. Toth, 2021). Для оценивания параметров использовался диффузный фильтр Калмана, позволяющий работать с нестационарными временными рядами и реализованный в пакете Dynare в Matlab версии 6.2 (Adjemian et al., 2024).

Для оценки средних значений параметров и областей с наибольшей апостериорной плотностью (HPD) использовался алгоритм Метрополиса-Гастингса в рамках метода Монте-Карло по схеме марковских цепей (МСМCMH): всего было запущено 2 цепи, каждая – по 100 тыс. итераций с исключением первой трети значений. Результаты диагностики сходимости цепей МСМCMH-алгоритма (многомерная статистика) по методу Brooks and Gelman (1998) представлены на Рисунке F.1.

Таблица F.2: Детали параметризации модели

Параметр	Априорное распреде- ление	Среднее	Станд. откл.	Мода	Среднее	Интервал 90% HPD
γ_{lp}	Gamma	0.30	0.1	0.25	0.27	[0.13; 0.41]
γ_u	Gamma	0.30	0.1	0.25	0.27	[0.13; 0.40]
γ_{ah}	Gamma	0.30	0.1	0.25	0.27	[0.14; 0.40]
γ_{cu}	Gamma	0.30	0.1	0.34	0.37	[0.18; 0.54]
γ_π	Gamma	0.30	0.1	0.25	0.28	[0.13; 0.41]
γ_w	Gamma	0.30	0.1	0.24	0.27	[0.14; 0.41]
ρ_y	Beta	0.25	0.1	0.57	0.56	[0.36; 0.76]
ρ_π	Beta	0.25	0.1	0.28	0.30	[0.13; 0.47]
ρ_w	Beta	0.25	0.1	0.62	0.55	[0.34; 0.74]
α	Beta	0.55	0.05	0.55	0.55	[0.47; 0.63]
$\sigma(\xi_{\hat{y}})$	Inverse gamma	0.750	Inf	0.058	0.059	[0.052; 0.065]
$\sigma(\xi_{\hat{a}})$	Inverse gamma	0.020	Inf	0.007	0.007	[0.005; 0.010]
$\sigma(\xi_{\hat{\alpha}})$	Inverse gamma	0.020	Inf	0.003	0.003	[0.002; 0.004]
$\sigma(\xi_{\hat{lp}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.073	0.074	[0.067; 0.082]
$\sigma(\xi_{\hat{lp}})$	Inverse gamma	0.025	Inf	0.005	0.006	[0.004; 0.007]
$\sigma(\xi_{\hat{u}})$	Inverse gamma	0.075	Inf	0.015	0.016	[0.012; 0.019]
$\sigma(\xi_{\hat{u}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.073	0.074	[0.067; 0.082]
$\sigma(\xi_{\hat{ah}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.073	0.074	[0.066; 0.081]
$\sigma(\xi_{\hat{ah}})$	Inverse gamma	0.005	Inf	0.001	0.002	[0.001; 0.002]
$\sigma(\xi_{\hat{wp}})$	Inverse gamma	0.025	Inf	0.002	0.003	[0.002; 0.003]
$\sigma(\xi_{\hat{k}})$	Inverse gamma	0.025	Inf	0.002	0.002	[0.002; 0.002]
$\sigma(\xi_{\hat{cu}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.075	0.076	[0.068; 0.084]
$\sigma(\xi_{\hat{cu}})$	Inverse gamma	0.005	Inf	0.019	0.020	[0.015; 0.024]
$\sigma(\xi_{\hat{\pi}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.086	0.088	[0.077; 0.099]
$\sigma(\xi_{\hat{\pi}})$	Inverse gamma	0.150	Inf	0.021	0.023	[0.018; 0.028]
$\sigma(\xi_{\hat{w}})$	Inverse gamma	1.000	Inf	0.091	0.092	[0.082; 0.102]
$\sigma(\xi_{\hat{w}})$	Inverse gamma	0.150	Inf	0.031	0.032	[0.025; 0.039]

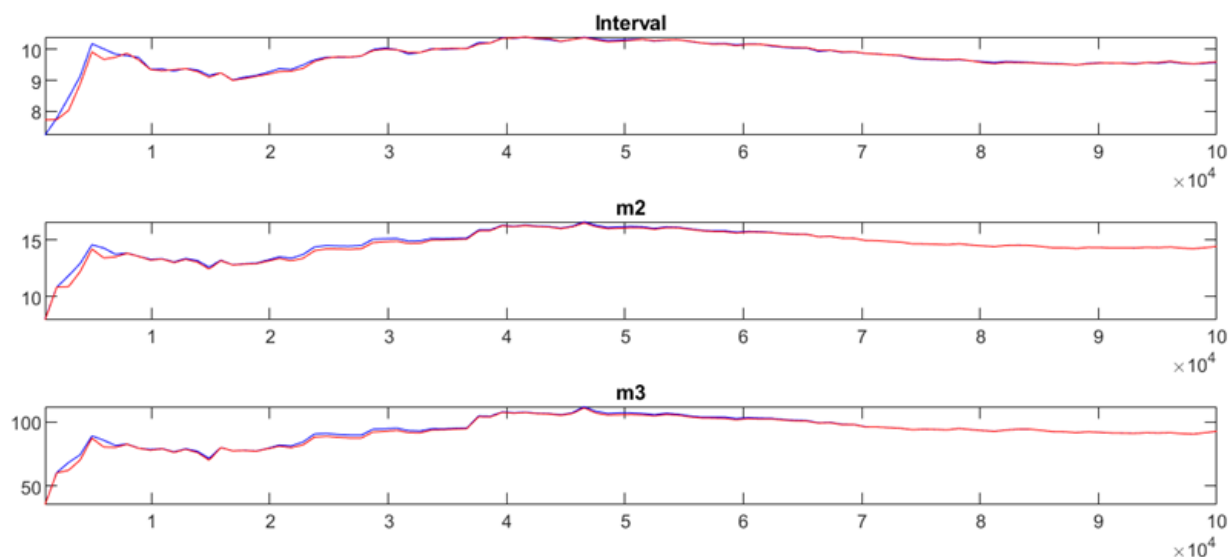


Рис. F.1: Сходимость цепей МСМСМН-алгоритма

Примечания. На графике – результаты многомерной диагностики сходимости цепей МСМСМН-алгоритма по методу Brooks and Gelman (1998): всего было запущено 2 цепи, каждая – по 100 тыс. итераций с исключением первой трети значений.

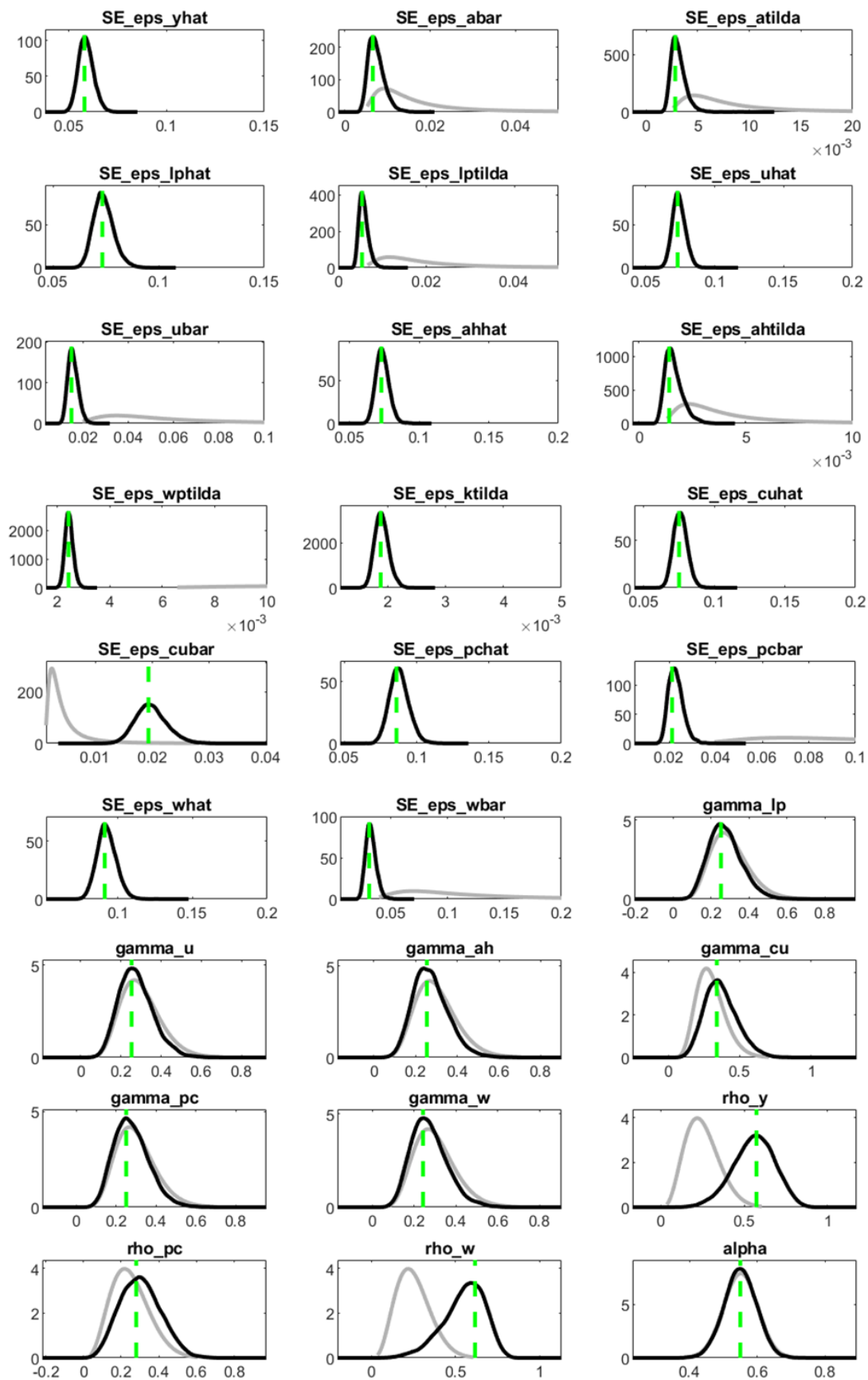


Рис. F.2: Априорная и апостериорная плотность распределения параметров

Примечания. Серые линии – функции плотности априорного распределения параметров, черные линии – апостериорного. Пунктирные линии – моды параметров.

Результаты

На Рисунках F.3 и F.4 представлены односторонние (фильтр Калмана) и двусторонние (сглаживатель Калмана) оценки разрыва выпуска и годового прироста потенциала выпуска соответственно. Стоит отметить, что достоверные интервалы этих переменных несколько заужены, в частности из-за недоучета в модели дисперсии ряда физического капитала, получаемого в рамках отдельной модели.

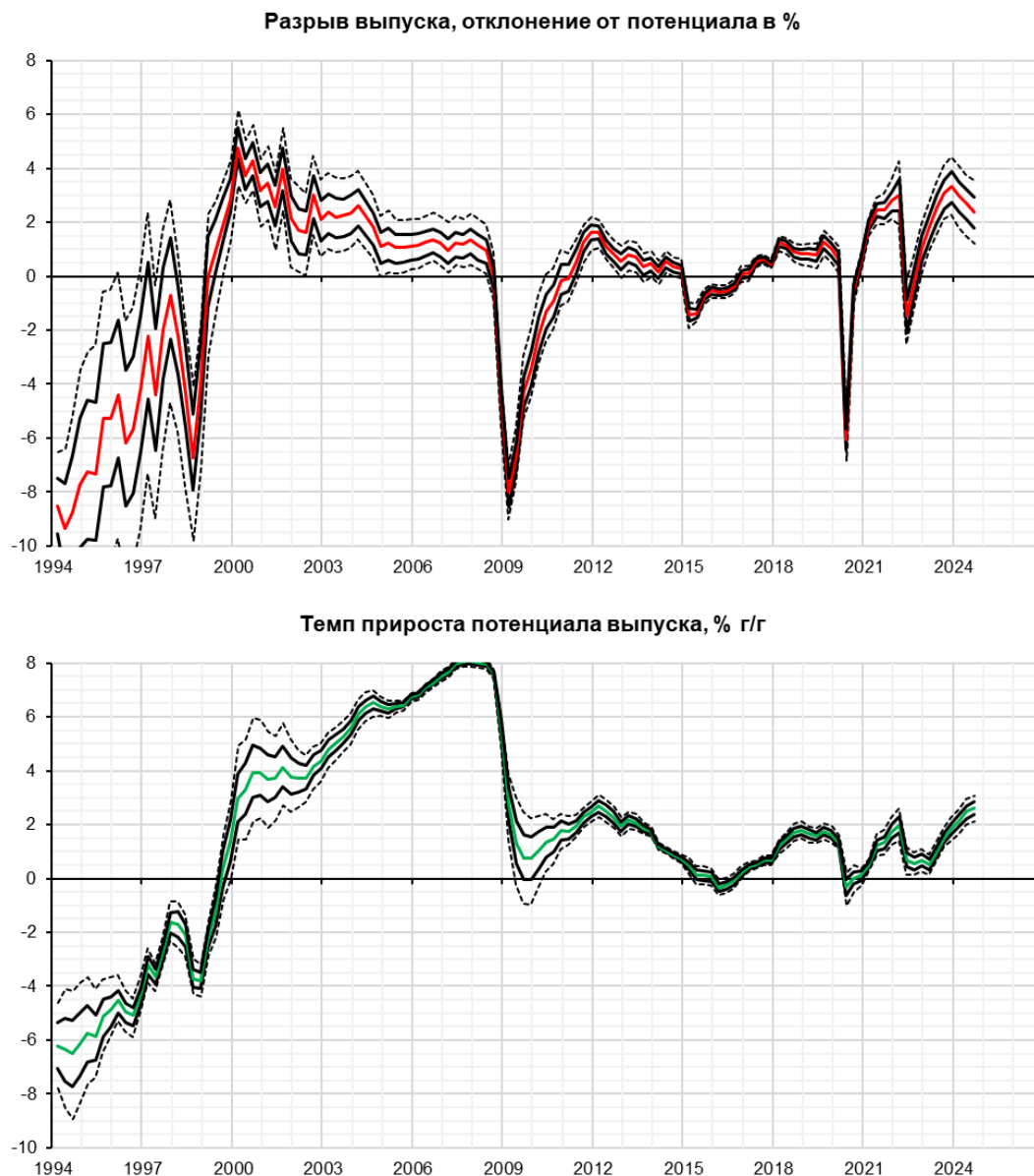


Рис. F.3: Односторонние оценки ненаблюдаемых переменных

Примечания. Приведены средние значения апостериорного распределения разрыва выпуска и годовых темпов прироста его потенциала. Черные сплошные линии соответствуют 16% HPD и 84% HPD, черные пунктирные линии – 5% HPD и 95% HPD.

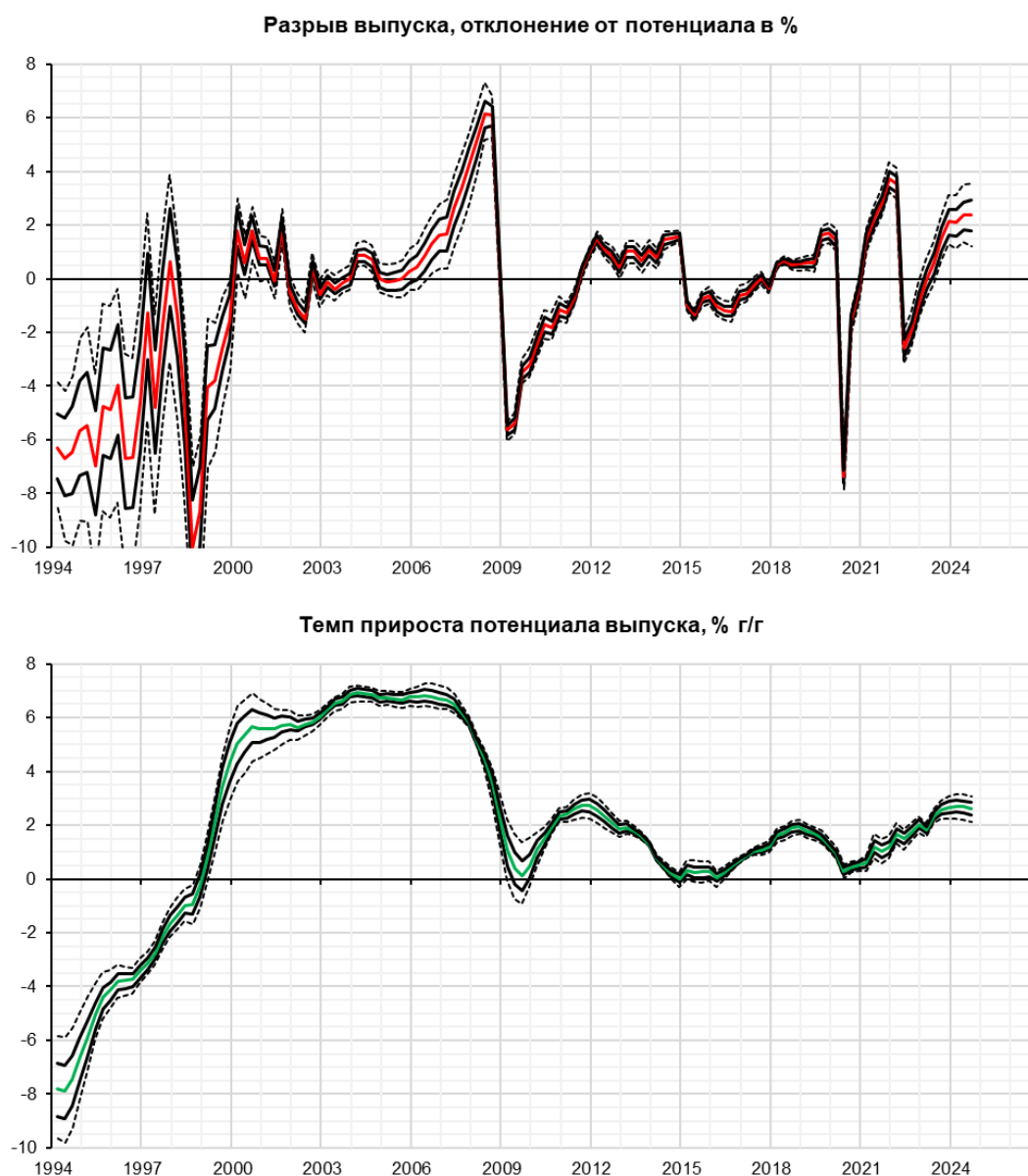


Рис. F.4: Двусторонние оценки ненаблюдаемых переменных

Примечания. Приведены средние значения апостериорного распределения разрыва выпуска и годовых темпов прироста его потенциала. Черные сплошные линии соответствуют 16% HPD и 84% HPD, черные пунктирные линии – 5% HPD и 95% HPD.

На Рисунке F.5 показано сравнение фактических рядов основных переменных с оцененными потенциалами (используется средняя оценка для сглаживателя Калмана). Можно заметить, что оценки достаточно логичны, динамика ненаблюдаемых переменных ожидаема – четко идентифицируются бизнес-циклы последних 30 лет.

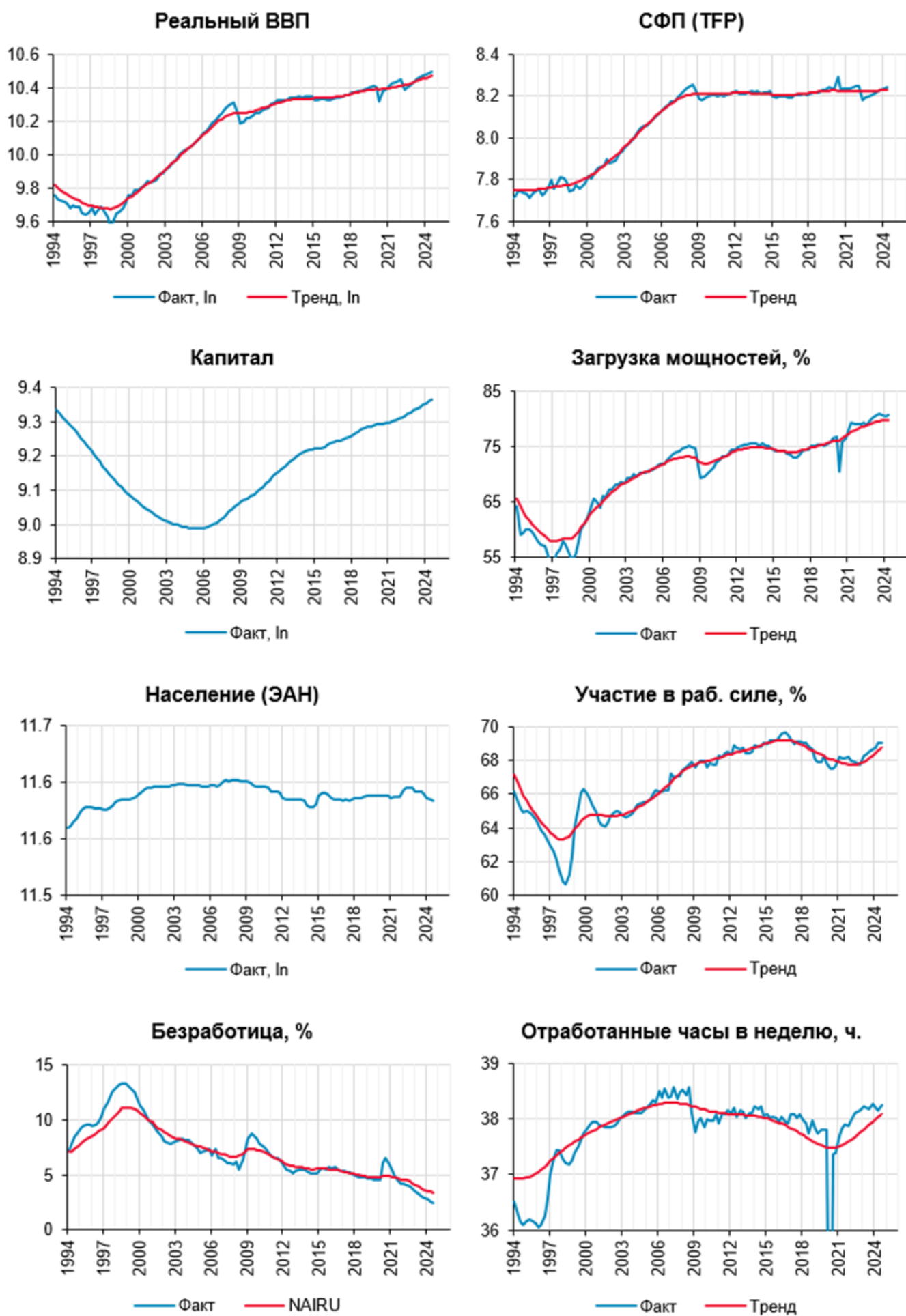


Рис. F.5: Декомпозиция основных переменных на потенциал и разрыв

Ключевой интерес представляют оценки темпов прироста потенциального выпуска, величина разрыва выпуска, а также их декомпозиции на вклады факторов производства в соответствии с логикой производственной функции (Рисунок F.6).

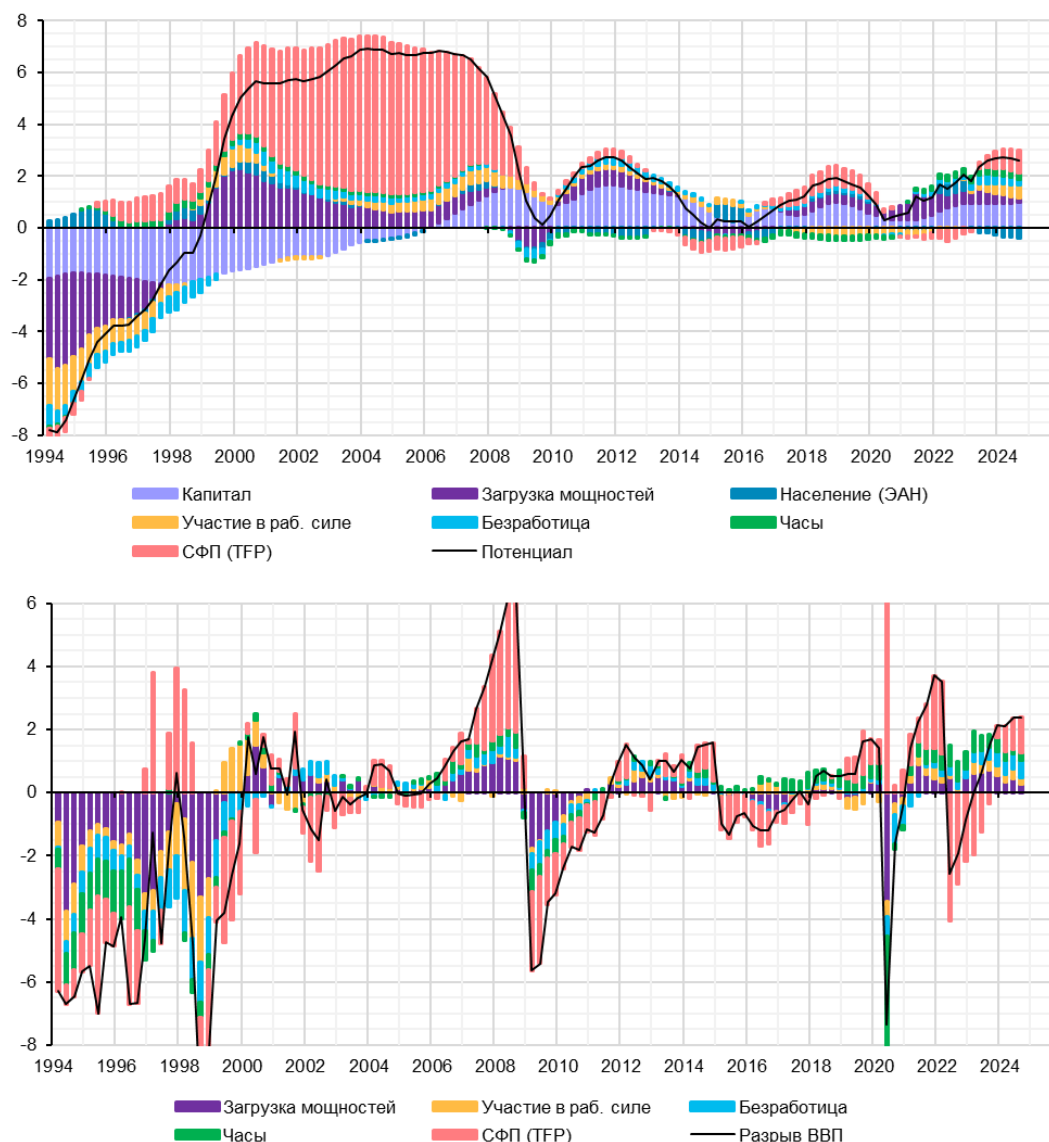


Рис. F.6: Декомпозиция потенциала и разрыва выпуска на факторы

Примечания. Используются средние значения апостериорных распределений для двухсторонних (сглаженных) оценок ненаблюдаемых переменных.

С 2022 г. рост потенциала, по оценкам, несколько ускорился (в среднем 2.7% г/г с конца 2023 г.). Заметный вклад в прирост вносит увеличение запаса капитала: оценка его среднего прироста в 2022 – 2024 гг. находится на максимуме за последние 10 лет. Вместе с тем с 2023 г. растет вклад уровня участия в рабочей силе. По-видимому, перегретый с 2021 г. рынок труда (см. декомпозицию разрыва выпуска на Рисунке F.6) и ускорившийся в этих условиях рост заработной платы создали стимулы для устойчивого привлечения на рынок тех, кто ранее отказывался от работы.

Если обратиться к циклической части выпуска, то ожидаемо диагностируется довольно сильный перегрев экономики (оценка разрыва выпуска в II – III кварталах 2024 г. вблизи 2.4%). Разрыв во многом формируется наблюдаемой высокой интенсивностью использования факторов производства – труда и производственных мощностей.

Отдельно нужно прокомментировать, как интерпретируются вклады СФП. В случае потенциала (трендовой динамики) – это классическая производительность, снижающая реальные издержки и в долгосрочном периоде нередко связанная с технологиями – она не несет в себе инфляционной составляющей. В случае разрыва СФП – это ошибка измерения интенсивности использования других факторов производства, в том числе из-за неучтенных в модели человеческих усилий (подробнее о них в Орлов и Шарафутдинов (2024)). В результате

разрыв СФП имеет трактовку неидентифицированной проциклической интенсивности использования факторов, которая в модели по определению проинфляционна.

G Подход на основе производственной функции

В данном приложении приведены оценки потенциального выпуска в России на основе межотраслевой производственной функции обобщённым методом моментов. Оценка проводилась методом Wooldridge (2009) при помощи пакета `prodest` для STATA с опцией GMM на панельных данных по 85 регионам России за 5 лет (2019–2023 гг.), т.е. $i = 1, \dots, 85$, $t = 1, \dots, 5$.

Математическая формулировка модели и данные

Рассматривается стандартная производственная функция в логарифмическом виде:

$$y_{it} = \vartheta + \alpha w_{it} + \beta x_{it} + \omega_{it} + e_{it} = \vartheta + \alpha w_{it} + \beta x_{it} + g(x_{it}, m_{it}) + e_{it}, \quad (G.1)$$

где i – регион, y_{it} – ВДС (здесь и далее в логарифмах), w_{it} – труд (занятые), x_{it} – капитал, ω_{it} – шоки совокупной факторной производительности (СФП), m_{it} – вектор прокси-переменных, e_{it} – шоки.

Для оценки производственной функции используем годовые данные за 2019–2023 гг. в разбивке по отраслям и регионам.

Оценка модели проводится по переменным:

- ВДС отраслей;
- Занятые;
- Запас загруженного капитала;

В качестве инструментов берутся:

- Инвестиции;
- Использование свежей воды;
- Электрогенерация;
- Реальная заработная плата;
- Население.

Методы оценки

Особое внимание стоит уделить особенностям оценки капитала. Для расчёта объёма чистого капитала в регионе X в секторе Y (по разделам ОКВЭД2) использовались оценки совокупного объёма загруженного капитала в России, а также структура основных фондов по регионам и отраслям. Предпосылка – доля регионов и секторов в чистом капитале равна их доле в основных фондах. В 2019 г. изменилась методология Росстата по учету жилых зданий, из-за чего произошёл структурный сдвиг: основные фонды в этом секторекратно выросли. Аналогичный подход использован для распределения инвестиций в основной капитал в целом по России на отдельные регионы в разрезе секторов экономики. В основе матрицы весов – оценки по крупным и средним организациям.

Для преодоления проблем коллинеарности и эндогенности мы предлагаем подход к оценке производственной функции на региональных данных в отраслевом разрезе. Подход основывается на построении модели производственной функции типа Кобба–Дугласа на панельных данных по российским регионам и последующем использовании полученных оценок для расчета темпов прироста выпуска на макроуровне.

Используя подход Wooldridge (2009) с оценкой модели обобщенным методом моментов и опираясь на панельные данные по 85 регионам России за 5 лет (2019–2023 гг.), мы оценили производственные функции для 19 отраслей (видов деятельности) российской экономики. Все полученные оценки α и β – эластичности выпуска по капиталу и труду, соответственно – значимы. Распределение оценок СФП близко к полунормальному в большинстве отраслей, что соответствует литературе по оценке производственных функций и СФП.

Для корректной оценки СФП большинство исследователей предлагают предварительно оценивать отдачу от масштаба. Если она не является постоянной, оценки СФП могут быть смещенными. Для оценки постоянства отдачи от масштаба можно воспользоваться тестом Вальда на равенство суммы коэффициентов α и β единице для всех отраслей. По результатам тестов нулевая гипотеза теста Вальда отвергается, что позволяет говорить о постоянстве отдачи от масштаба и отсутствии смещения оценок СФП по данной причине.

Оценка потенциального выпуска

Наш подход к оценке потенциального выпуска для России при помощи производственной функции состоит в следующем:

1. Отдельно для каждой отрасли оценить потенциальный уровень факторов производства и СФП в каждом регионе России.

Оценка потенциальных траекторий капитала, труда и СФП проводилась при помощи двустороннего фильтра Ходрика-Прескотта за период оценивания модели (2019–2023 гг.).

2. Отдельно для каждой отрасли рассчитать потенциальные уровни факторов производства и СФП России в целом, агрегировав оценки по регионам.

Агрегация оценок потенциальных капитала и труда проводилась суммированием их абсолютных значений по регионам. Это возможно, т.к. по обоим факторам производства сумма объемов по данным региональной статистики полностью складывается в общероссийскую статистику. Суммарные объемы капитала и труда возводились в степени, соответствующие оценкам их эластичностей. Такой подход предполагает, что оценки эластичностей выпуска по капиталу и труду для отрасли в целом соответствуют средним эластичностям, оцененным на данных по регионам России. Предпосылка релевантна, поскольку модель производственной функции оценена на полном множестве регионов России, по которым Росстат в настоящий момент проводит статистические наблюдения, а оцениваемая производственная функция является монотонно возрастающей по обоим факторам производства.

Для того, чтобы получить оценки СФП по отраслям для России в целом, рассчитаны средневзвешенные значения из оценок по регионам по следующей формуле:

$$TFP^j = \sum_{i=1}^{85} TFP_i^j (l_i^j)^\alpha (k_i^j)^\beta, \quad (G.2)$$

где i – регион, j – отрасль, TFP_i^j – совокупная факторная производительность в регионе i в отрасли j , TFP^j – совокупная факторная производительность в отрасли j , l_i^j – доля отработанных человеко-часов региона i отрасли j в России, k_i^j – доля капитала региона i отрасли j в России, α , β – эластичности выпуска по труду и капиталу, соответственно.

Эту формулу можно получить путем агрегирования оценок по регионам. Модель производственной функции для региона i отрасли j имеет вид:

$$Y_i^j = TFP_i^j (L_i^j)^\alpha (K_i^j)^\beta, \quad (G.3)$$

где i – регион, j – отрасль, Y_i^j – ВДС в регионе i в отрасли j , L_i^j – количество отработанных человеко-часов в регионе i в отрасли j , K_i^j – объем капитала в регионе i в отрасли j .

ВДС отрасли j представляет собой сумму ВДС по регионам:

$$Y^j = \sum_{i=1}^{85} Y_i^j \quad (G.4)$$

Аналогично для каждой отрасли объемы физического капитала и труда представляют собой сумму соответствующих величин по регионам. Следовательно, для отрасли j справедливо:

$$Y^j = TFP^j (L^j)^\alpha (K^j)^\beta = TFP^j \left(\sum_{i=1}^{85} L_i^j \right)^\alpha \left(\sum_{i=1}^{85} K_i^j \right)^\beta \quad (G.5)$$

Подставим (G.3) в правую часть (G.4), а затем в левую часть (G.5):

$$Y^j = \sum_{i=1}^{85} TFP_i^j (L_i^j)^\alpha (K_i^j)^\beta = TFP^j \left(\sum_{i=1}^{85} L_i^j \right)^\alpha \left(\sum_{i=1}^{85} K_i^j \right)^\beta \quad (G.6)$$

Выразим из (G.6) TFP^j :

$$TFP^j = \frac{\sum_{i=1}^{85} TFP_i^j (L_i^j)^\alpha (K_i^j)^\beta}{\left(\sum_{i=1}^{85} L_i^j \right)^\alpha \left(\sum_{i=1}^{85} K_i^j \right)^\beta} \quad (G.7)$$

Преобразуем выражение, внося знаменатель под знак суммы числителя:

$$TFP^j = \sum_{i=1}^{85} TFP_i^j \frac{(L_i^j)^\alpha}{\left(\sum_{i=1}^{85} L_i^j\right)^\alpha} \frac{(K_i^j)^\alpha}{\left(\sum_{i=1}^{85} K_i^j\right)^\alpha} = \sum_{i=1}^{85} TFP_i^j \left(\frac{L_i^j}{\sum_{i=1}^{85} L_i^j}\right)^\alpha \left(\frac{K_i^j}{\sum_{i=1}^{85} K_i^j}\right)^\beta \quad (G.8)$$

Таким образом, получаем:

$$TFP^j = \sum_{i=1}^{85} TFP_i^j (l_i^j)^\alpha (k_i^j)^\beta, \quad (G.9)$$

где $l_i^j = \frac{L_i^j}{\sum_{i=1}^{85} L_i^j}$ – доля отработанных человеко-часов региона i отрасли j в России, $k_i^j = \frac{K_i^j}{\sum_{i=1}^{85} K_i^j}$ – доля капитала региона i отрасли j в России.

3. Отдельно для каждой отрасли рассчитать потенциальный выпуск России, используя оценки из п.2 и коэффициенты соответствующих отраслевых производственных функций.

Исключения – услуги домохозяйств (ОКВЭД, раздел Т), финансовая и страховая деятельность (ОКВЭД, раздел К), а также госуправление и обеспечение военной безопасности (ОКВЭД, раздел О). Первое связано с отсутствием статистических данных на региональном уровне, второе – с значительным превышением объема ВДС отрасли согласно российской статистике над суммой ВДС по региональной статистике. Основная причина – в региональной статистике не учитываются данные компаний финансового сектора, экономическая деятельность которых выходит за границы одного региона. Поэтому объем ВДС отрасли по стране в целом в среднем за 2019–2023 гг. для финансовой деятельности в ~12 раз больше суммы ВДС по регионам. В секторе госуправления присутствует федеральная составляющая, поэтому ВДС отрасли по стране в целом – в ~1,5 раза больше, чем по сумме регионов.

Для трех указанных отраслей, а также для чистых налогов потенциальный уровень рассчитан при помощи двустороннего фильтра Ходрика-Прескотта за период оценивания модели (2019–2023 гг.).

4. Агрегировать результаты п.3 на уровень экономики в целом.

Для единообразия методологии мы использовали данные по ВДС отраслей и ВВП России в целом в ценах 2016 года. Поскольку данные Росстата в такой метрике публикуются до 2020 г. включительно, с 2021 г. мы проводили дооценку при помощи индексов физического объема ВВП и ВДС, соответственно. Особого внимания заслуживает следующий методологический момент. Данные Росстата по ВВП в ценах 2016 г. уже с 2018 г. не соответствуют сумме ВДС отраслей и чистых налогов на величину статистического расхождения, при этом его масштаб растет. Основная причина носит в большей мере технический характер, поэтому с точки зрения оценки потенциального выпуска и отклонения от факта является незначимым фактором. Для того чтобы нивелировать связанное с ним искажение агрегированных оценок, мы использовали в качестве прокси ВВП сумму ВДС по отраслям и чистых налогов.

Согласно полученным результатам, объемы факторов производства (физический капитал и количество отработанных человеко-часов) имеют восходящий тренд. В 2019 г. по обоим факторам наблюдался положительный разрыв. В этот период компании активно расширяли и модернизировали производство, для чего наращивали инвестиции и штат сотрудников. В результате ВВП за год вырос на 2,2%, что выше потенциального уровня. В 2020 г. из-за локдауна часть производственных процессов была приостановлена, что привело к выпадению как физического капитала, так и трудовых ресурсов. В результате и они, и совокупный выпуск упали ниже потенциального уровня. Разрыв в капитале закрылся практически сразу: с 2021 г. его объем находится вблизи потенциального. Разрыв труда постепенно уменьшался, но оставался отрицательным до 2022 г. включительно. Во многих отраслях экономики с 2020 г. наблюдались структурные изменения, в значительной мере затронувшие рынок труда: большие, чем ранее, масштабы приобрели перетоки между отраслями (например, из строительства и сельского хозяйства в курьерскую доставку), значительное распространение получил формат удаленной работы и др. Ситуация резко изменилась в 2022 г.: экономика оказалась в условиях санкционного давления, что создало ряд трудностей и привело к временному переходу разрыва выпуска в отрицательную область, но в то же время дало мощный импульс процессам структурной трансформации практически всех отраслей. В результате в 2023 г. фактический объем отработанных человеко-часов резко превысил потенциальный, в основном за счет обработки, торговли и строительного сектора (строительство и операции с недвижимостью). При этом разрыв выпуска в экономике перешел в положительную область.

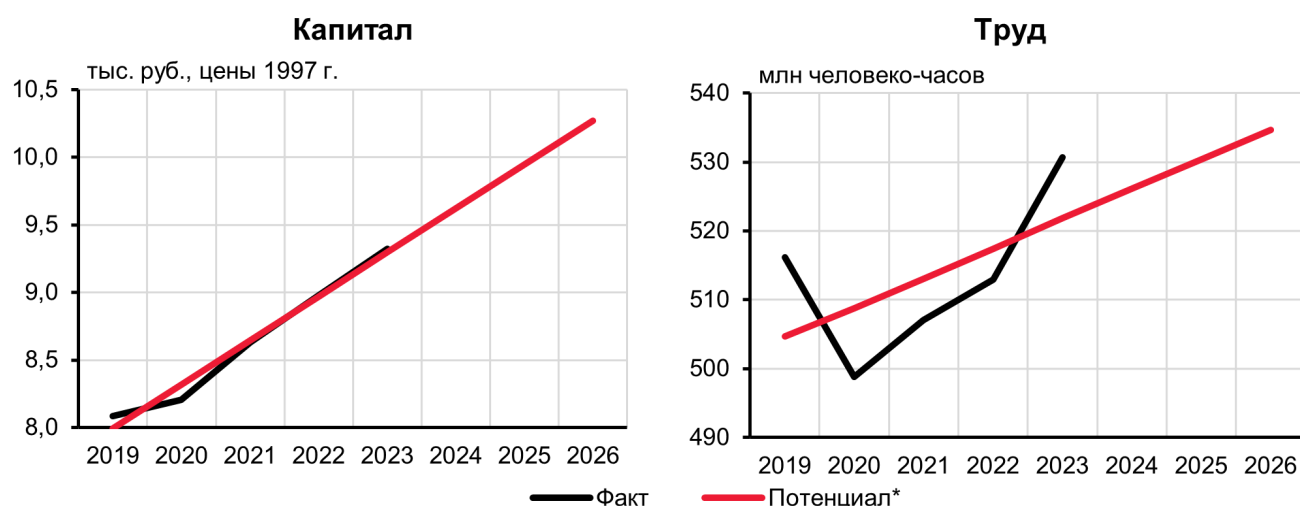


Рис. G.1: Факторы производства в российской экономике: факт vs потенциал.

Примечания. * – Оценка двусторонним фильтром Ходрика-Прескотта.

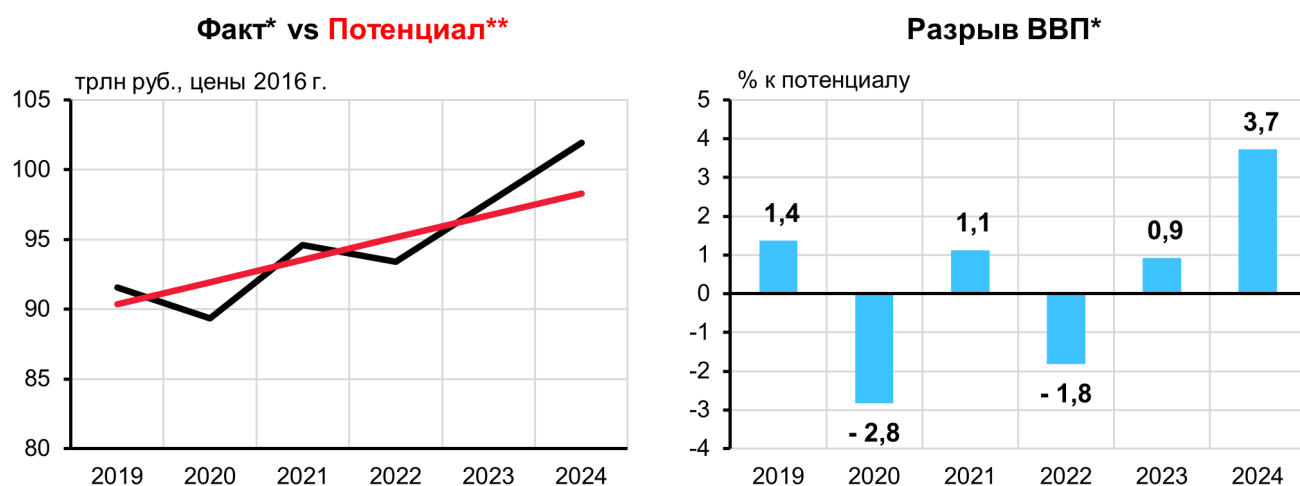


Рис. G.2: ВВП России*: факт, потенциал** и разрыв.

Примечания. * – Без учета статрасхождения. ** – Оценка при помощи отраслевых производственных функций.

Результаты

В 2024 г., по нашим оценкам, положительный разрыв выпуска в российской экономике существенно расширился из-за быстрого роста внутреннего спроса, как потребительского, так и инвестиционного. Основной вклад в расширение разрыва по сравнению с 2023 г. внесли торговля, обработка, финансовая деятельность и госуправление.

В 2024 г. только в двух крупных отраслях российской экономики разрыв выпуска стал отрицательным – в сельском хозяйстве и строительном секторе. Снижение потенциала в сельском хозяйстве – следствие значительных внешних шоков со стороны погодных условий, оказывавших влияние на отрасль в течение года. В строительном секторе отрицательный разрыв выпуска – в операциях с недвижимым имуществом, в то время как объем строительных работ рос несколько выше потенциального уровня.

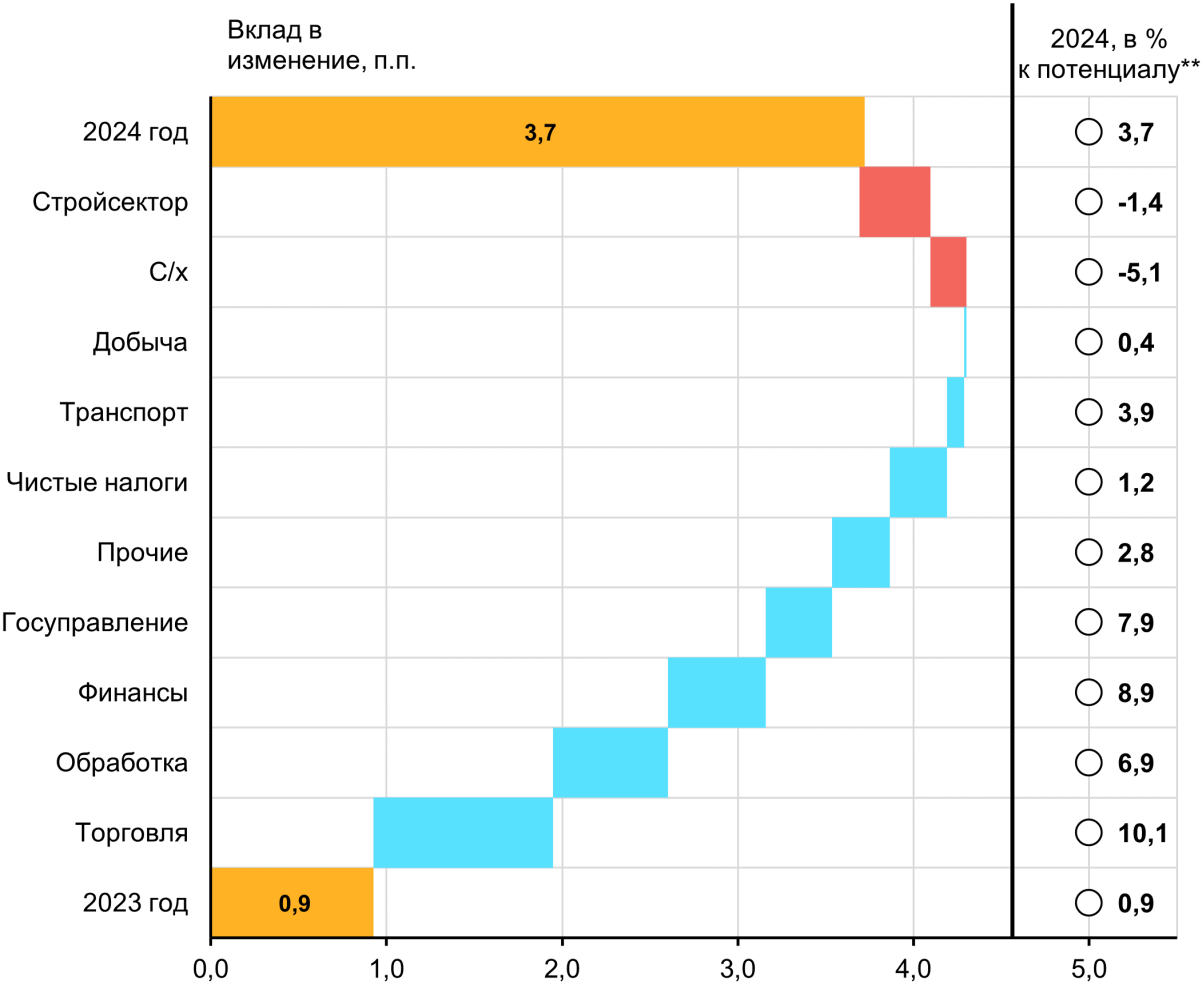


Рис. G.3: Прирост разрыва ВВП* России в 2024 г.

Примечания. * – Без учета статрасхождения. ** – Оценка при помощи отраслевых производственных функций.

Таблица G.1: Разрыв ВВП* России, % к потенциалу**.

	Доля в 2024	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Всего	100%	1,4	-2,8	1,1	-1,8	0,9	3,7
Стройсектор	14%	0,4	-0,4	-0,1	-0,1	0,2	-0,2
Обработка	13%	0,1	-0,2	0,2	-0,4	0,2	0,9
Торговля	12%	-0,1	-0,1	0,8	-0,6	0,1	1,1
Госуправление	9%	-0,3	-0,4	-0,3	-0,1	0,3	0,6
Добыча	7%	0,3	-0,3	0,0	0,1	0,0	0,0
Финансы	7%	-0,3	-0,1	0,2	-0,1	0,0	0,6
Транспорт	6%	0,3	-0,4	0,0	0,0	0,1	0,2
С/х	4%	0,1	0,0	-0,1	0,1	0,0	-0,2
Прочие	20%	0,5	-0,9	0,2	-0,2	0,2	0,6
Чистые налоги	8%	0,5	0,0	0,3	-0,5	-0,2	0,1

Примечания. * – Без учета статрасхождения. ** – Оценка при помощи отраслевых производственных функций.

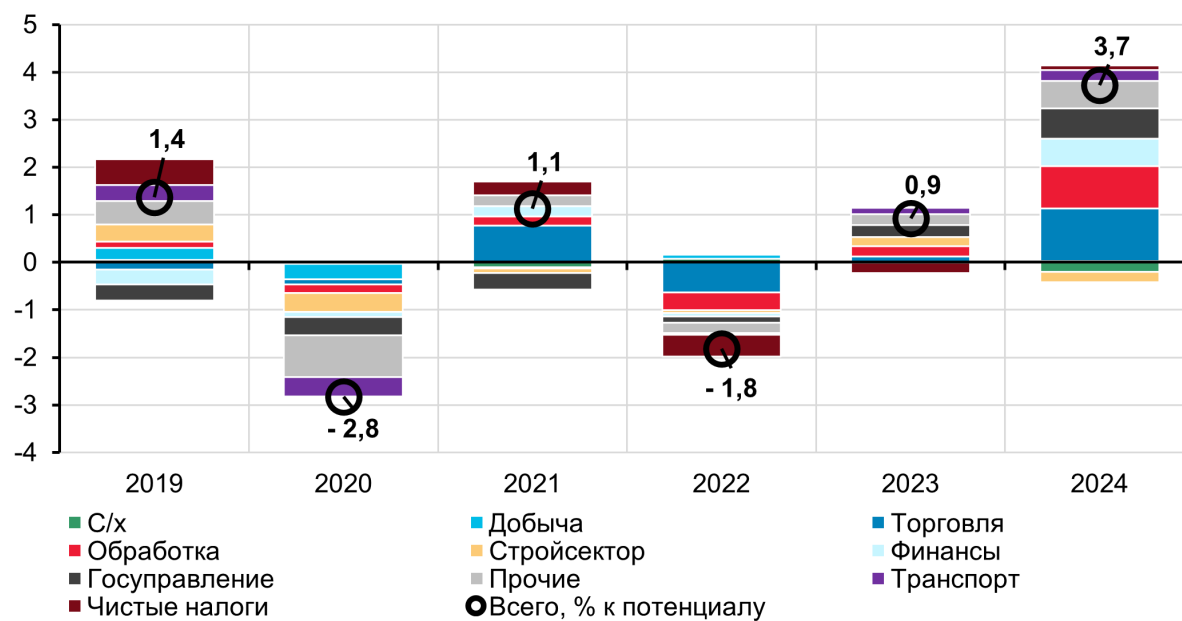


Рис. G.4: Вклад в разрыв ВВП*, п.п.

Примечания. * – Без учета статрасхождения.

Оценки эластичностей

Были оценены эластичности выпуска по труду и капиталу – α и β , соответственно. Все оценки статистически значимы на уровне значимости 10%. Также получены оценки совокупной факторной производительности, которая представляет собой остаток Солоу.

Таблица G.2: Оценки коэффициентов отраслевых производственных функций.

Сектор	Эластичность по труду, α	Эластичность по капиталу, β	Отдача от масштаба, $\alpha + \beta$	Тест Вальда, р-значение, Н0: $\alpha + \beta = 1$
С/х	0,439*** (0,051)	0,416*** (0,147)	0,855	0,30
Добыча	0,383*** (0,073)	0,414*** (0,118)	0,797	0,13
Обработка	0,657*** (0,061)	0,224** (0,095)	0,882	0,19
ЭГП	0,445*** (0,045)	0,426*** (0,1)	0,870	0,18
Водоснабжение	0,606*** (0,06)	0,44*** (0,093)	1,045	0,67
Строительство	0,661*** (0,121)	0,24*** (0,049)	0,901	0,47
Торговля	0,489*** (0,069)	0,343*** (0,075)	0,832	0,11
Транспорт	0,838*** (0,117)	0,22* (0,117)	1,059	0,65
Общепит	0,671*** (0,064)	0,2** (0,082)	0,871	0,18
Информация и связь	0,684*** (0,043)	0,419*** (0,085)	1,103	0,19
Финансы	0,5*** (0,071)	0,463*** (0,171)	0,964	0,86
Недвижимость	0,515*** (0,053)	0,402*** (0,08)	0,917	0,10
Наука	0,905*** (0,076)	0,133** (0,053)	1,038	0,66
Админ-вание	0,89*** (0,101)	0,217*** (0,034)	1,108	0,26
Госуправление	0,737*** (0,04)	0,182*** (0,045)	0,919	0,16
Образование	0,47*** (0,096)	0,362*** (0,075)	0,832	0,11
Здравоохранение	0,213** (0,108)	0,74*** (0,149)	0,953	0,78
Культура	0,688*** (0,049)	0,286** (0,125)	0,975	0,82
Прочие услуги	0,864*** (0,039)	0,063* (0,035)	0,927	0,13

Примечания. В скобках под оценками коэффициентов приведены стандартные ошибки, звездочки соответствуют уровню значимости: *** 1%, ** 5%, * 10%.

Графики по отраслям



Рис. G.5: ВДС отраслей: факт, оценка и потенциал.

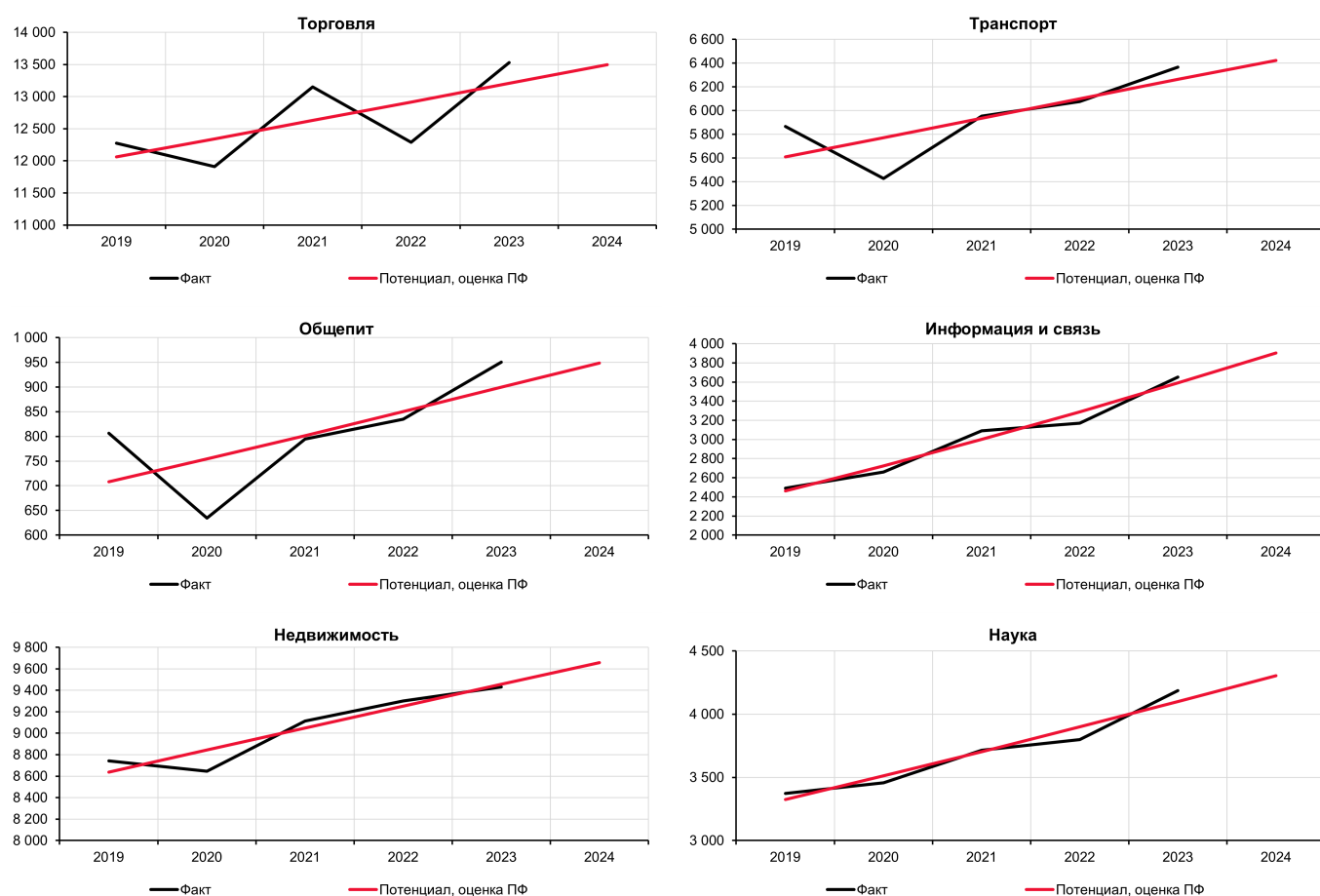


Рис. Г.6: ВДС отраслей: факт, оценка и потенциал (продолжение).



Рис. G.7: ВДС отраслей: факт, оценка и потенциал (продолжение).

Н Непокрытый паритет процентных ставок

Для расчета нейтральной ставки в российской экономике через UIP в качестве прокси риск-премии использовались 5-летние CDS котировки, но после мая 2022 года ввиду санкций торговля кредитно-дефолтными свопами на российских эмитентов прекратилась, следовательно, данные котировок в последующие периоды отсутствуют. Для восстановления значений CDS использовались прогнозы модели линейной регрессии на главных компонентах (см. Приложение Р).

В качестве мировой реальной нейтральной ставки использовались средневзвешенные значения реальных нейтральных ставок основных торговых партнеров России: Еврозона, Азия и Америка. Для Еврозоны и Америки были взяты опубликованные на сайте Федерального резервного банка Нью-Йорка оценки HLW модели, для Азии использовалось приближение в виде отфильтрованных трендов реальной процентной ставки LPR 1Y в Китае. Значения весов для периода 2014-2022 для нейтральных ставок для 3 зон были получены через нормировку долей стран, используемых ЦБ РФ для расчета REER, а для 2023 и 2024 годов использовались нормированные доли суммы экспорта и импорта в общем товарообороте на основе данных ФТС. Графики нейтральных ставок разных стран и мировой ставки представлены на Рисунке Н.1. Как видно мировая («внешнеторговая») нейтральная ставка для России растёт как за счёт роста нейтральной ставки в Китае, так и в результате роста его доли в российском внешнеторговом обороте.

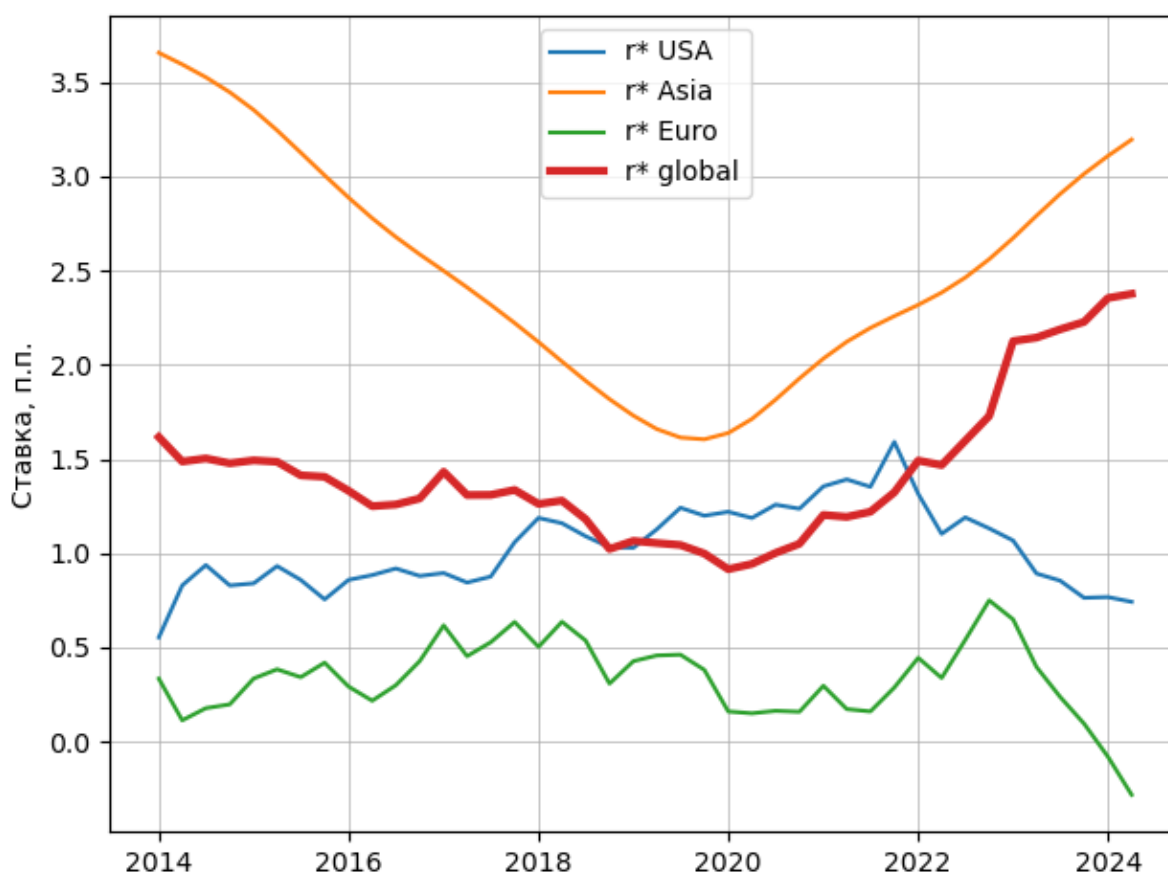


Рис. Н.1: Нейтральные ставки разных стран и мировая ставка.

В текущей постановке предполагается, что тренд REER равен нулю, поэтому внутренняя реальная нейтральная ставка может быть представлена в виде суммы мировой ставки и тренда риск-премии, полученного с помощью фильтрации Ходрика-Прескотта ($\lambda = 10.000.000$). Результаты оценки реальной нейтральной ставки для России представлены на Рисунке Н.2.

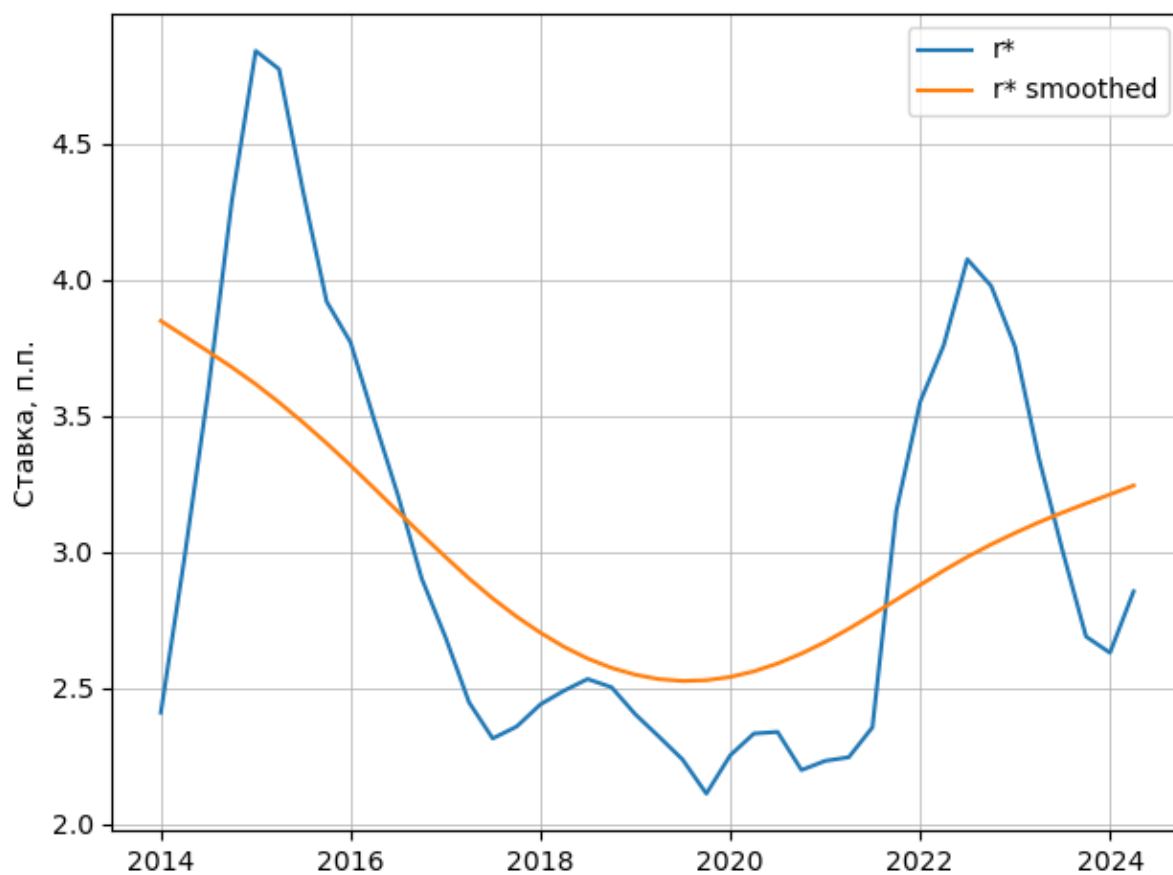


Рис. Н.2: Оценка нейтральной ставки для России с помощью UIP.

r^* на графике представляет собой фактическую динамику нейтральной ставки, а r^* smoothed – сглаженную фильтром Ходрика-Прескотта ($\lambda = 1600$). Стремительный рост нейтральной ставки после 2022 года в рамках концепции UIP может быть объяснен увеличением страновой риск-премии и ростом мировых нейтральных ставок (см. Рисунке Н.3).

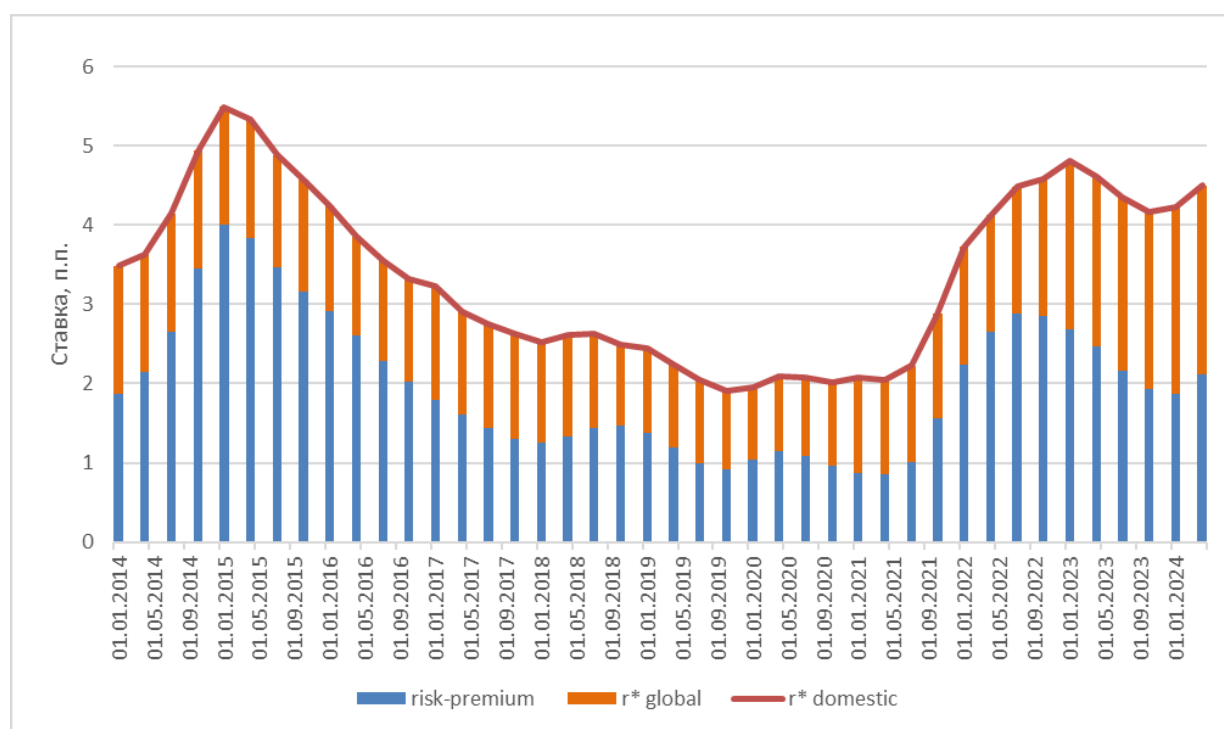


Рис. Н.3: Декомпозиция нейтральной ставки на компоненты риск-премии и мировой ставки.

I TVP-SV-BVAR на основе модели Любика-Мэтьюса

Данное приложение содержит результаты оценки долгосрочного равновесия из модели TVP-SV-BVAR в духе подхода *Lubik and Matthes (2015) Calculating The Natural Rate of Interest: A Comparison of Two Alternative Approaches* с некоторыми доработками для большей робастности результатов на российских данных.

Модель

$$y_t = X_t' A_t + A_t^{-1} \Sigma_t \varepsilon_t, \quad (\text{I.1})$$

$$X_t' = I_n \otimes [1, y_{t-1}, \dots, y_{t-k}], \quad (\text{I.2})$$

$$A_t = B_{t-1} + v_t, \quad (\text{I.3})$$

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1,t} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{I.4})$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \zeta_t, \quad (\text{I.5})$$

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{n,t} \end{bmatrix}, \quad (\text{I.6})$$

$$\log(\sigma_t) = \log \sigma_{t-1} + \eta_t, \quad (\text{I.7})$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = I_n, \quad (\text{I.8})$$

$$V = \text{Var} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \\ \zeta_t \\ \eta_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix}. \quad (\text{I.9})$$

Данные

- Темп роста ИПЦ, кв/кв с.к. (%), сезонная коррекция осуществлена с помощью X-13ARIMA-SEATS. Квартальные данные с 1к2002. Источник: Росстат.
- Ставка МІАСR, взвешенный по объемам (%). Квартальные данные с 1к2005. Источник: Банк России.
- ВВП кв/кв с.к. (%), сезонная коррекция осуществлена с помощью X-13ARIMA-SEATS. Квартальные данные с 1к2005. Источник: Росстат.
- Реальный эффективный обменный курс, REER кв/кв (%). Квартальные данные с 1к2005. Источник: Банк Международных расчётов.

Предварительно был создан временной ряд реальной ставки ex-ante, рассчитанный по формуле:

$$r_t^{ex-ante} = i_t - \mathbb{E}_{t-1}(\pi_t), \quad (\text{I.10})$$

где i_t – Ставка МІАСR (%), $\mathbb{E}_{t-1}(\pi_t)$ – ожидаемая в период $(t-1)$ инфляция в периоде (t) с.к.г. (%).

Ожидаемая инфляция определялась на основе построения прогноза на один период вперед с помощью моделей класса ARIMA, максимизирующих информационный критерий Аккаике. Модели строятся на расширяющемся окне с 1к2002.

Таким образом:

$$y_t = \begin{pmatrix} r_t \\ gdp_t \\ cpi_t \\ reer_t \end{pmatrix}. \quad (\text{I.11})$$

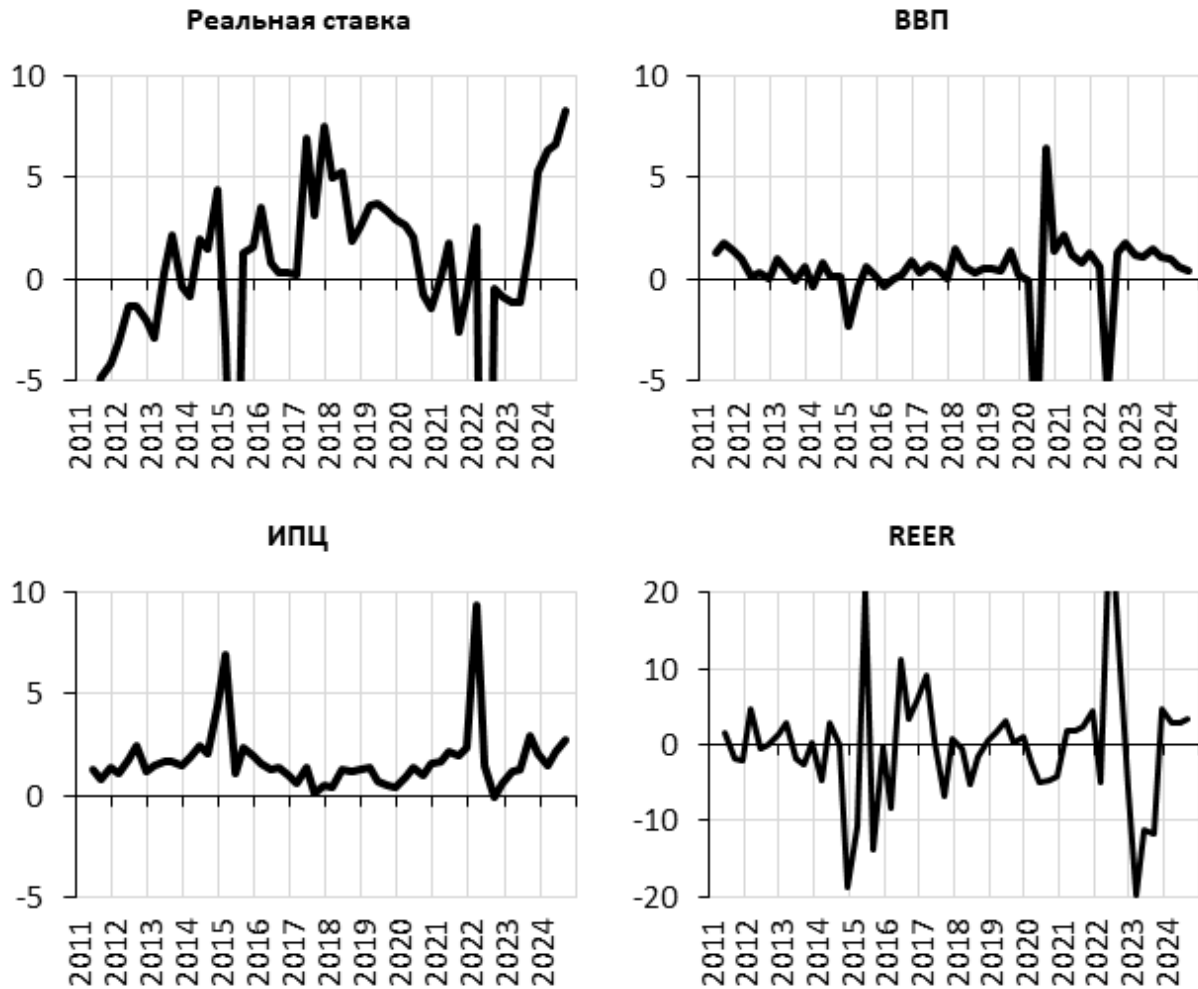


Рис. I.1: Исходные данные

Оценка

Оценка модели производится с исправленным алгоритмом оценивания моделей TVP-SV-VAR, представленным в работе Del Negro and Primiceri (2015).⁵⁹

Первые 6 лет выборки используются для калибровки априорных распределений параметров. На данной подвыборке строится векторная модель и извлекается оценка авторегрессионной матрицы и ковариационной матрицы ошибок.

Априорные распределения задаются аналогично методологии Primiceri (2005) с измененными гиперпараметрами для того, чтобы модель была устойчива к более существенным шокам, произошедшим на исследуемом горизонте в российской экономике.

$$B_0 \sim \mathcal{N}\left(\widehat{B_{OLS}}, k_B * \text{Var}\left(\widehat{B_{OLS}}\right)\right), \quad (\text{I.12})$$

$$A_0 \sim \mathcal{N}\left(\widehat{A_{OLS}}, k_A * \text{Var}\left(\widehat{A_{OLS}}\right)\right), \quad (\text{I.13})$$

$$\log(\sigma_0) \sim \mathcal{N}\left(\log(\widehat{\sigma_{OLS}}), k_\sigma * I_n\right), \quad (\text{I.14})$$

$$Q \sim \mathcal{IW}\left(k_Q^2 * 24 * \text{Var}\left(\widehat{B_{OLS}}\right), 24\right), \quad (\text{I.15})$$

$$W \sim \mathcal{IW}\left(k_W^2 * 5 * I_n, 5\right), \quad (\text{I.16})$$

⁵⁹<https://cran.r-project.org/web/packages/bvarsv/index.html>.

$$S_i \sim \mathcal{IW}\left(k_S^2 * (i+1) * \text{Var}\left(\widehat{A_{OLS}}\right), (i+1)\right). \quad (\text{I.17})$$

S – Блочная матрица, состоящая из блоков S_i .

Таблица I.1: Гиперпараметры априорных распределений

	k_B	k_A	k_σ	k_Q	k_W	k_S
Банк России (2025)	4	4	2	0.1	1	0.1
Primiceri (2005)	4	4	1	0.01	0.1	0.01

Параметры $k_B = k_A = 4$ использованы из исходной статьи без изменений. Гиперпараметр k_σ увеличен вдвое, а гиперпараметры k_Q , k_W и k_S в десять раз во избежание смещения параметров из-за масштабных экономических шоков.

Результаты

Оценки коэффициентов авторегрессии

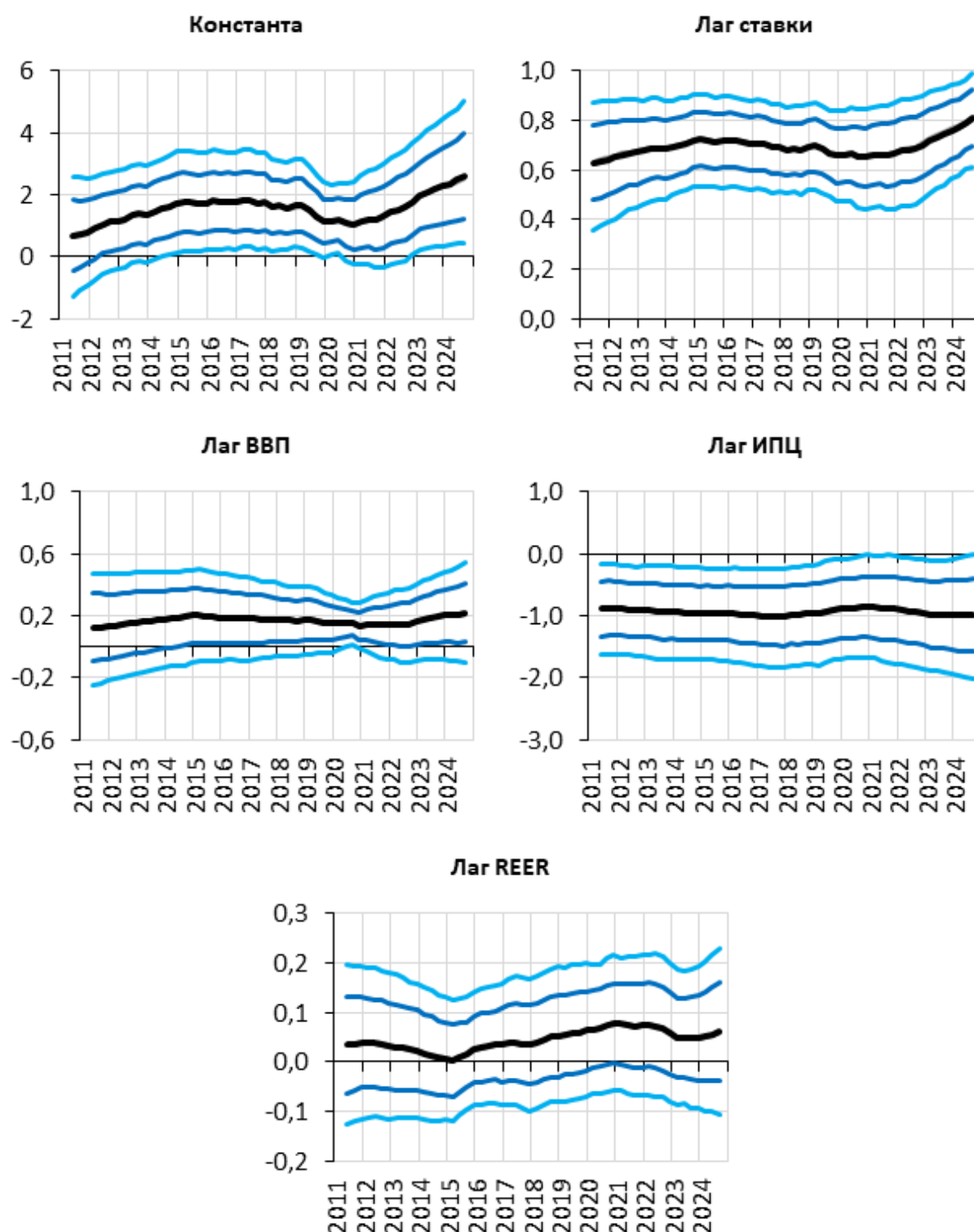


Рис. I.2: Уравнение реальной ставки

Примечания. Показаны средние значения оценок, а также 5–95% и 16–84% достоверные интервалы.

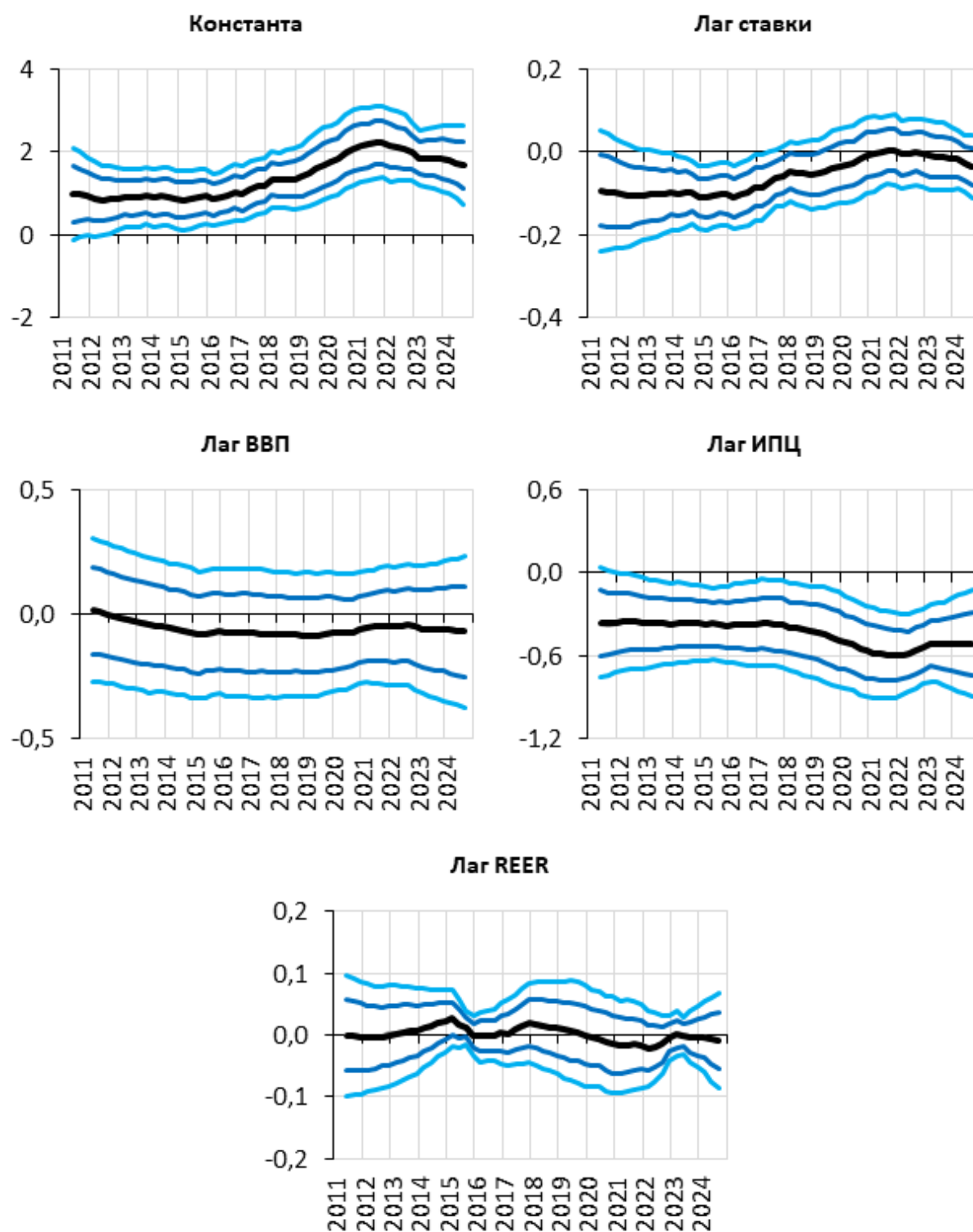


Рис. I.3: Уравнение ВВП

Примечания. Показаны средние значения оценок, а также 5–95% и 16–84% достоверные интервалы.

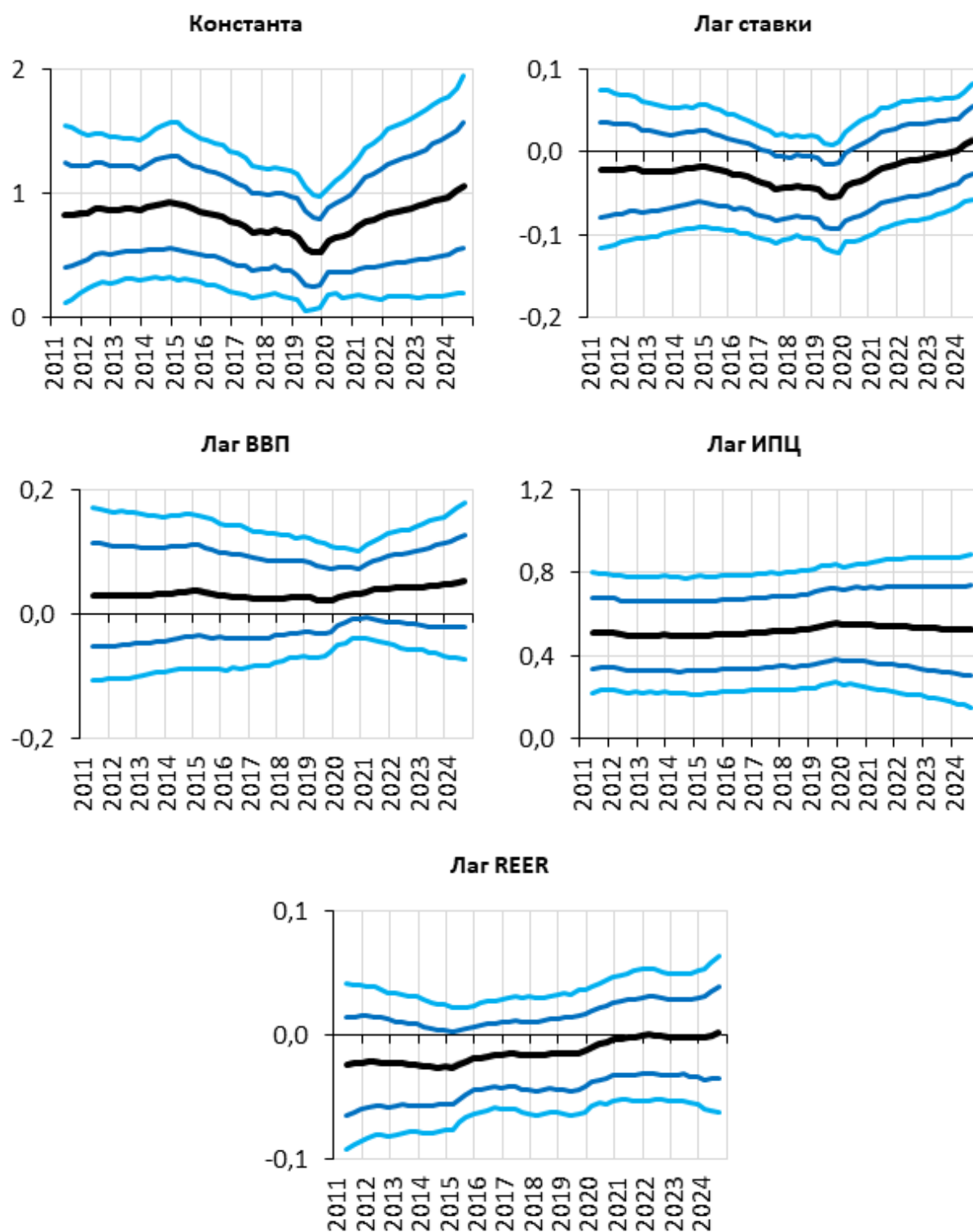


Рис. I.4: Уравнение ИПЦ

Примечания. Показаны средние значения оценок, а также 5–95% и 16–84% достоверные интервалы.

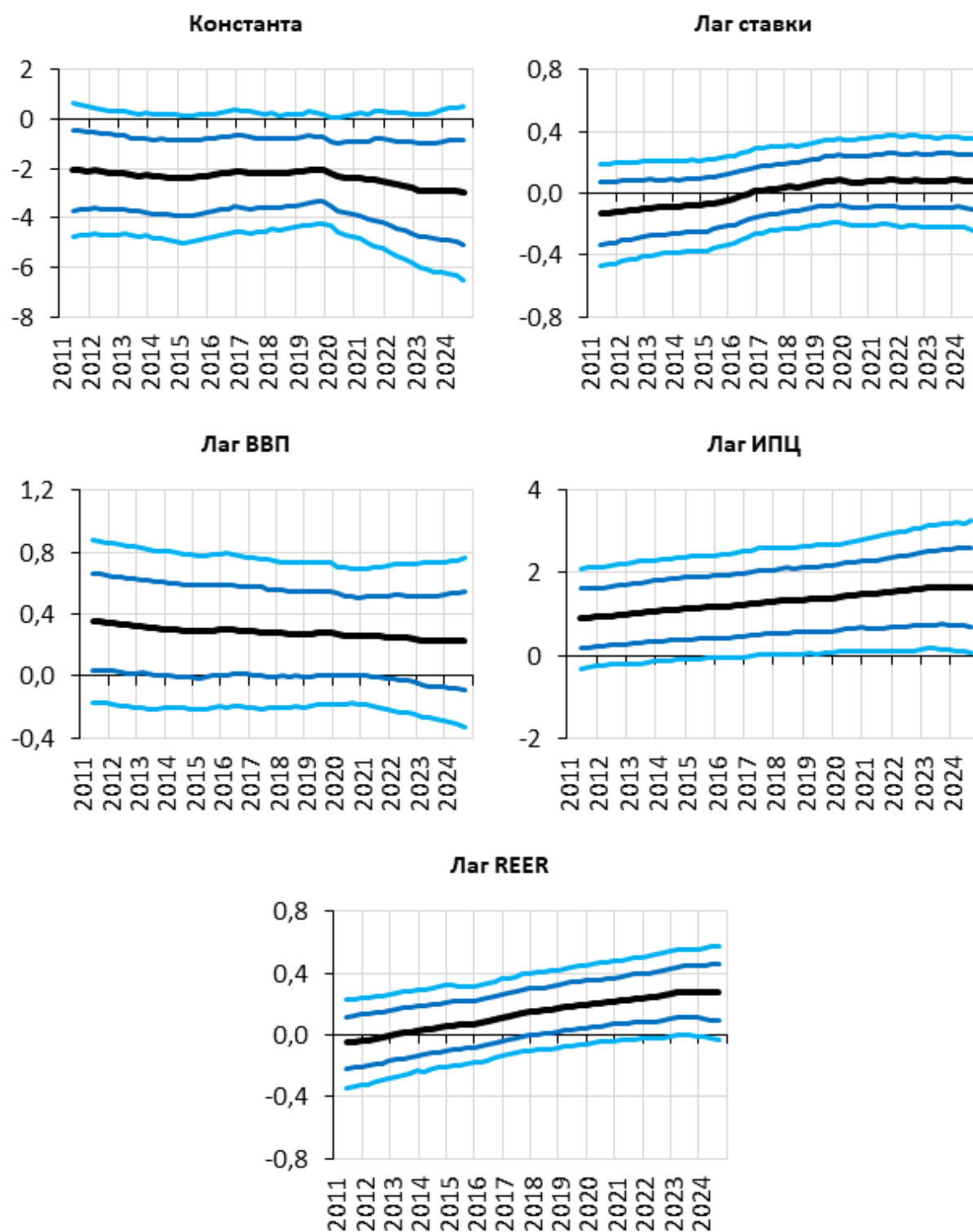


Рис. I.5: Уравнение REER

Примечания. Показаны средние значения оценок, а также 5–95% и 16–84% достоверные интервалы.

Односторонние оценки трендов:

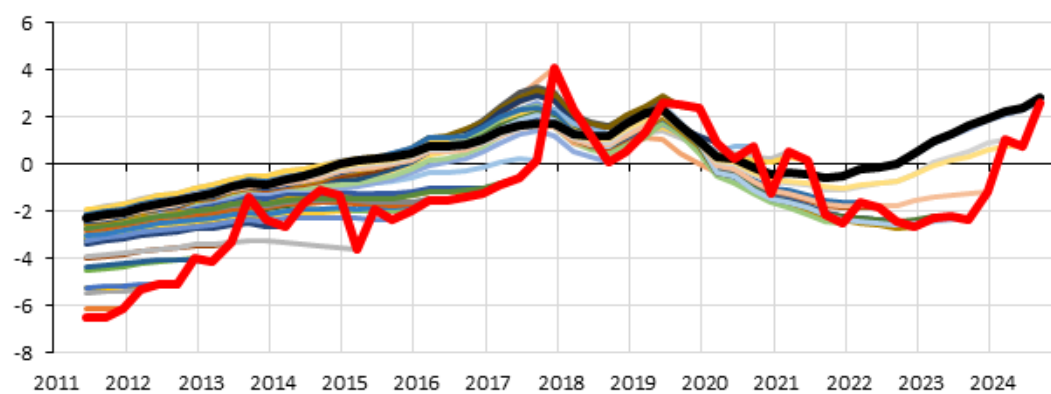


Рис. I.6: Реальная ставка

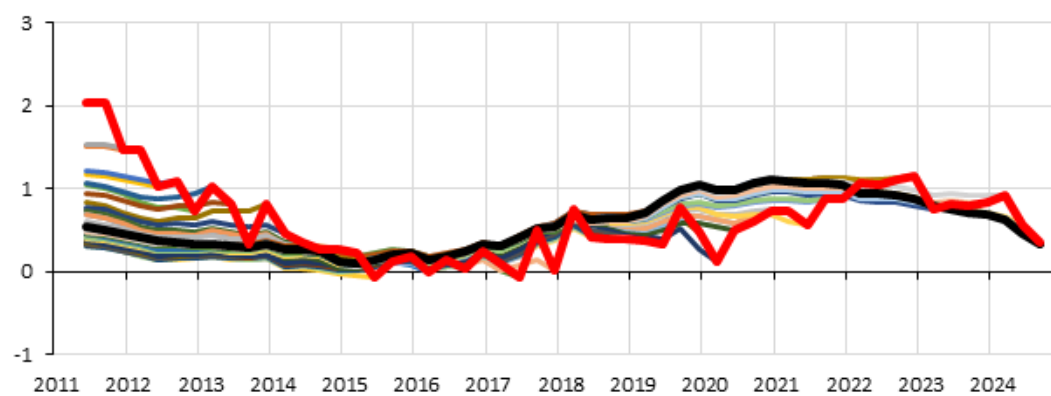


Рис. I.7: ВВП

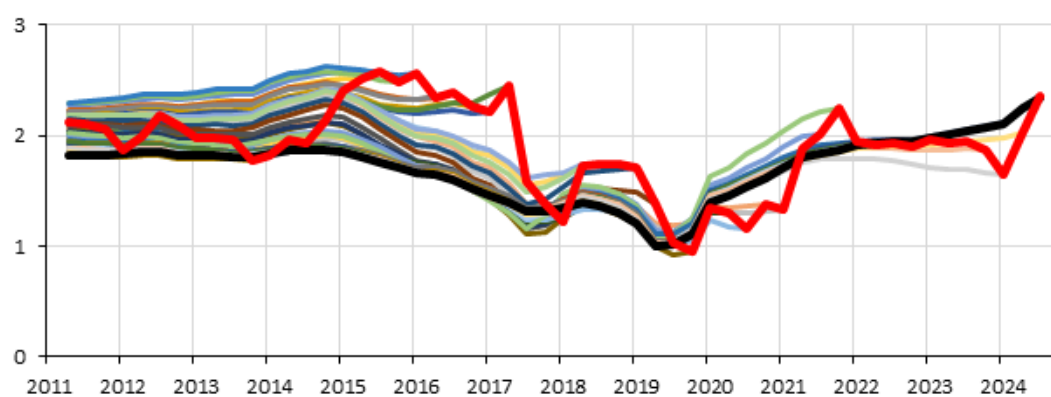


Рис. I.8: ИПЦ

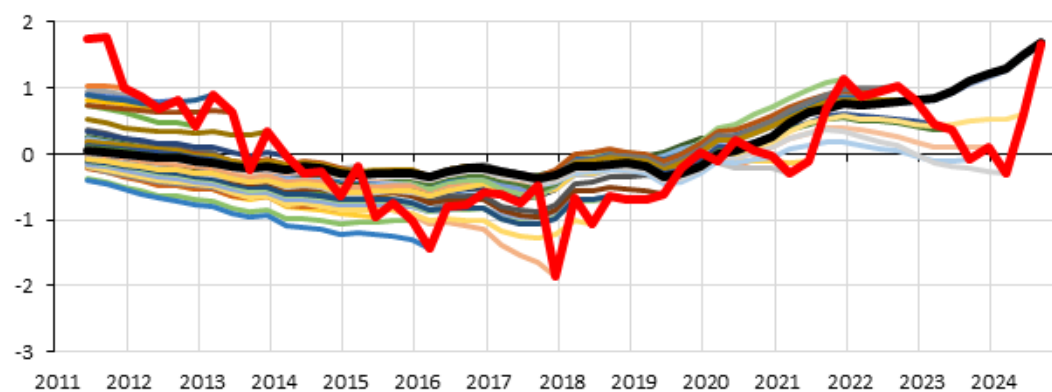


Рис. I.9: REER

Двусторонние оценки трендов:

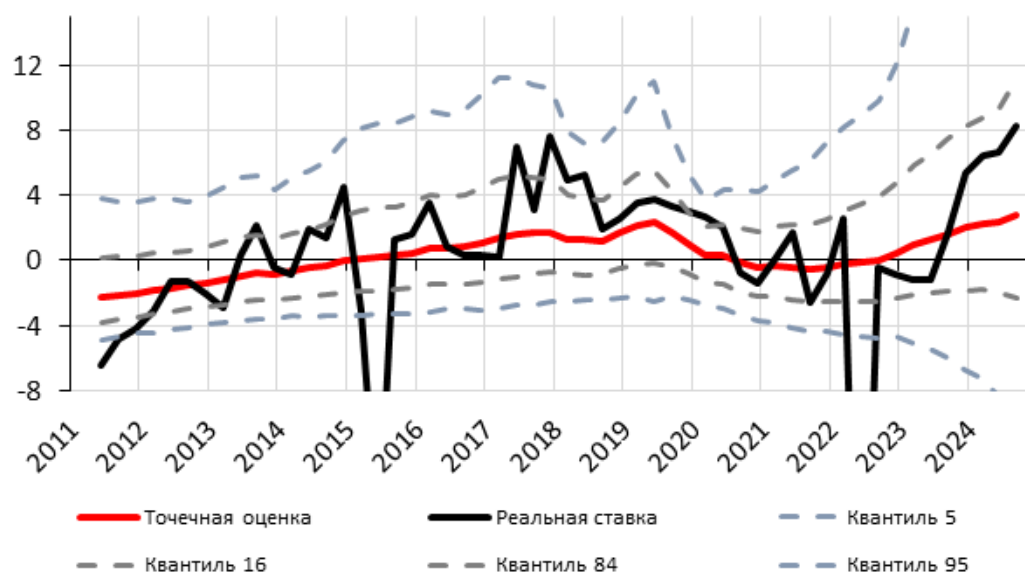


Рис. I.10: Реальная ставка

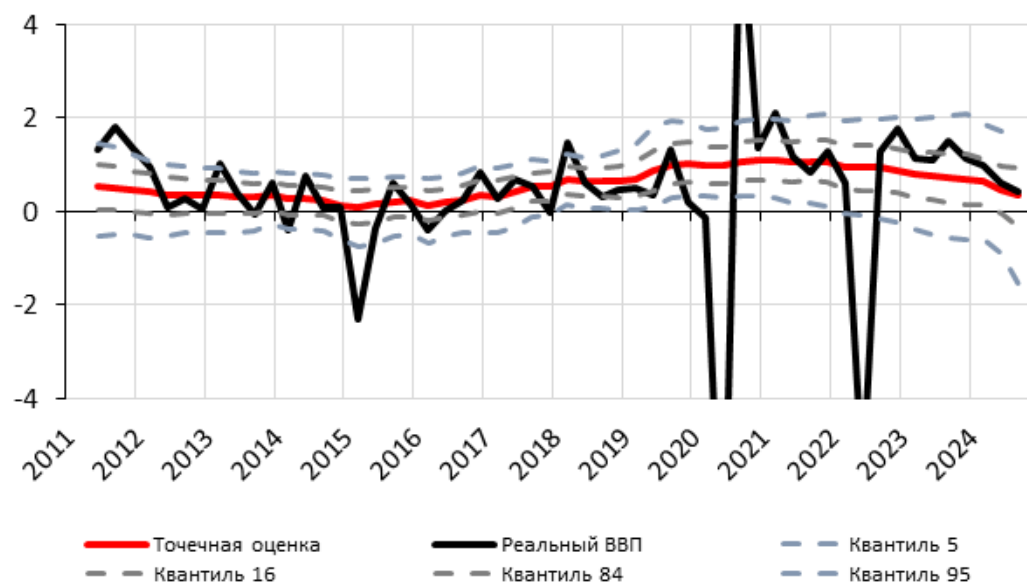


Рис. I.11: ВВП

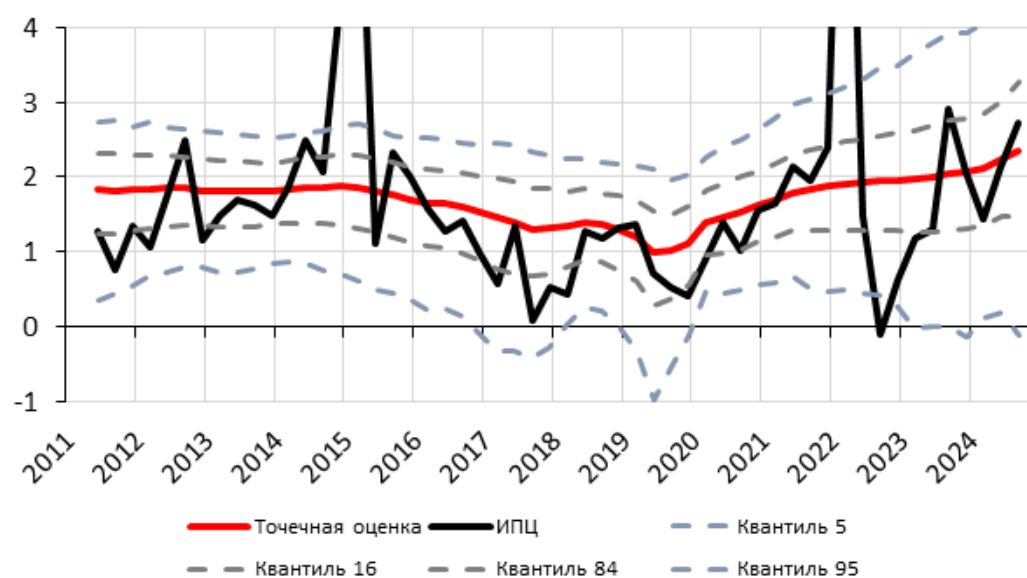


Рис. I.12: ИПЦ

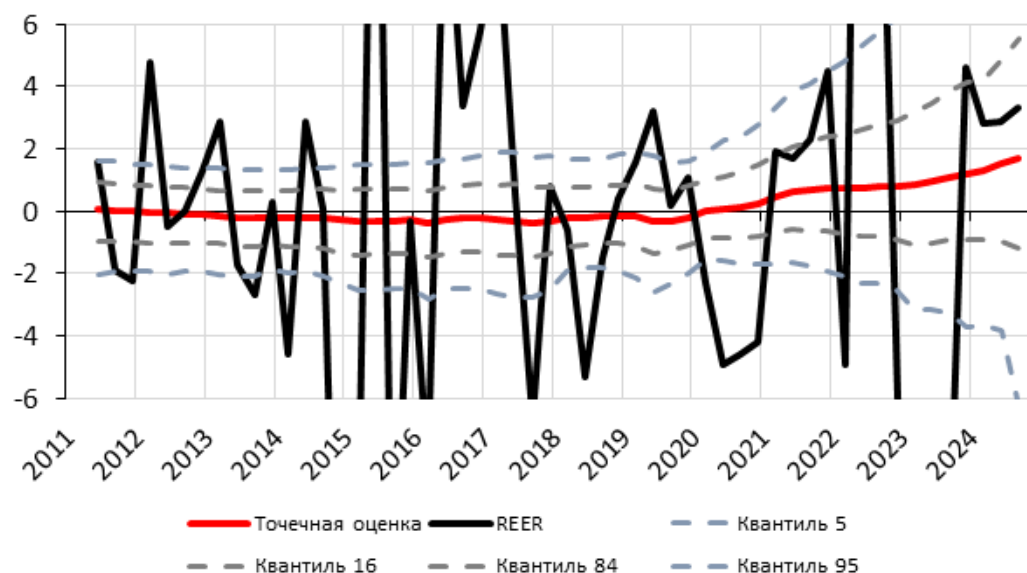


Рис. I.13: REER

Анализ результатов

На основе полученных оценок трендов можно сделать следующие выводы:

- **Реальная ставка.** Тренд реальной ставки снижается в период COVID-19 и начинает существенно расти со второй половины 2020 г. вместе с фактическими реальными ставками.
- **ВВП.** Тренд ВВП выходит на пиковые значения перед 2020 г. и начинает немного замедляться лишь с 2023 г., оставаясь при этом на относительно высоких уровнях.
- **ИПЦ.** Тренд инфляции (ИПЦ) сначала снижается до 2020 г. на фоне ужесточения монетарной и фискальной политик и достижения ценовой стабильности, а потом растёт – начиная с «пост-ковидного» периода и ускоряясь после начала внешнеполитической напряжённости – вслед за самой инфляцией.
- **REER.** Тренд реального эффективного обменного курса (REER) следует за российскими условиями торговли (англ. terms of trade) и начинает ослабевать вслед за введением – сначала секторальных, а затем масштабных – санкций на российский экспорт.

J VAR с общими стохастическими трендами Дель Негро и др.

В данном приложении представлены результаты оценки модели *Del Negro et al. (2017) Safety, Liquidity, and the Natural Rate of Interest* (DGGT) на российских данных. Использовался оригинальный код ⁶⁰ в MATLAB версии R2021b.

Модель

В работе используется VAR с общими стохастическими трендами. Базовая модель имеет вид:

$$y_t = \Lambda \bar{y}_t + \tilde{y}_t, \quad (\text{J.1})$$

где $y_t - n \times 1$ вектор наблюдаемых переменных; $\tilde{y}_t - n \times 1$ вектор стационарных компонент; $\bar{y}_t - q \times 1$ вектор трендов (тренды реальной ставки, инфляции и премии за срочность); $\Lambda(\lambda) - n \times q$ ($q \leq n$) матрица нагрузок, которая ограничена и зависит от свободных параметров λ . Ранг матрицы $\Lambda(\lambda)$ равен q – количеству трендов.

Модель может быть представлена в виде модели пространства состояний:

$$\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + e_t, \quad (\text{J.2})$$

$$\Phi(L)\tilde{y}_t = \varepsilon_t, \quad (\text{J.3})$$

$$\Phi(L) = I - \sum_{l=1}^P \Phi_l L^l, \quad (\text{J.4})$$

$\Phi(L) - n \times n$ матрица, $\begin{pmatrix} e_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0_q \\ 0_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_e & 0 \\ 0 & \Sigma_\varepsilon \end{pmatrix}\right)$ независимые нормально распределенные векторы шоков.

Данные

- Индекс потребительских цен, % к предшествующему году. Месячные данные за период с сентября 2011 по январь 2025. Источник данных: Банк России.
- Ожидаемая на год вперед инфляция, % годовых. Месячные данные за период с апреля 2011 по январь 2025, усредненные за 6 месяцев. Источник данных: ФОМ.
- Доходность ОФЗ на срок 3 месяца, % годовых. Месячные данные за период с сентября 2011 по январь 2025. Источник данных: ПАО «Московская биржа».
- ROISfix – индикативная ставка по операциям процентный своп на ставку RUONIA на срок 3 месяца, % годовых. Месячные данные за период с апреля 2011 по январь 2025, усредненные за 6 месяцев. Источник: Национальная финансовая ассоциация.
- Доходность ОФЗ на срок 20 лет, % годовых. Месячные данные за период с сентября 2011 по январь 2025. Источник данных: ПАО «Московская биржа».

Стоит отметить, что, в отличие от авторов, в данной работе ряды инфляционных ожиданий и ожиданий по ставке усреднялись за короткий промежуток времени, что связано, во-первых, с недостаточной длиной анализируемого периода. Во-вторых, в исследуемый период экономика России претерпела структурные изменения, которые могли оказать влияние на динамику целевых показателей. Включение в модель переменных, сглаженных за предшествующие полгода, ожидается, позволит учесть это.

⁶⁰<https://github.com/FRBNY-DSGE/rstarBrookings2017/blob/master/tvar/MainModel1.m>

Процедура оценивания

Период с сентября 2011 по декабрь 2014 использован для подбора априорных параметров и стартовых значений, а с 2015 по 2025 – для оценки модели.

Априорные распределения задаются аналогично методологии, представленной в оригинальной работе (Del Negro et al., 2017) с частично скорректированными параметрами для учета специфики экономических условий в России.

Для начальных значений:

$$\bar{y}_0 \sim N(\underline{y}_0, \underline{V}_0), \quad (\text{J.5})$$

$$\tilde{y}_{0:-p+1} \sim N(0, V(\Phi, \Sigma_\varepsilon)). \quad (\text{J.6})$$

Для коэффициентов $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_p)$:

$$p(\text{vec}(\Phi) | \Sigma_\varepsilon) = N(\text{vec}(\underline{\Phi}), \Sigma_\varepsilon \otimes \underline{\Omega}) I(\text{vec}(\Phi)), \quad (\text{J.7})$$

где $I(\text{vec}(\Phi))$ – индикаторная функция, которая равна 0, если некоторые из корней $\Phi(L)$ меньше единицы;

Для ковариационных матриц Σ_ε и Σ :

$$p(\Sigma_\varepsilon) = IW(k_\varepsilon, (k_\varepsilon + n + 1) \underline{\Sigma}_\varepsilon), \quad (\text{J.8})$$

$$p(\Sigma_e) = IW(k_e, (k_e + q + 1) \underline{\Sigma}_e), \quad (\text{J.9})$$

где IW – обратное распределение Уишарта с модой $\underline{\Sigma}$ и k степенями свободы. Из-за большей неопределённости и частых структурных сдвигах в экономике России, априорная неопределённость относительно стандартного отклонения трендовых компонент смягчено в десять раз, т.е. $\underline{\Sigma}_\varepsilon$ – диагональная матрица с элементами, равными $1/120$. Предположение о гиперпараметре k_e также смягчено вдвое, т.е. $k_e = 50$.

Аналогично оригинальной работе, априорное распределение для факторных нагрузок представляет собой смесь Бета, Гамма и Гауссова распределения. Параметры VAR-модели имеют априорное распределение Миннесоты. Количество лагов в VAR равно двум.

Априорные стартовые значения трендовых компонент: $\underline{y}_0 = (4, 4, 2)$ для инфляции, реальной ставки и премии за срочность соответственно. Априорные значения стандартных отклонений стационарных компонент: $V(\Phi, \Sigma_\varepsilon) = (1.3, 1.4, 1.2, 0.7, 0.8)$ рассчитаны по циклическим компонентам – полученным с помощью фильтра Ходрика-Прескотта на подвыборке инфляции – ожидаемой инфляции, доходности ОФЗ на срок 3 месяца, ROISFIX на срок 3 месяца и доходности ОФЗ на срок 20 лет соответственно.

На графиках (J.1)–(J.3) представлены априорные (оранжевая линия) и апостериорные (гистограмма) распределения волатильностей шоков трендовых компонент (Σ_e).

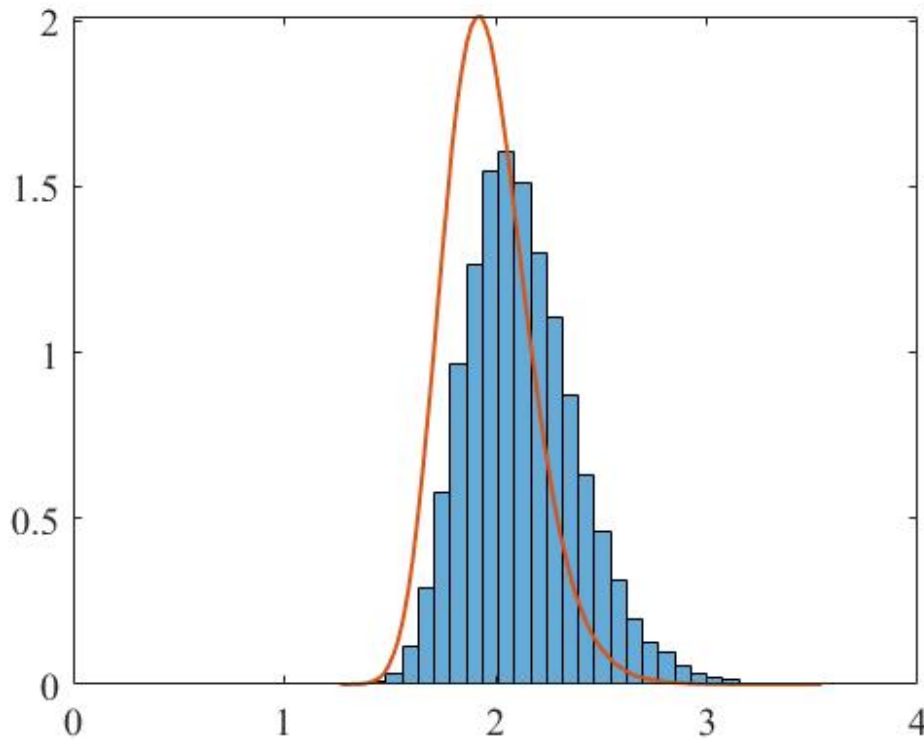


Рис. J.1: Реальная ставка

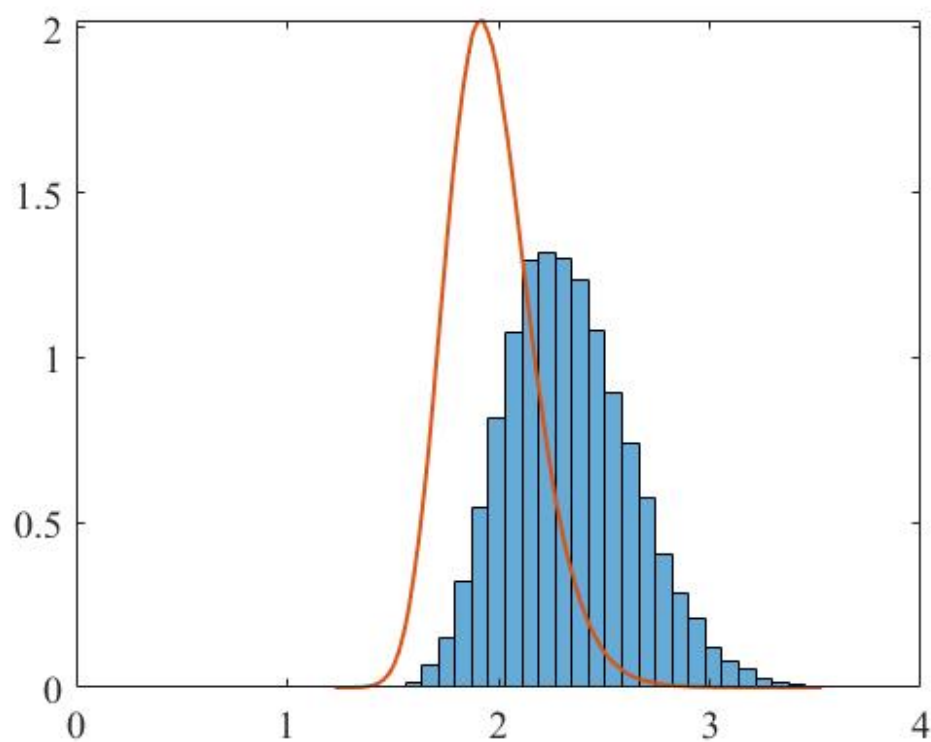


Рис. J.2: Инфляция

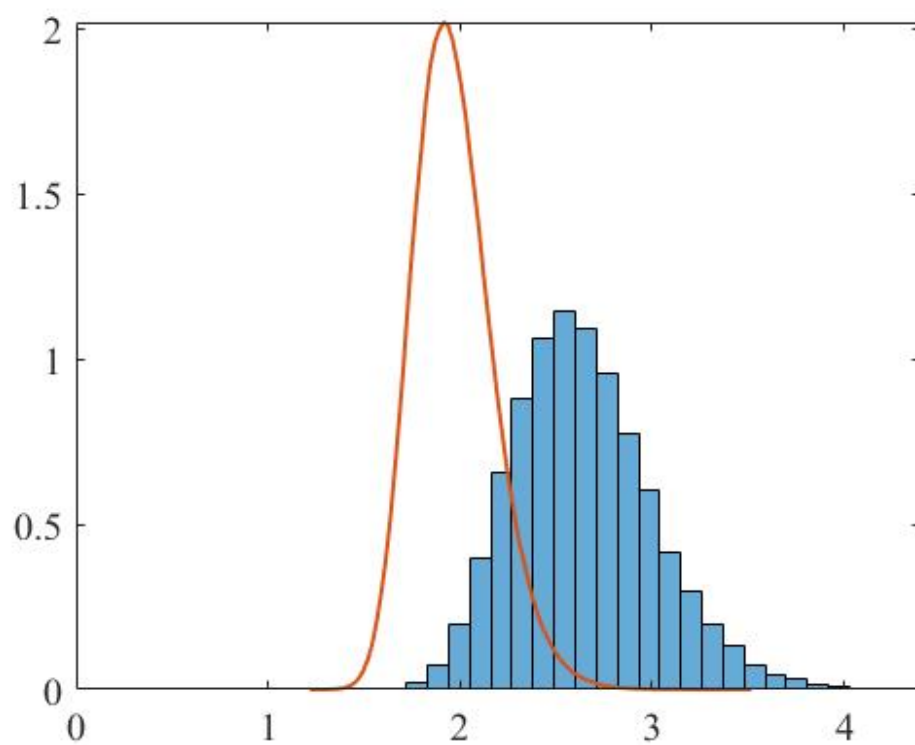


Рис. J.3: Премия за срочность

Результаты

На графиках (J.4)–(J.6) приведены медианные оценки трендовых компонент реальной процентной ставки, инфляции и премии за срочность, а также 68% и 95% доверительные интервалы.

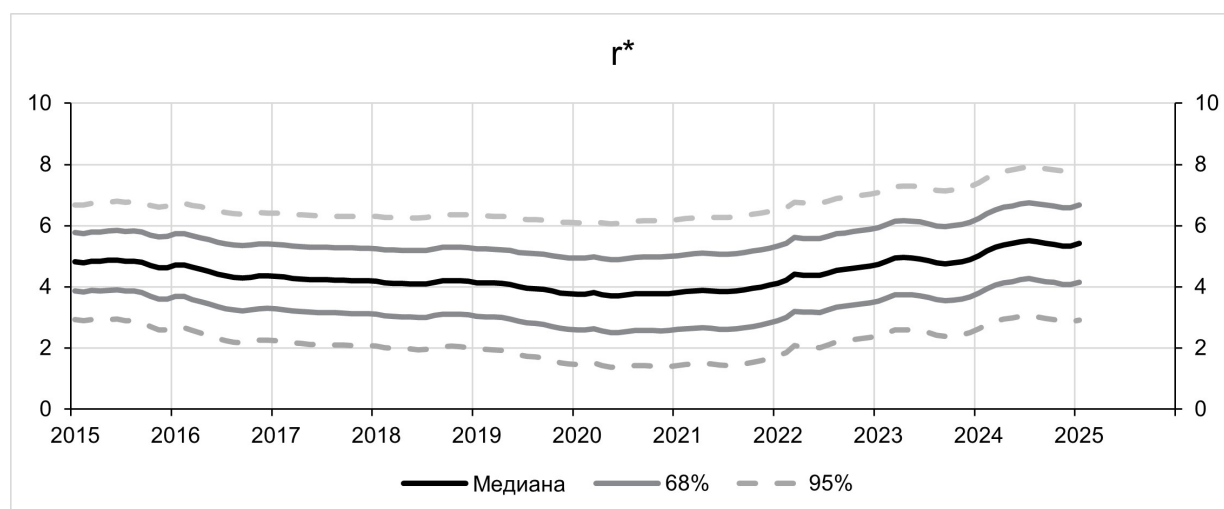


Рис. J.4: Реальная ставка

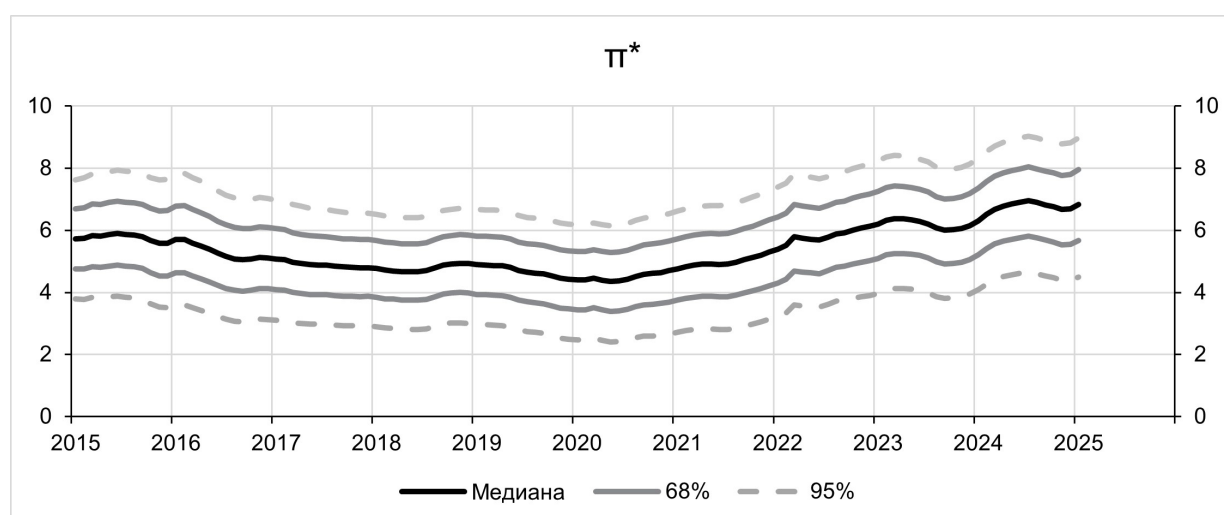


Рис. J.5: Инфляция

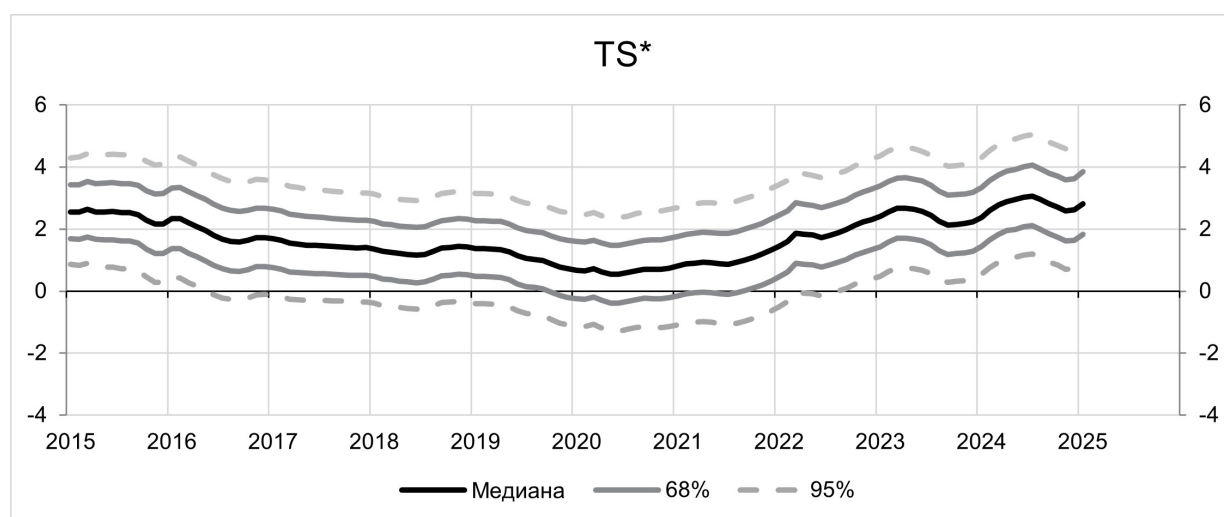


Рис. J.6: Премия за срочность

В целом, модель распределяет рост долгосрочных номинальных ставок последних лет примерно равными долями на все три фактора: рост трендовой (нейтральной) реальной ставки, трендовой компоненты инфляции и тренда премии за срочность.

К Подход Бланшара-Куа на основе SVAR

Математическая формулировка модели

Ключевым в оригинальной работе Blanchard and Quah (1989) и в последующих работах, оценивающих разрыв выпуска через структурные векторные авторегрессии, является представление разности переменных через модель скользящего среднего. Рассмотрим модель из двух переменных:

$$\Delta X_t = C(L)\varepsilon_t, \quad (\text{K.1})$$

$$\Delta X_t = [\Delta y_t, v_t], \quad (\text{K.2})$$

$$\varepsilon_t = [\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{d,t}], \quad (\text{K.3})$$

где ΔX_t – вектор экономических переменных: прирост логарифма выпуска (Δy_t) и дополнительной переменной (v_t), используемой для идентификации шока спроса; L – оператор лага; ε_t – вектор внешних, ненаблюдаемых структурных шоков; ε_s – шок предложения; ε_d – шок спроса.

Так как структурные шоки – это ненаблюдаемые переменные, то проводится их аппроксимация через оценку векторной авторегрессии без ограничений, которая может иметь следующее представление:

$$\Delta X_t = A(L)u_t, \quad (\text{K.4})$$

где u_t – вектор остатков приведенной формы.

Из уравнений (K.2) и (K.4) следует прямая связь между структурными шоками и остатками приведенной формы:

$$u_t = C_0\varepsilon_t. \quad (\text{K.5})$$

Долгосрочная репрезентация уравнения (K.1) выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \Delta y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_d \end{bmatrix}, \quad (\text{K.6})$$

где $C(L) = C_0 + C_1 + \dots$ – долгосрочный накопленный эффект ε на ΔX .

В соответствии с предположением об отсутствии влияния шоков спроса на выпуск в долгосрочной перспективе, C_{12} задается равным 0. Это ограничение делает матрицу $C(L)$ треугольной, и этот факт можно использовать для получения значения параметра C_0 .

Остатки VAR без ограничений и параметры матрицы $C(L)$ могут быть использованы для оценки структурных шоков. Изменения потенциального выпуска равны сумме шока предложения и трендовой компоненты выпуска:

$$\Delta y^p = \mu_y + C_{11}(L)\varepsilon_s. \quad (\text{K.7})$$

Соответственно, изменения выпуска, которые обусловлены спросом, равны разности между Δy и Δy^p .

Данные и методы оценки

В качестве выпуска берётся ВВП в постоянных ценах. В научной литературе в качестве переменных, при помощи которых будут идентифицироваться шоки спроса, используются разные показатели, в разных сочетаниях и любом порядке: безработица (и другие показатели рынка труда), данные по загрузке мощностей, инфляция, валютный курс, процентные ставки. Использование этих переменных для идентификации шока спроса основано на простой экономической логике – если ввп растет из-за спроса, то мы будем наблюдать снижение безработицы, ускорение инфляции и т.д. Тем не менее, авторы зачастую недостаточно обосновывают, почему именно этот конкретный набор переменных был использован дополнительно к приращениям ВВП.

К выбору набора переменных для оценки разрыва выпуска в России мы подошли, во-первых, с точки зрения доступности данных, во-вторых, с позиции экономической логики и отечественной экономической истории, а в-третьих, с точки зрения качества полученных оценок разрывов выпуска. В качестве критериев качества выступили: 1) устойчивость к количеству лагов в SVAR-модели; 2) устойчивость к изменению выборки; 2) способность полученных оценок разрывов объяснять динамику инфляции.

Итак, крайне желательно, чтобы модель содержала переменные, которые отражают рост выпуска, обусловленный ростом количества ресурсов и/или увеличением интенсивности их использования. В качестве первой переменной начиная с работы Blanchard and Quah (1989) используют уровень безработицы. При оценке коэффициентов SVAR-модели для России мы заменим уровень безработицы на более проциклический для российской

экономики показатель - отношение числа вакансий (потребность работодателей в работниках, заявленная в органы службы занятости населения) к числу безработных.

Оценивая разрыв выпуска для Новой Зеландии, Claus (2000) вместе с уровнем безработицы использует показатель загрузки производственных мощностей. Использование этих двух переменных в одной модели имеет смысл, так как в ответ на рост спроса фирма может как нанять новых сотрудников, так и просто увеличить загрузку имеющихся мощностей без привлечения дополнительных работников. Кроме того, мониторинг предприятий Банка России позволяет исследовать не только загрузку мощностей (далее – ЗМ), но и другие переменные, отражающие уровень спроса в экономике: индикатор бизнес-климата (далее – ИБК) и инвестиционная активность (далее – ИА). При этом не всегда данные переменные реагируют одинаково в ответ на спады в экономике: если во времена шоков 2008 и 2020 гг. снижались все три переменные, то во время шока 2022 г. заметно снизились только ИБК и ИА.

Инфляция может как дополнять набор переменных в SVAR-модели, так и заменять некоторые из них – Bersch and Sinclair (2011) использует данные по инфляции вместо безработицы из-за несовершенств статистики. Кроме того, многие авторы стремятся перейти от закрытой экономики к открытой, дополняя свои модели разными переменными, отражающими взаимодействие с внешним сектором, например, обменным курсом.

В данном исследовании мы оценили разрыв выпуска с использованием нескольких наборов переменных:

- ВВП и отношение вакансий к числу безработных (самая стандартная SVAR модель с выпуском и рынком труда);
- ВВП, первая главная компонента ЗМ, ИБК и ИА, отношение вакансий к числу безработных;
- ВВП, первая главная компонента ЗМ, ИБК и ИА, отношение вакансий к числу безработных, инфляция (в качестве показателя инфляции будет использован базовый индекс потребительских цен БИПЦ);
- ВВП, первая главная компонента ЗМ, ИБК и ИА, отношение вакансий к числу безработных, инфляция и реальный эффективный обменный курс рубля (далее – REER).

Каждый последующий набор переменных усложняется посредством включения дополнительных внутренних переменных и, в конечном итоге, мы приходим к открытой экономике с реальным эффективным валютным курсом. Оценка разрыва выпуска по каждому набору переменных будет проведена по указанным ранее критериям. При этом не следует ожидать, что рост числа переменных будет обязательно приводить к росту качества модели, так как новые переменные могут скорее мешать идентификации циклических колебаний деловой активности (в т.ч. увеличивая число параметров в модели) или не давать дополнительной информации к уже имеющимся переменным. При выборе числа главных компонент основным критерием является доля объяснённой дисперсии. В данном случае первая компонента объясняет 87% дисперсии исходных рядов (Рисунок К.1), чего вполне достаточно для наших задач.

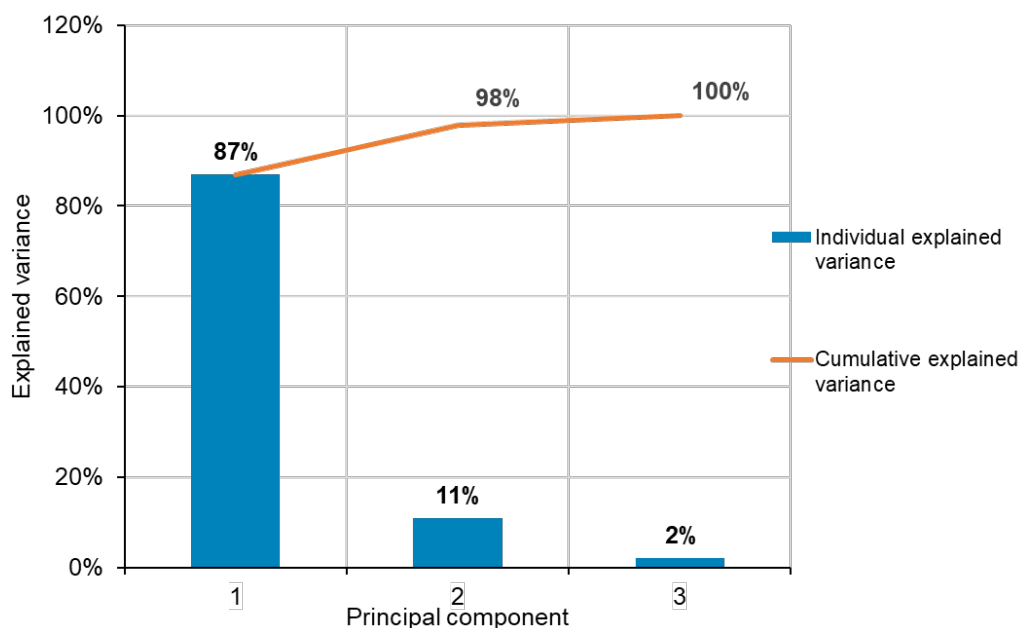


Рис. К.1: Доля объяснённой дисперсии ЗМ, ИБК и ИА главными компонентами.

Используемые переменные могут быть нестационарны в уровнях, а потому требуют предварительных манипуляций для приведения к стационарности. Логарифм ВВП во всех рассмотренных исследованиях приводится

к стационарности при помощи взятия первой разности. Что касается вспомогательных временных рядов, то могут встречаться разные варианты. Ряд авторов (Blanchard and Quah, 1989; Claus, 2000; Chen and Górnicka, 2020) для приведения к стационарности используют регрессию на детерминированный тренд от времени. В других исследованиях (Cerra and Saxena, 2000) вспомогательные переменные, как и ВВП, приводятся к стационарности через взятие первой разности. В данном исследовании мы сравним два основных способа приведения вспомогательных переменных к стационарности, используемых в соответствующей литературе:

- Через регрессию к индексу времени (с константой);
- Через взятие первой разности.

С учётом разного набора переменных и способов приведения к стационарности, всего будет рассмотрено 8 разных SVAR-моделей для оценки разрыва выпуска.

Источником данных по ВВП, заявленной потребности в работниках и числу безработных выступил Росстат. Данные по индексу реального эффективного валютного курса, а также сезонно-сглаженные данные мониторинга предприятий и БИПЦ взяты с сайта Банка России. Для устранения сезонности применялась процедура X-13ARIMA-SEATS. Перед устранением сезонности, переменные в уровнях, X_t , которые принимают только положительные значения (ВВП, ЗМ, REER), преобразуются в $100\ln(X_t)$. Коэффициенты SVAR-модели, C_{ij} , оцениваются методом максимального правдоподобия (maximum likelihood via Newton-Raphson), использовались данные за период 2004Q1 – 2024Q3.

Оценки разрыва выпуска

Рассмотрим полученные оценки разрывов выпуска, представленные на Рисунке К.2.

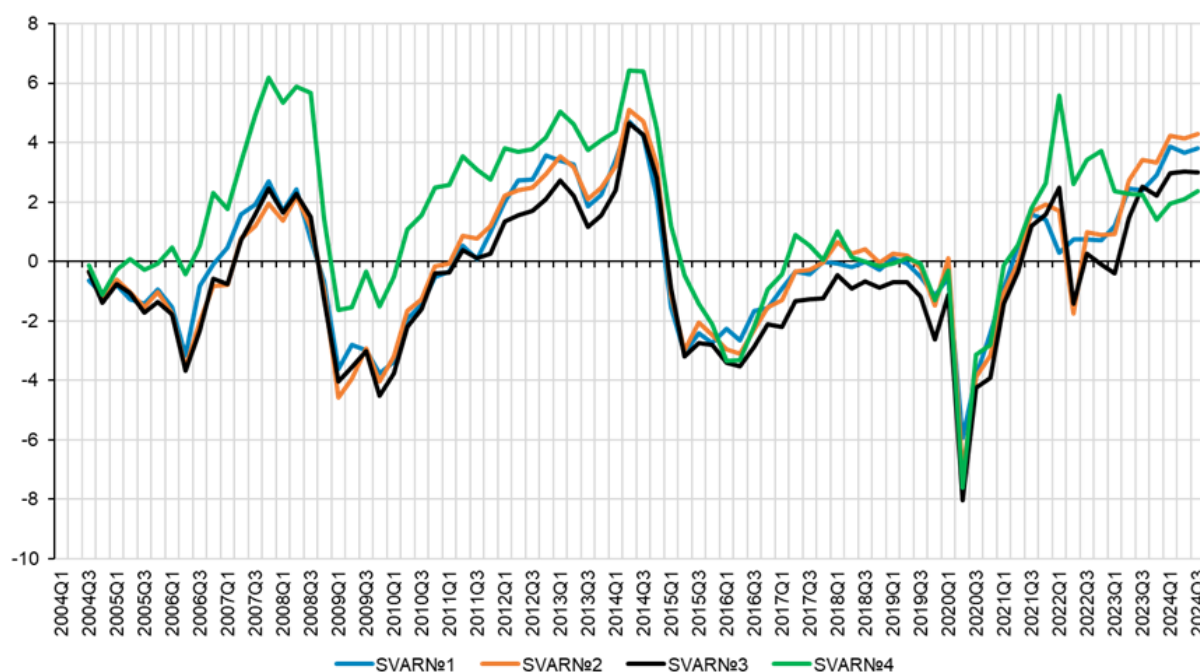


Рис. К.2: Динамика разрывов выпуска.

Все используемые SVAR-модели уловили кризисы, сопровождавшиеся особо сильным снижением ВВП (2008–2009 гг., 2015–2016 гг., 2020Q2). SVAR-модели, в которых есть данные мониторинга (№2–№4) единогласно показывают снижение разрыва выпуска в 2022Q1. Однако заметные различия в оценках наблюдаются при использовании SVARN#4: разрыв выпуска выше в 2004Q3–2015Q2., а также 2021Q4–2023Q1.

Результаты исследования оценок на устойчивость к количеству лагов в SVAR модели представлены в таблице К.1.

Таблица К.1: Коэффициенты корреляции оценок разрывов выпуска по SVAR-моделям с разным числом лагов

№ SVAR	Набор переменных	Количество лагов в базовой SVAR	Коэффициент корреляции разрывов выпуска базовой SVAR и SVAR с 8 лагами
1	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	0,937
2	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	0,894
3	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,829
4	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	0,714

Наиболее устойчивой к увеличению лагов оказалась самая простая SVAR^{№1}, которая включает в себя ВВП и показатель рынка труда. Достаточно высокий коэффициент корреляции показывает SVAR^{№2}. Расширение набора переменных последовательно снижает устойчивость к увеличению лагов.

Результаты проверки на устойчивость к смене выборки представлены в Таблице К.2.

Таблица К.2: Коэффициенты корреляции оценок разрывов выпуска по SVAR-моделям на разных подвыборках.

№ SVAR	Набор переменных	Количество лагов в базовой SVAR	Корреляция разрывов выпуска на полной выборке и на подвыборке 2004Q1 – 2018Q4	Корреляция разрывов выпуска на полной выборке и на подвыборке 2011Q1 – 2024Q3
1	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	0,973	0,987
2	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	0,903	0,945
3	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,899	0,910
4	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	0,939	0,701

Оценки разрывов оказались крайне устойчивы к удалению данных справа: коэффициенты корреляции оценок на полной выборке и на подвыборке с 2004Q1 по 2018Q4 не опускаются ниже 0,89 для всех SVAR-моделей. Однако к удалению данных слева оказывается неустойчива SVAR№4: коэффициент корреляции оценок на полной выборке и на подвыборке с 2011Q1 по 2024Q4 резко снижается до 0,7. Можно предположить, что это связано с переходом к плавающему валютному курсу, который породил структурные сдвиги связи между валютным курсом и остальными переменными модели ⁶¹.

Для проверки объясняющей способности методом максимального правдоподобия оценим коэффициент перед деловой активностью в следующем уравнении регрессии

$$bcpi_t = c + \beta^{ar} bcpi_{t-1} + \beta^{reer} reer_{t-1} + \beta^{gdp-gap} gdp_gap_{t-1} + \beta^{d1} D2015q1 + \beta^{d2} D2022q1 \quad (K.8)$$

где $bcpi_t$ – БИПЦ; $reer_{t-1}$ – логарифм реального эффективного валютного курса с лагом в 1 квартал; gdp_gap_{t-1} – разрыв выпуска с лагом 1 квартал; $D2015q1$ – дамми-переменная, которая принимает значение 1 в 2015Q1 и 0 в другие периоды; $D2022q1$ – дамми переменная, которая принимает значение 1 в 2022Q1 и 0 в другие периоды.

Результаты регрессии уравнения К.8 представлены в таблице К.3.

⁶¹Бабакин (2022) исследует влияние курса рубля на выпуск и приходит к выводу о том, что совокупный выпуск России значимо реагирует на изменение курса только с 2015 года.

Таблица К.3: Связь разрыва выпуска и инфляции для базовых версий моделей

№ SVAR	Переменные в модели	Количество лагов в базовой SVAR	β^{gdp_gap} (p-value)
1	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	0,158** (0,0145)
2	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	0,152*** (0,0008)
3	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,154*** (0,0004)
4	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	0,16*** (0,0000)

Примечания. * – $p < 0,1$, ** – $p < 0,05$, *** – $p < 0,01$.

Коэффициент перед разрывом выпуска оказался значим для всех полученных оценок.

В целом наблюдается необходимость поиска компромисса: с одной стороны, расширение набора переменных способствует росту объясняющей способности полученного разрыва выпуска (см. Таблицу К.3), с другой стороны, с каждой новой переменной снижается устойчивость полученных оценок (см. Таблицы К.1 и К.2). По нашему мнению, наиболее выигрышно смотрится разрыв выпуска, оцененный моделью SVAR№2. Коэффициент регрессии перед этой оценкой значим на уровне 1%, как и для SVAR №3–№4. Однако, в отличие от №3–№4, оценка по SVAR№2 не столь значительно уступает SVAR№1 в устойчивости к количеству лагов и смене выборки.

Дополнительный тест на робастность – взятие первых разностей для стационаризации

В этом разделе сменим способ приведения к стационарности и проверим робастность полученных результатов к нему. Вместо регрессии ко времени будем использовать взятие первой разности. Результаты представлены на Рисунке К.3.

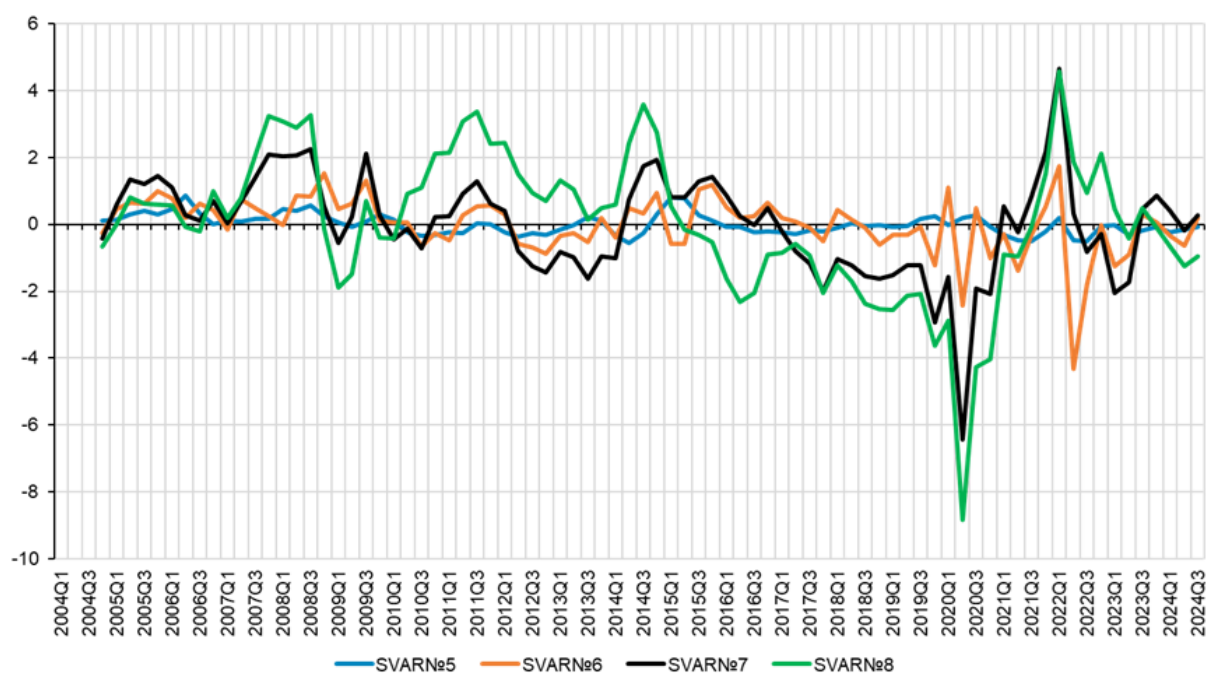


Рис. К.3: Динамика разрывов выпуска

Смена способа приведения нестационарных данных к стационарности радикально поменяла оценки разрыва выпуска.

Результаты проверки на устойчивость к количеству лагов в SVAR-модели представлены в таблице К.4.

Таблица К.4: Коэффициенты корреляции оценок разрывов выпуска по SVAR-моделям с разным числом лагов

№ SVAR	Набор переменных	Количество лагов в базовой SVAR	Коэффициент корреляции разрывов выпуска базовой SVAR и SVAR с 8 лагами
5	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	-0,07
6	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	0,392
7	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,299
8	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	0,67

Представленные в таблице К.4 коэффициенты корреляции ярко демонстрируют, что, когда вспомогательные переменные приводятся к стационарности первой разностью, оценки разрыва выпуска становятся крайне

неустойчивыми к смене количества лагов. Особенно выделяется SVAR№5 – оценки разрывов моделей с 2 и 8 лагами имеют отрицательную корреляцию.

Результаты проверки на устойчивость к смене выборки представлены в таблице К.5.

Таблица К.5: Коэффициенты корреляции оценок разрывов выпуска по SVAR-моделям на разных подвыборках

№ SVAR	Набор переменных	Количество лагов в базовой SVAR	Корреляция разрывов выпуска полной выборке и на подвыборке 2004Q1 – 2018Q4	Корреляция разрывов выпуска полной выборке и на подвыборке 2011Q1 – 2024Q3
5	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	0,973	0,748
6	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	0,345	0,809
7	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,319	0,828
8	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	-0,097	0,649

В отличие от SVAR№1-№4, модели №5-№8 показывают низкую устойчивость к смене выборки.

Далее проверим оценки разрывов на способность объяснять динамику инфляции. Результаты регрессии уравнения К.8 представлены в таблице К.6.

Таблица К.6: Связь разрыва выпуска и инфляции для базовых версий моделей

№ SVAR	Переменные в модели	Количество лагов в базовой SVAR	β^{gdp_gap} (p-value)
5	темп роста ввп, вакансии/безработные	2	0,09 (0,799)
6	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные	2	-0,0002 (0,998)
7	темп роста ввп, главная компонента данных мониторинга предприятий, вакансии/безработные, инфляция	2	0,109 (0,1611)
8	темп роста ввп, вакансии/безработные, главная компонента данных мониторинга предприятий, инфляция, валютный курс	2	0,1008* (0,0591)

Примечания. * – $p < 0,1$, ** – $p < 0,05$, *** – $p < 0,01$.

Только SVAR№8 позволяет получить значимую на уровне 10% оценку разрыва выпуска. Оценки по остальным моделям не показывают значимой связи с инфляцией.

Лучшая SVAR-модель

Исходя из вышеизложенного, лучшей является SVAR№2, которая включает темп роста ввп, главную компоненту данных мониторинга предприятий, а также коэффициент вакансии/безработные. При этом вспомогательные переменные должны быть приведены к стационарности при помощи регрессии к индексу времени.

L Модели ненаблюдаемых компонент

Данное приложение содержит результаты оценки моделей ненаблюдаемых компонент (UCM) из работы *Grant and Chan (2017) A Bayesian model comparison for trend-cycle decompositions of output.*⁶²

Математическая формулировка модели

Общий вид UCM

Пусть y_t – 100 логарифмов реального ВВП. Тогда y_t можно разложить следующим образом:

$$y_t = \tau_t + c_t \quad (\text{L.1})$$

где τ_t – тренд; c_t – стационарная циклическая компонента.

Нестационарный тренд τ_t моделируется как случайное блуждание с дрейфом, циклическая компонента c_t моделируется как стационарный процесс AR(p) с нулевым средним значением:

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \mu_t + u_t^\tau \quad (\text{L.2})$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \zeta_t \quad (\text{L.3})$$

$$c_t = \varphi_1 c_{t-1} + \dots + \varphi_p c_{t-p} + u_t^c \quad (\text{L.4})$$

где μ_t – дрейф, который можно интерпретировать как темп роста тренда выпуска.

Шоки u_t^c и u_t^τ нормально распределены:

$$\begin{pmatrix} u_t^c \\ u_t^\tau \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_c^2 & \rho \sigma_c \sigma_\tau \\ \rho \sigma_c \sigma_\tau & \sigma_\tau^2 \end{pmatrix} \right)$$

Вариации UCM

DT – модель с детерминированным трендом

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \mu. \quad (\text{L.5})$$

UC0 – ненаблюдаемые компоненты с некоррелированными остатками

$$\rho = 0. \quad (\text{L.6})$$

UCUR – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками

$$0 < \rho < 1. \quad (\text{L.7})$$

DTT0 – детерминированный тренд с точкой перелома в t_0 (t_0 – 3кв2008)

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \mu_1 1(t < t_0) + \mu_2 1(t \geq t_0). \quad (\text{L.8})$$

UCURT0 – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками и точкой перелома в t_0 (t_0 – 3кв2008)

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \mu_1 1(t < t_0) + \mu_2 1(t \geq t_0) + u_t^\tau. \quad (\text{L.9})$$

UCURT0T1 – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точками перелома в t_0 и t_1 (t_0 – 3кв2008, t_1 – 1кв2021).

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \mu_1 1(t < t_0) + \mu_2 1(t \geq t_0) + \mu_3 1(t \geq t_1) + u_t^\tau. \quad (\text{L.10})$$

UCURT0_UNEMP – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точкой перелома в t_0 и включением безработицы (t_0 – 3кв2008).

UCURT0_CPI – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точкой перелома в t_0 и включением инфляции (t_0 – 3кв2008).

⁶²Использовался оригинальный код https://joshuachan.org/code/code_output_gap.html в MATLAB R2021a.

Описание данных

Для оценки потенциального выпуска используется 3 наблюдаемые переменные (Таблица L.1).

Таблица L.1: Описание данных

Показатель	Источник	Период	Ед. измерения	Предобработка
ВВП РФ	Росстат	1 кв 2003 -3 кв 2024	млрд руб. в ценах 2021 г.	SA, 100 ln
Инфляция	Росстат	1 кв 2003 -3 кв 2024	% прироста г/г	–
Безработица	Росстат	2 кв 2003 -3 кв 2024	%	SA

Примечания. Сезонная корректировка X-13ARIMA-SEATS.

Результаты оценки

Таблица L.2: Оценки логарифма функции предельного правдоподобия

	DT	UC0	UCUR	DTT0	UCURT0	UCURT0T1	UCURT0 UNEMP	UCURT0 CPI
ln(ML) (std.)	-4201.7 (0.39)	-297.7 (0.05)	-297.7 (0.13)	-310.9 (0.21)	-299.3 (0.15)	-301.7 (0.13)	-413.0 (1.2)	-421.2 (1.61)

DT – модель с детерминированным трендом

Таблица L.3: Результаты оценки параметров (DT)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ	0.12	0.04
φ_1	0.74	0.06
φ_2	-0.26	0.06
σ_c^2	2.78	0.02

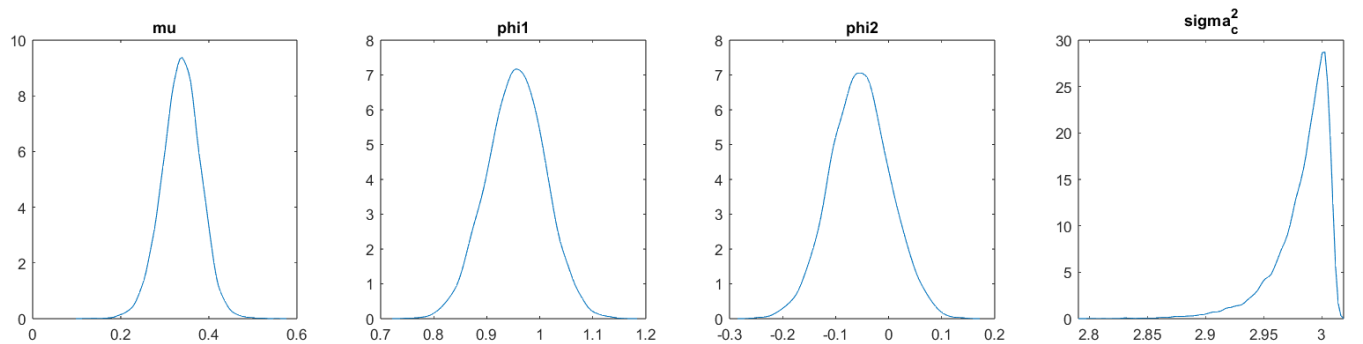


Рис. L.1: Апостериорное распределение оценок параметров (DT)

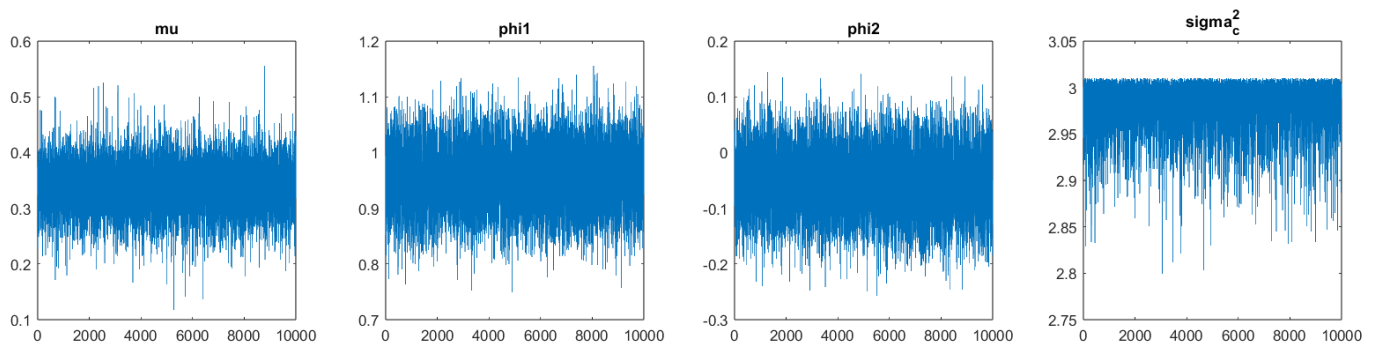


Рис. L.2: Trace plots (DT)

UC0 – ненаблюдаемые компоненты с некоррелированными остатками

Таблица L.4: Результаты оценки параметров (UC0)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ	-0.08	0.16
φ_1	1.10	0.19
φ_2	-0.46	0.18
σ_c^2	0.15	0.90
σ_τ^2	0.02	0.60

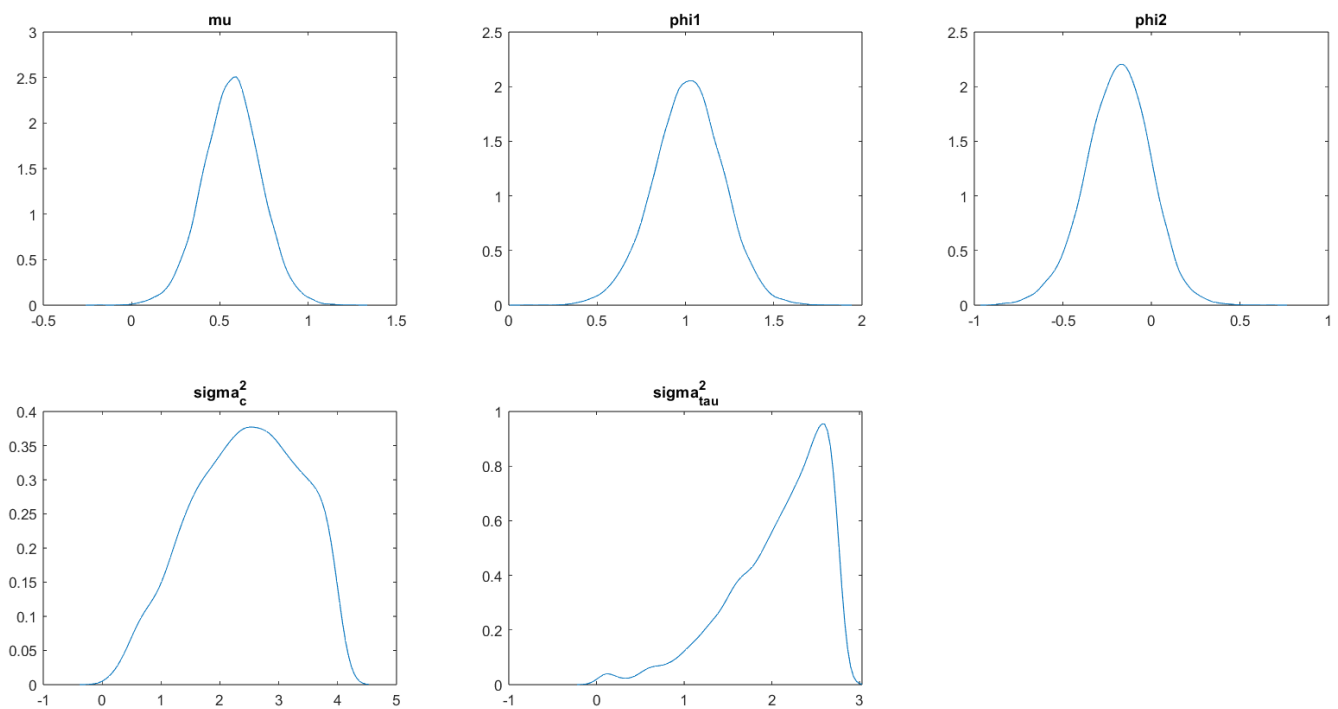


Рис. L.3: Апостериорное распределение оценок параметров (UC0)

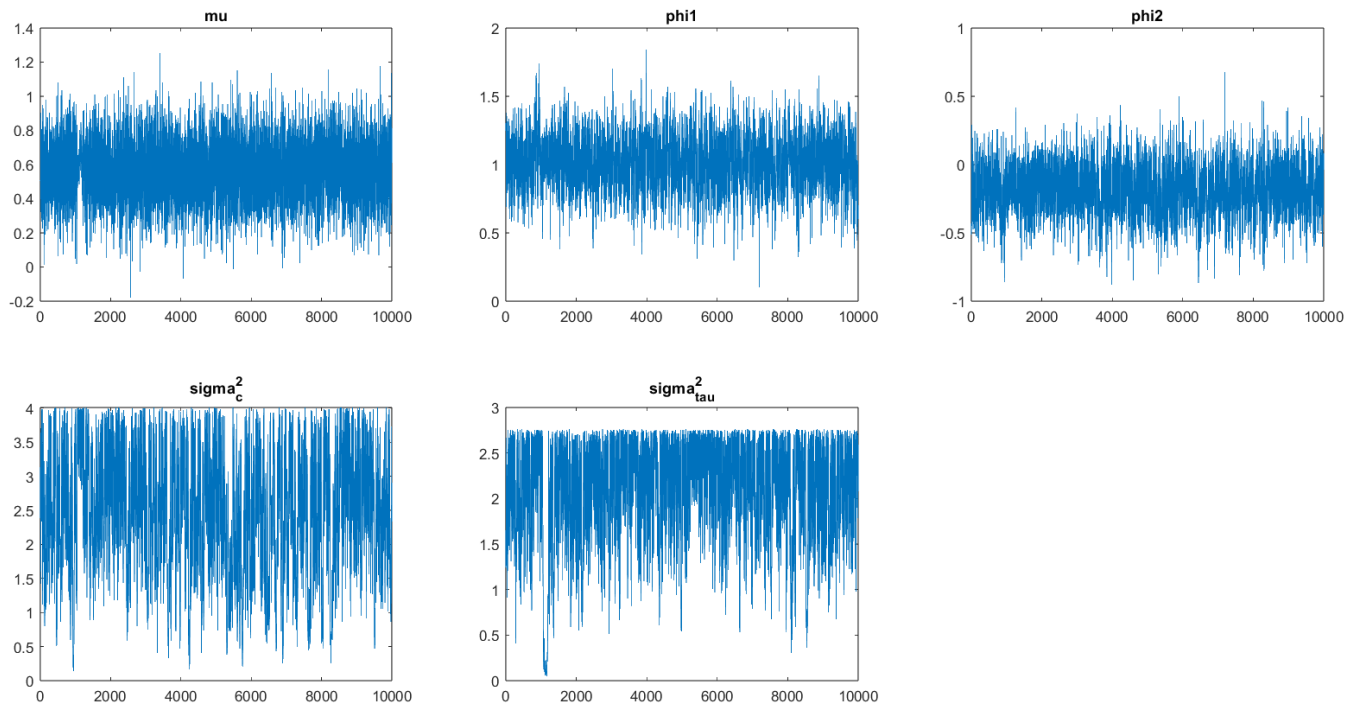


Рис. L.4: Trace plots (UC0)

UCUR – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками

Таблица L.5: Результаты оценки параметров (UCUR)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ	-0.07	0.16
φ_1	1.29	0.22
φ_2	-0.30	0.20
σ_c^2	0.13	1.01
σ_τ^2	0.10	0.64
ρ	-0.54	0.36

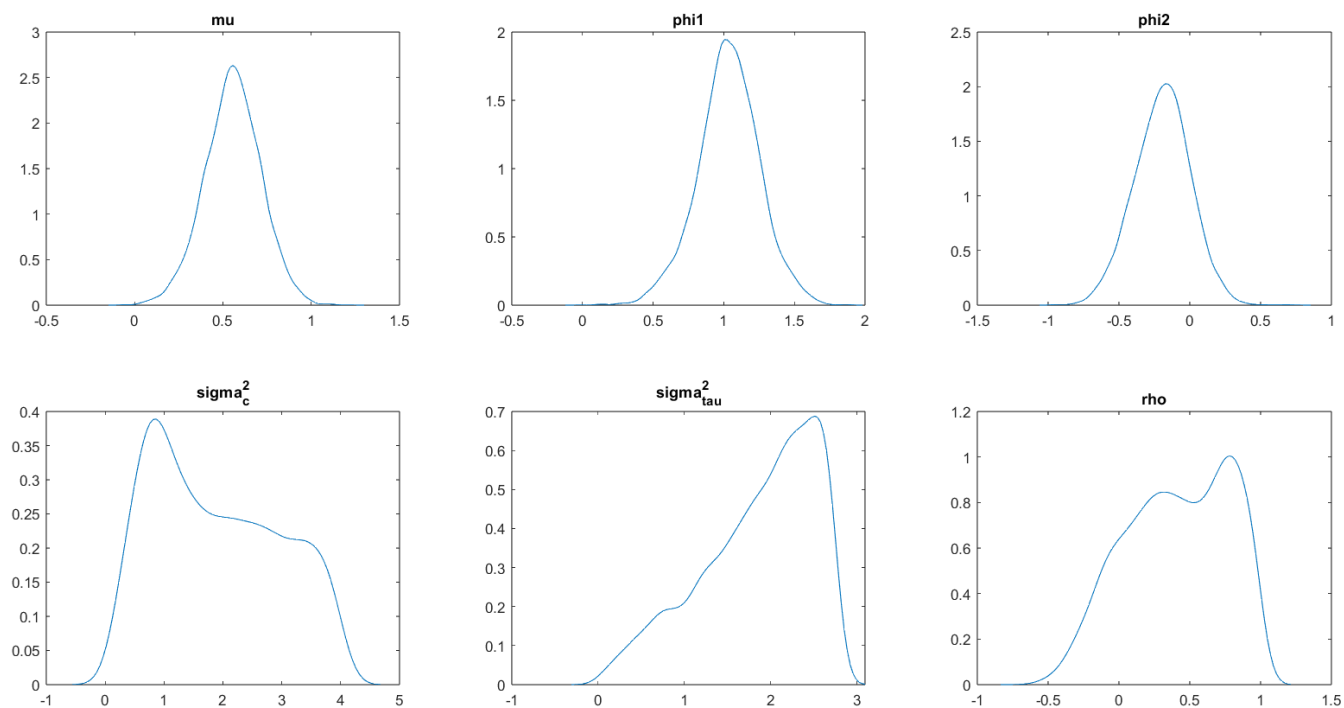


Рис. L.5: Апостериорное распределение оценок параметров (UCUR)

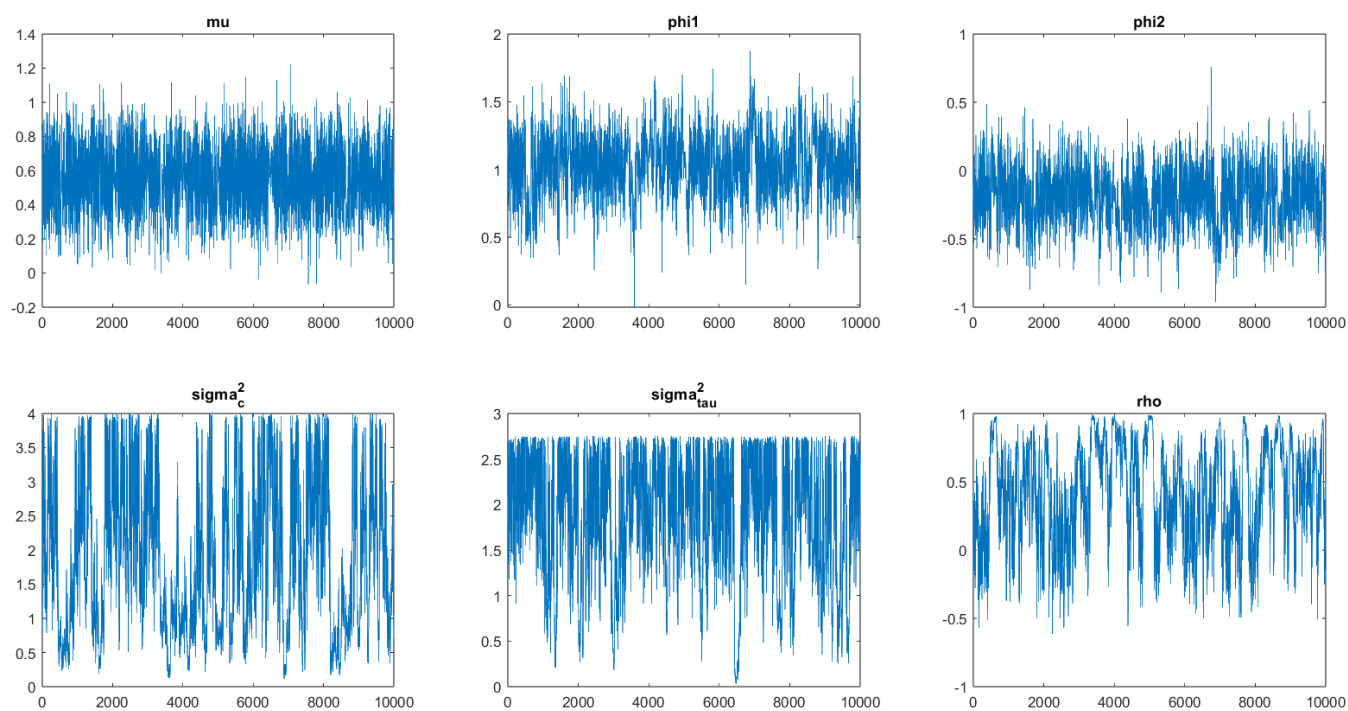


Рис. L.6: Trace plots (UCUR)

DTT0 – детерминированный тренд с точкой перелома в t_0 (t_0 – 3кв2008)

Таблица L.6: Результаты оценки параметров (DTT0)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ_1	0.74	0.13
μ_2	-0.09	0.05
φ_1	0.56	0.1
φ_2	-0.48	0.1
σ_c^2	1.94	0.2

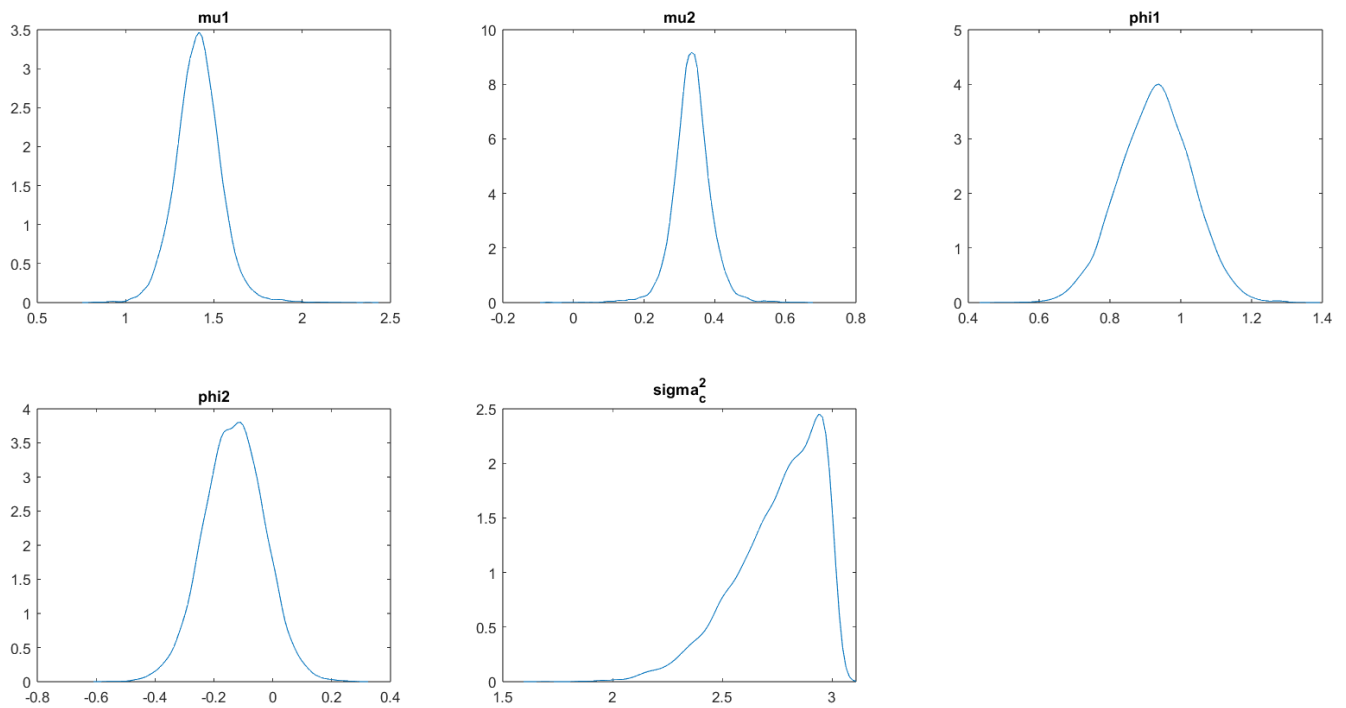


Рис. L.7: Апостериорное распределение оценок параметров (DTT0)

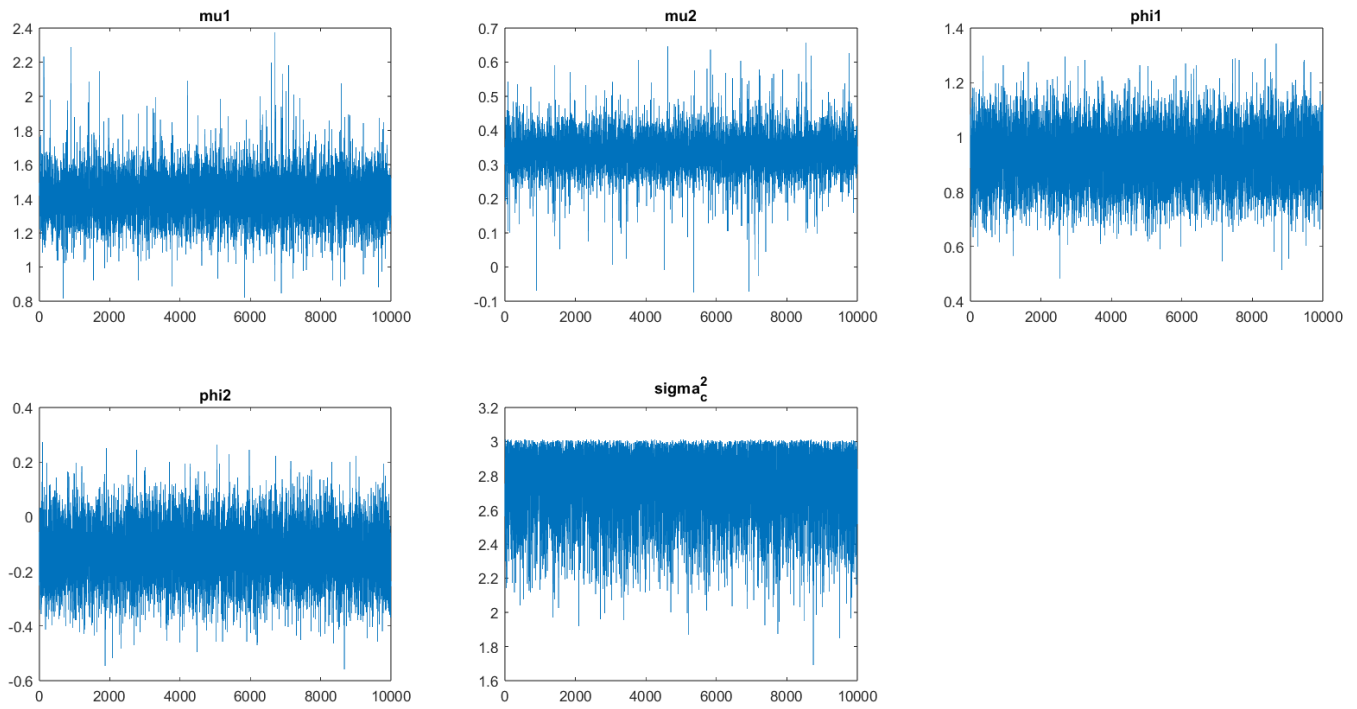


Рис. L.8: Trace plots (DTT0)

UCURT0 – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками и точкой перелома в t_0 (t_0 – 3кв2008)

Таблица L.7: Результаты оценки параметров (UCURT0)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ_1	0.09	0.25
μ_2	-0.28	0.12
φ_1	1.10	0.13
φ_2	-0.11	0.13
σ_c^2	0.57	1.63
σ_τ^2	0	0.30
ρ	-0.99	0.55

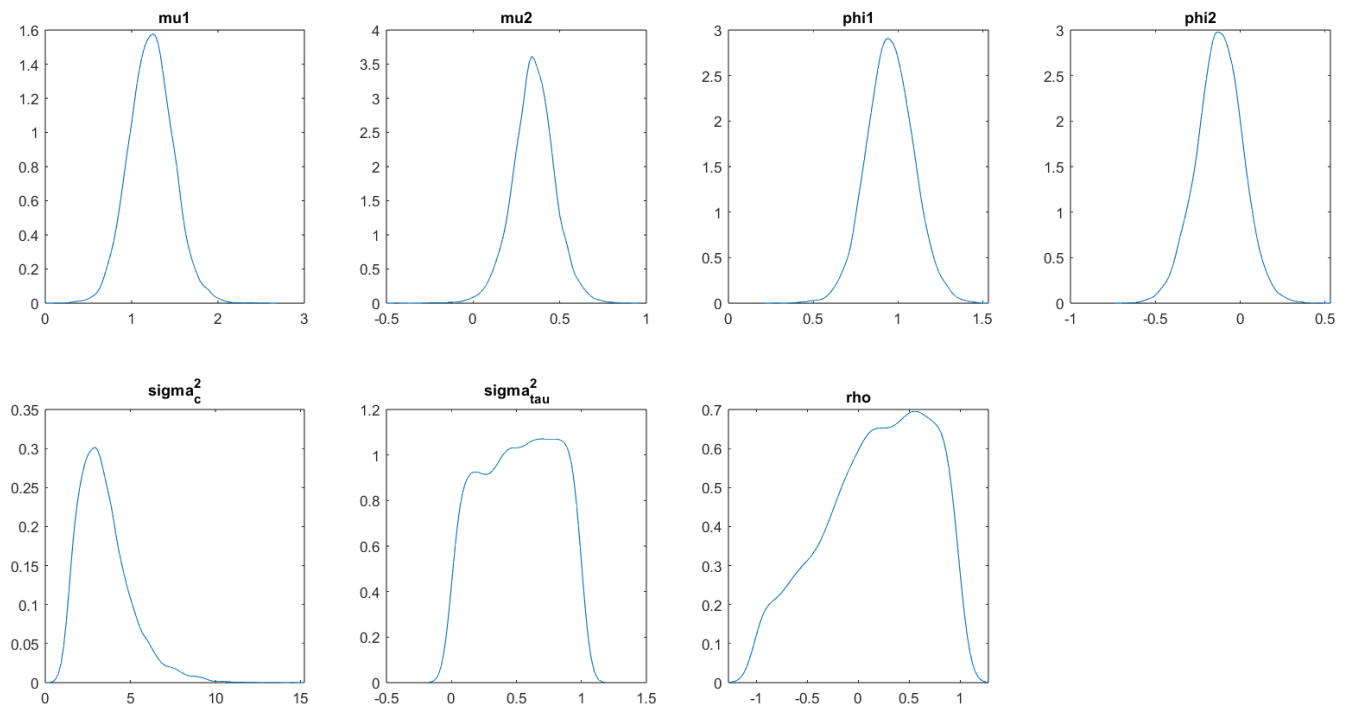


Рис. L.9: Апостериорное распределение оценок параметров (UCURT0)

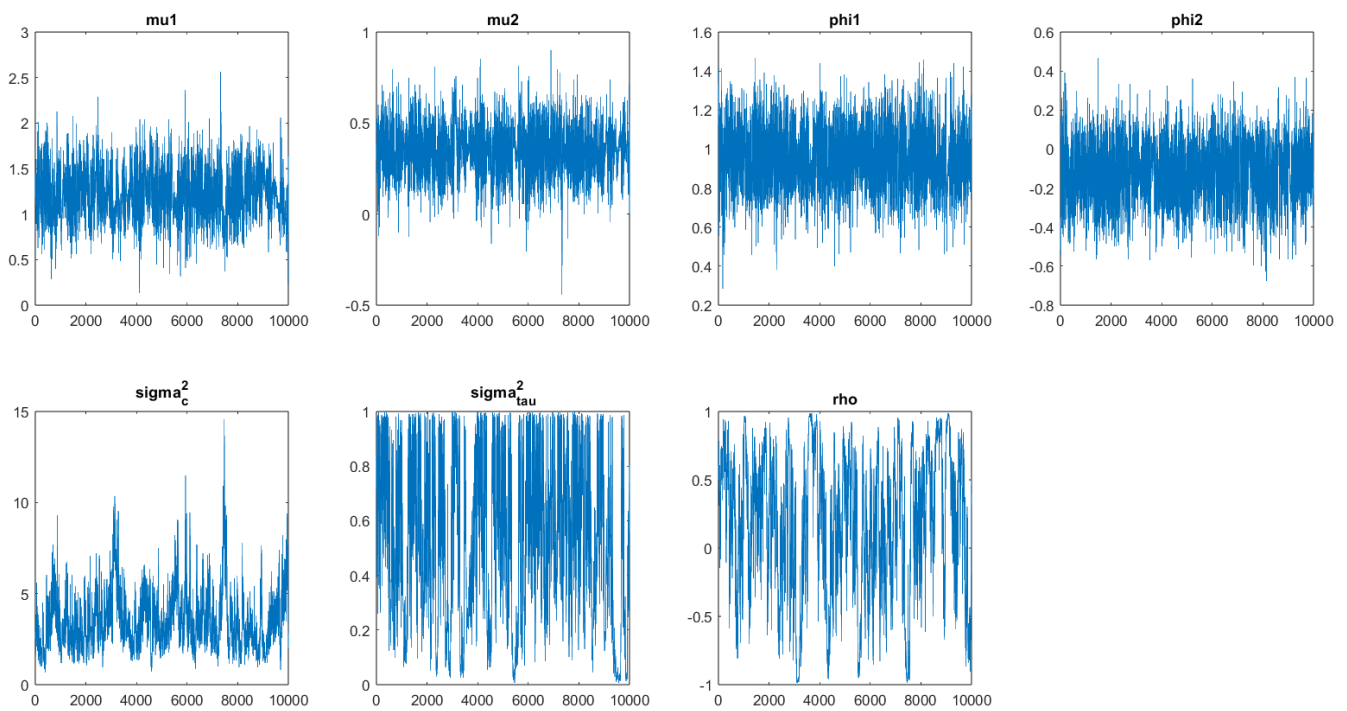


Рис. L.10: Trace plots (UCURT0)

UCURT0T1 – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точками перелома в t_0 и в t_1 (t_0 – 3кв2008, t_1 – 1кв2021)

Таблица L.8: Результаты оценки параметров (UCURT0T1)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ_1	0.23	0.28
μ_2	-0.57	0.16
μ_3	-0.84	0.40
φ_1	0.40	0.14
φ_2	-0.65	0.13
σ_c^2	0.68	1.77
σ_τ^2	0.01	0.28
ρ	-0.99	0.55

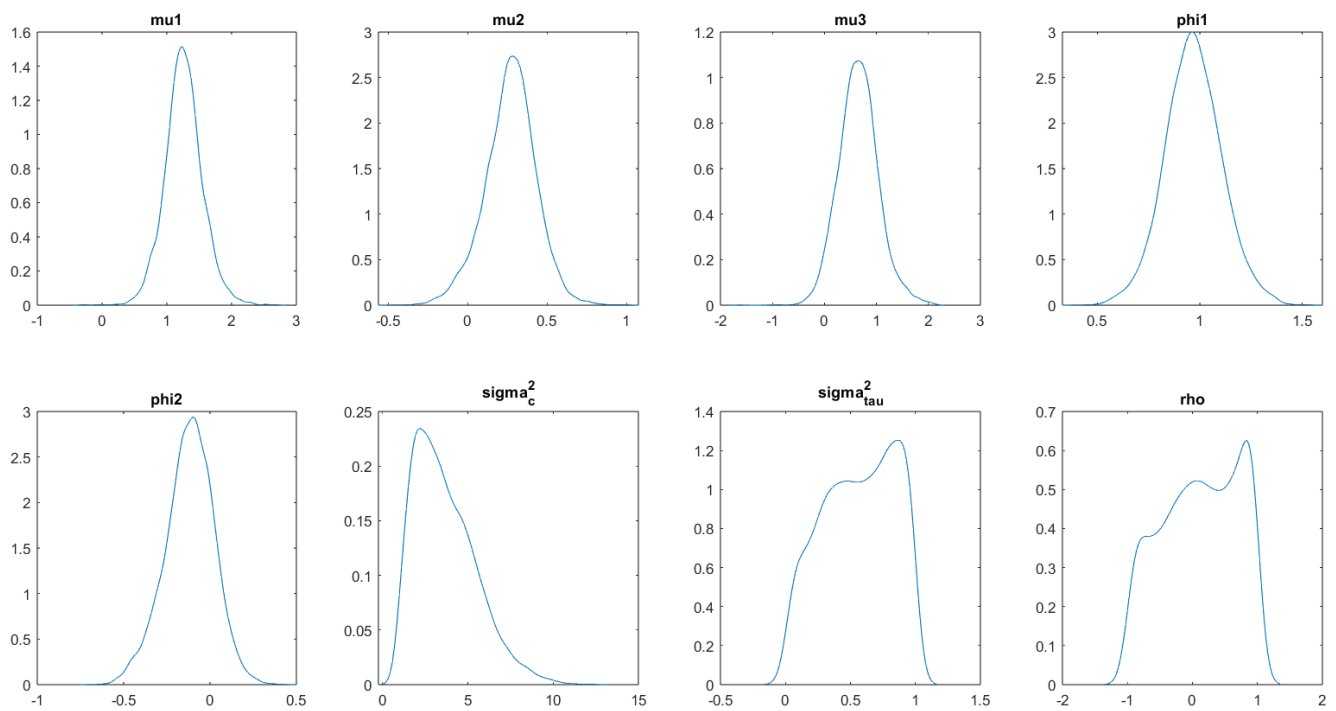


Рис. L.11: Апостериорное распределение оценок параметров (UCURT0T1)

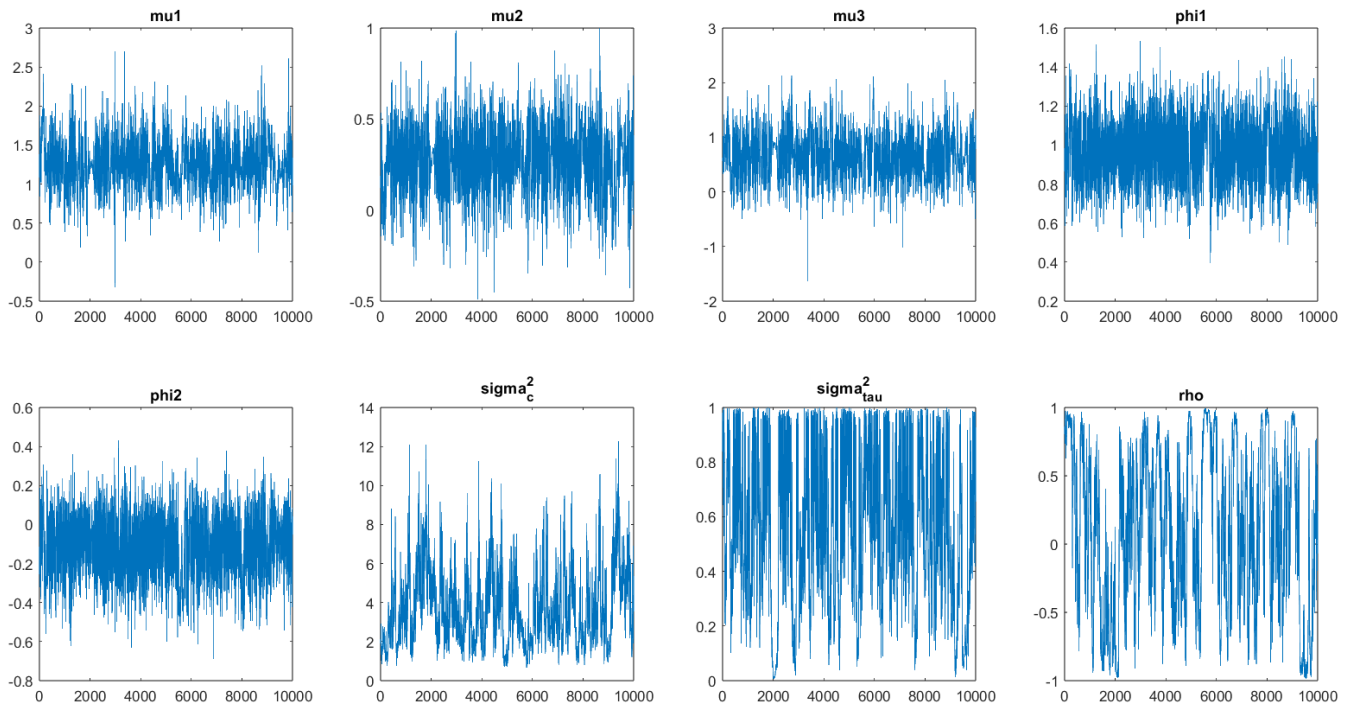


Рис. L.12: Trace plots (UCURT0T1)

UCURT0_UNEMP – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точкой перелома в t_0 и включением безработицы (t_0 – 3кв2008)

Таблица L.9: Результаты оценки параметров (UCURT0_UNEMP)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ_1	-1.73	0.66
μ_2	-1.57	0.55
φ_1	0.56	0.15
φ_2	0.09	0.25
σ_c^2	0.12	0.72
σ_τ^2	47.54	26.92
ρ	-0.60	0.37

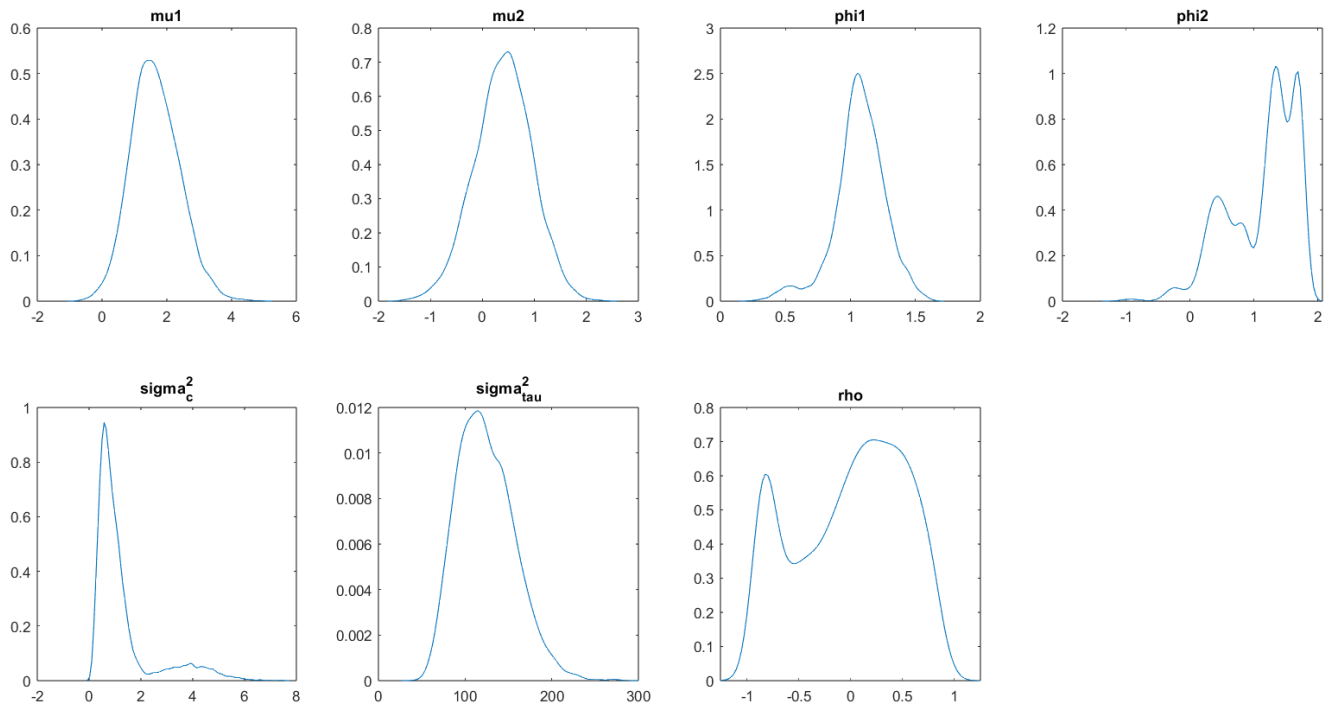


Рис. L.13: Апостериорное распределение оценок параметров (UCURT0_UNEMP)

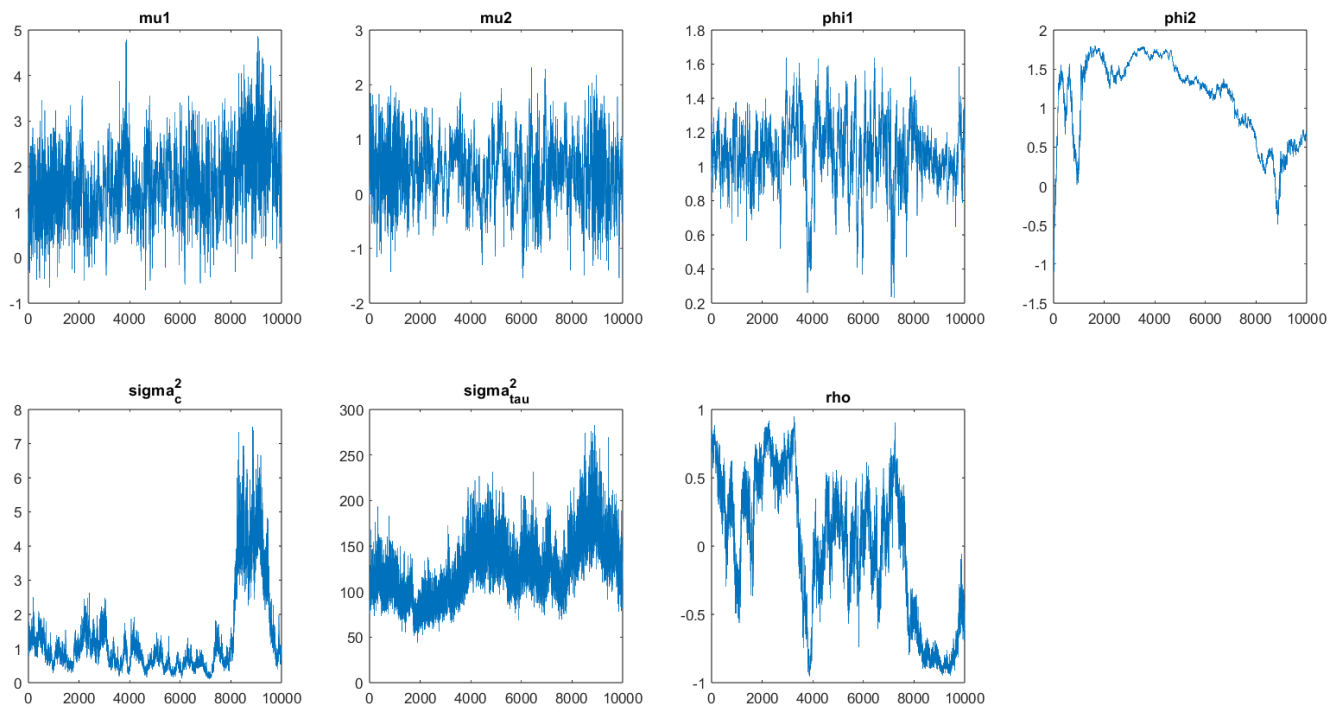


Рис. L.14: Trace plots (UCURT0_UNEMP)

UCURT0_CPI – ненаблюдаемые компоненты с коррелированными остатками с точкой перелома в t_0 и включением инфляции (t_0 – 3кв2008)

Таблица L.10: Результаты оценки параметров (UCURT0_CPI)

Параметры	Posterior mode	Posterior std
μ_1	-0.92	0.61
μ_2	-1.51	0.50
φ_1	1.02	0.14
φ_2	1.44	0.19
σ_c^2	0.19	0.95
σ_τ^2	44.94	18.25
ρ	-0.40	0.26

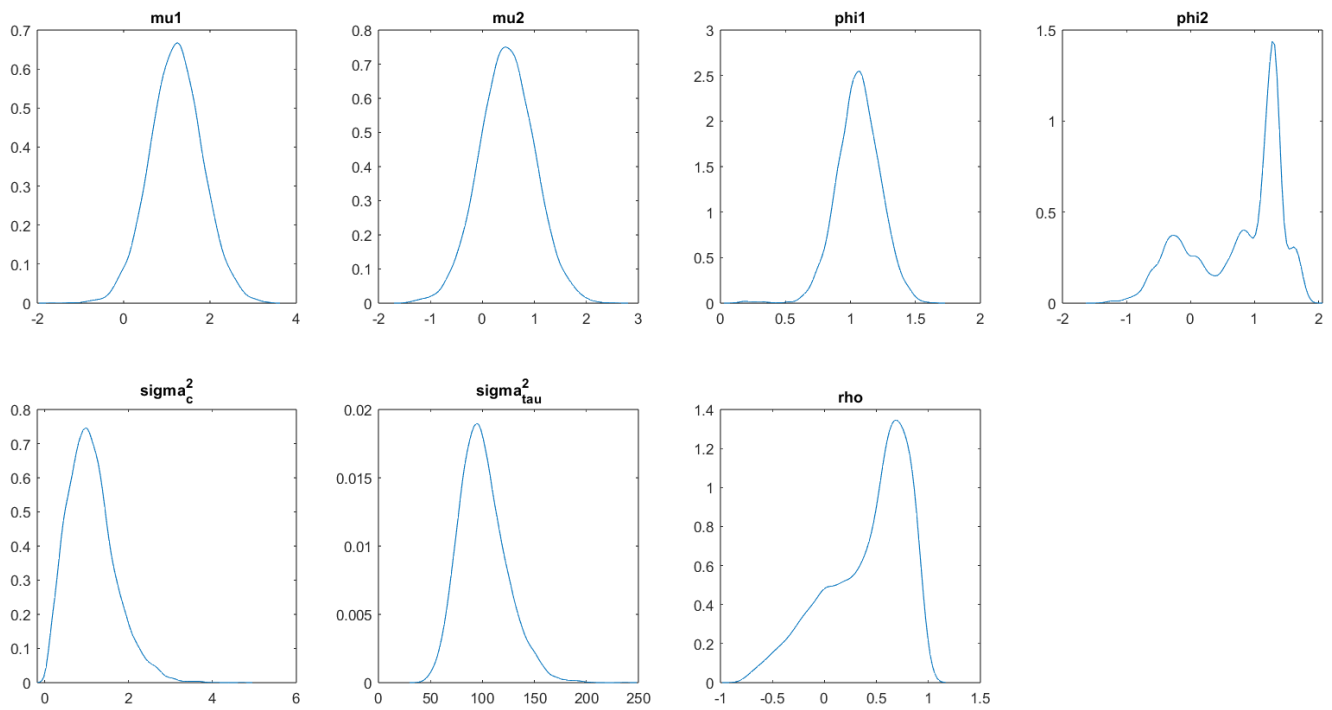


Рис. L.15: Апостериорное распределение оценок параметров (UCURT0_CPI)

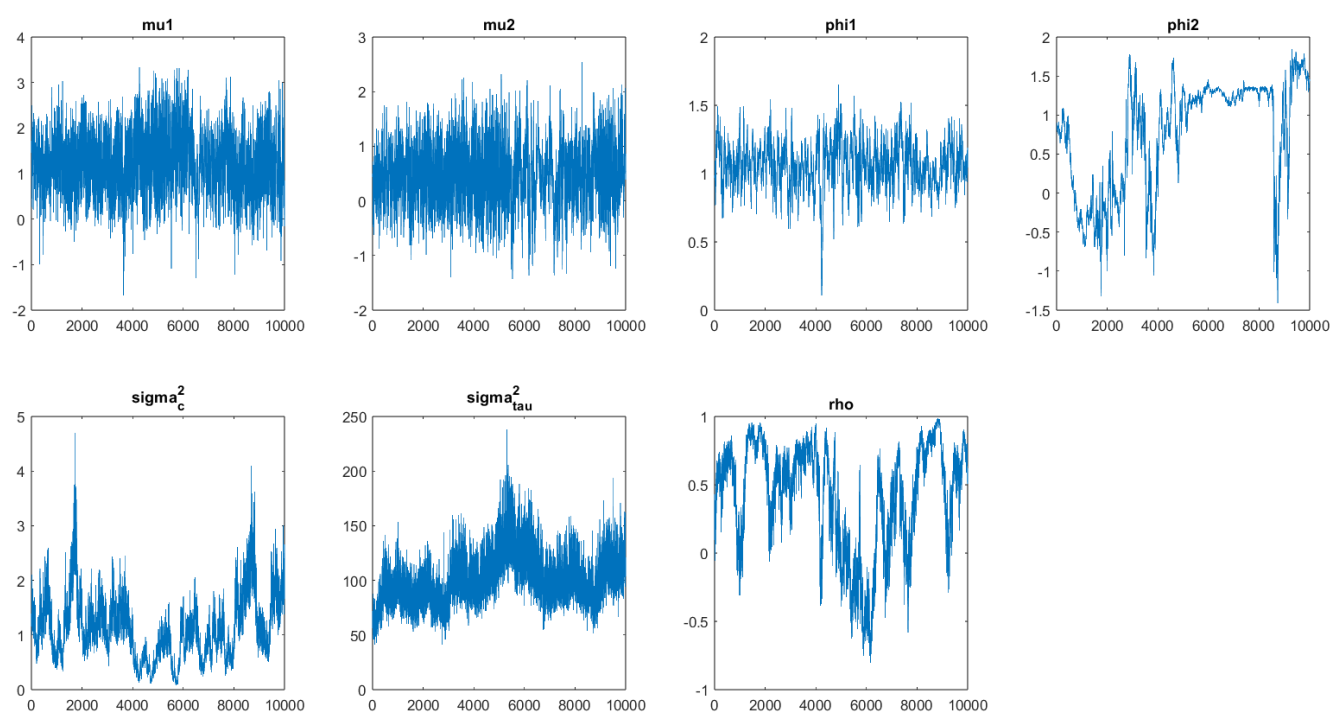
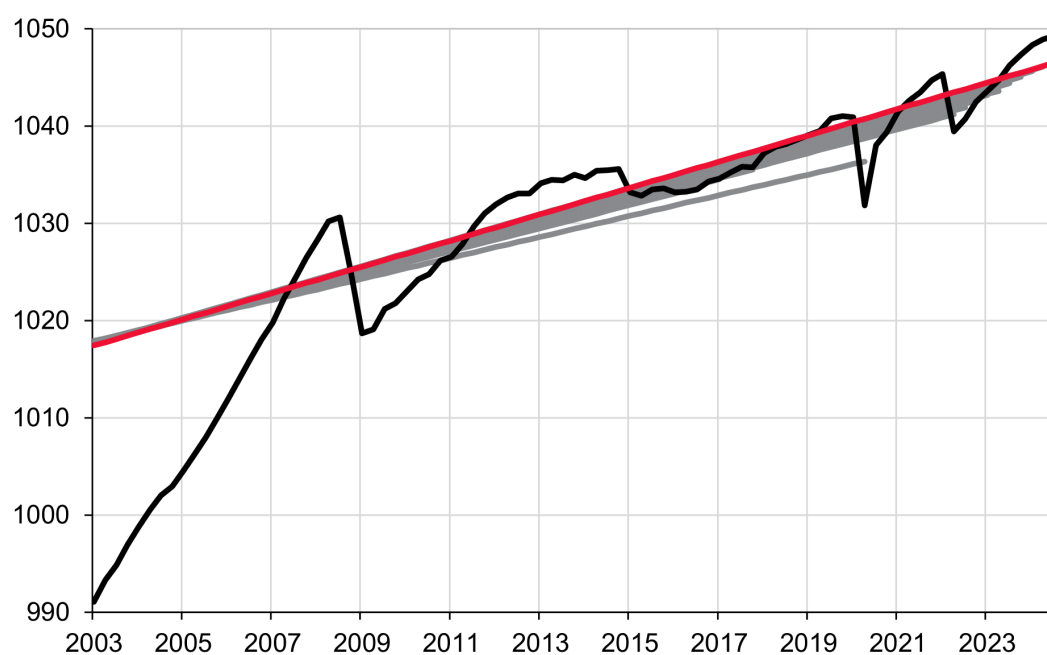


Рис. L.16: Trace plots (UCURT0_CPI)

Траектории односторонних оценок потенциала

Период расширяющегося окна: 1 кв 2013 – 3 кв 2024.

Рис. L.17: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln(DT)$

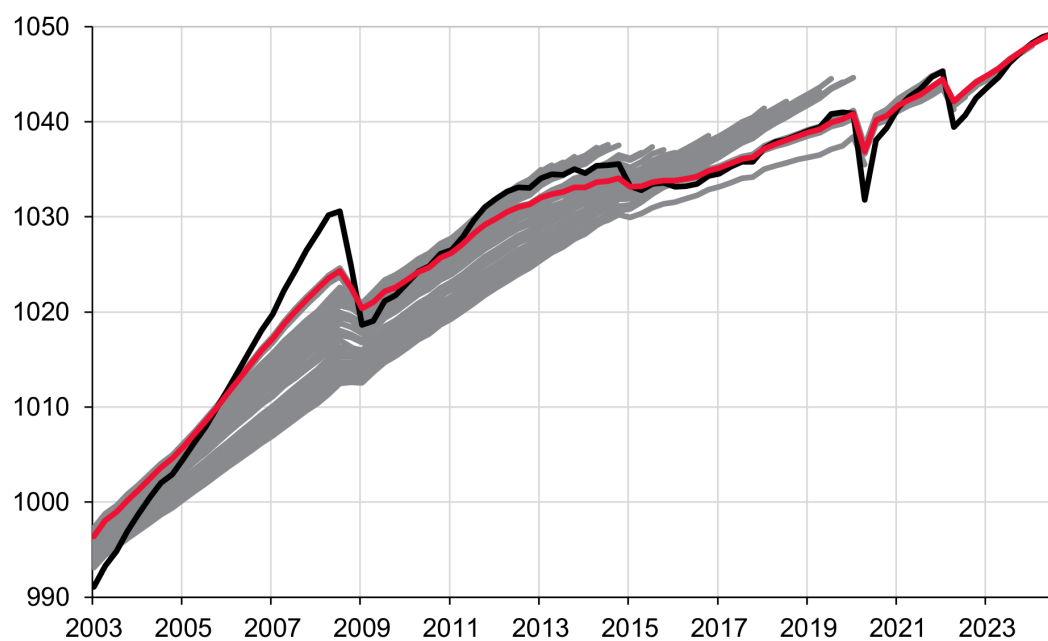


Рис. L.18: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln(UC_0)$

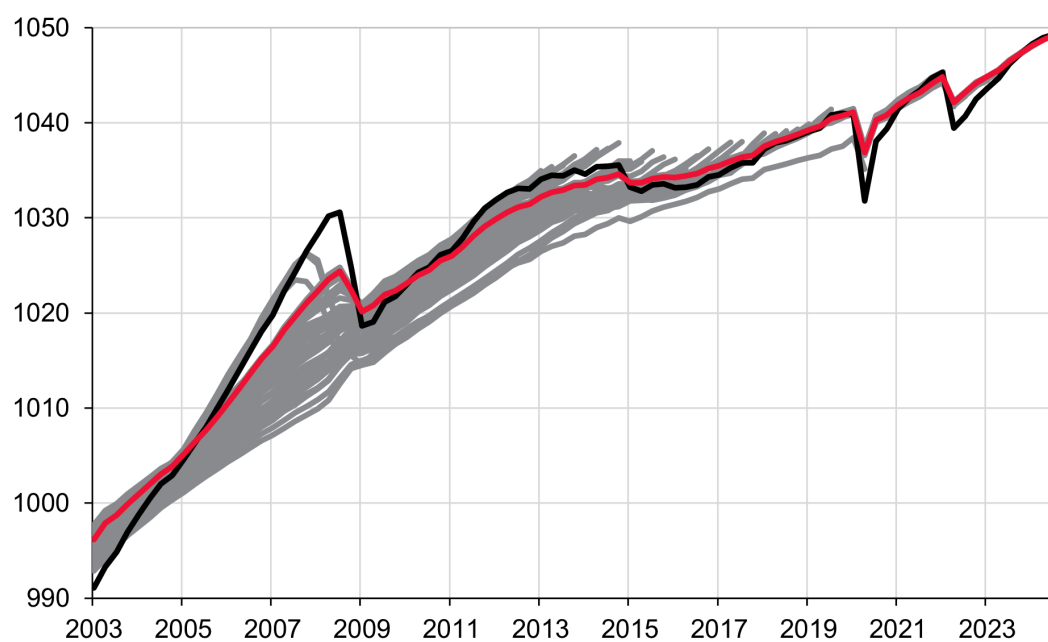


Рис. L.19: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln(UCUR)$

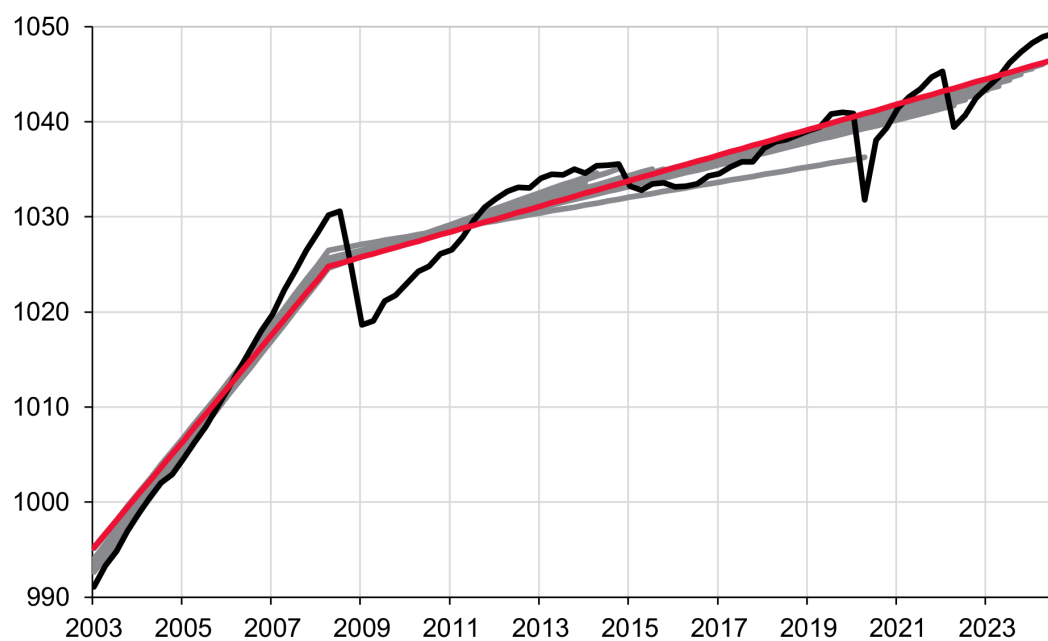


Рис. L.20: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln (DTT0)$

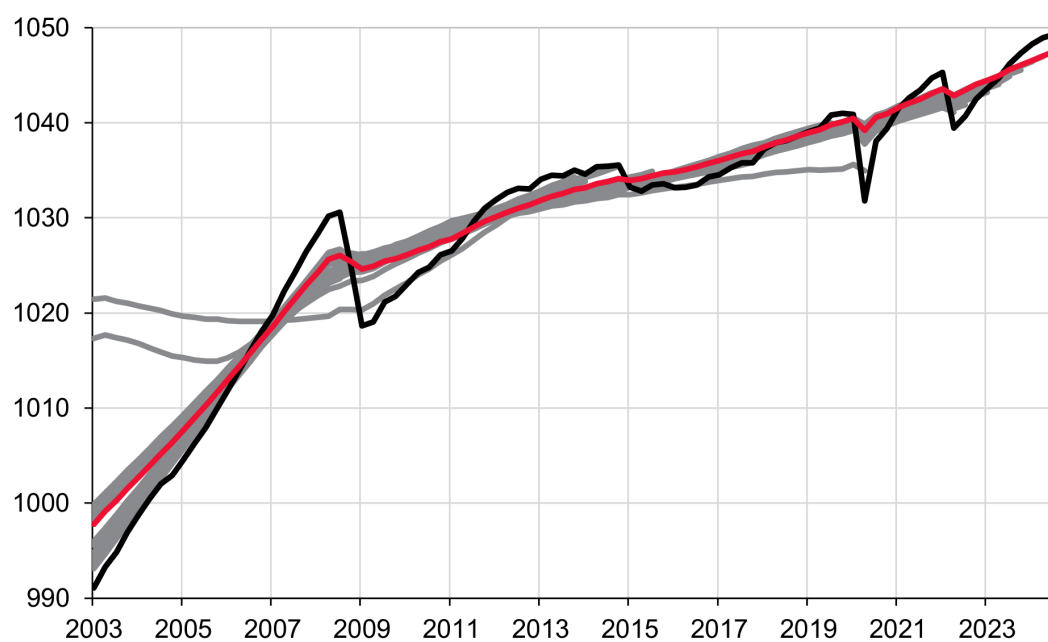


Рис. L.21: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln (UCURT0)$

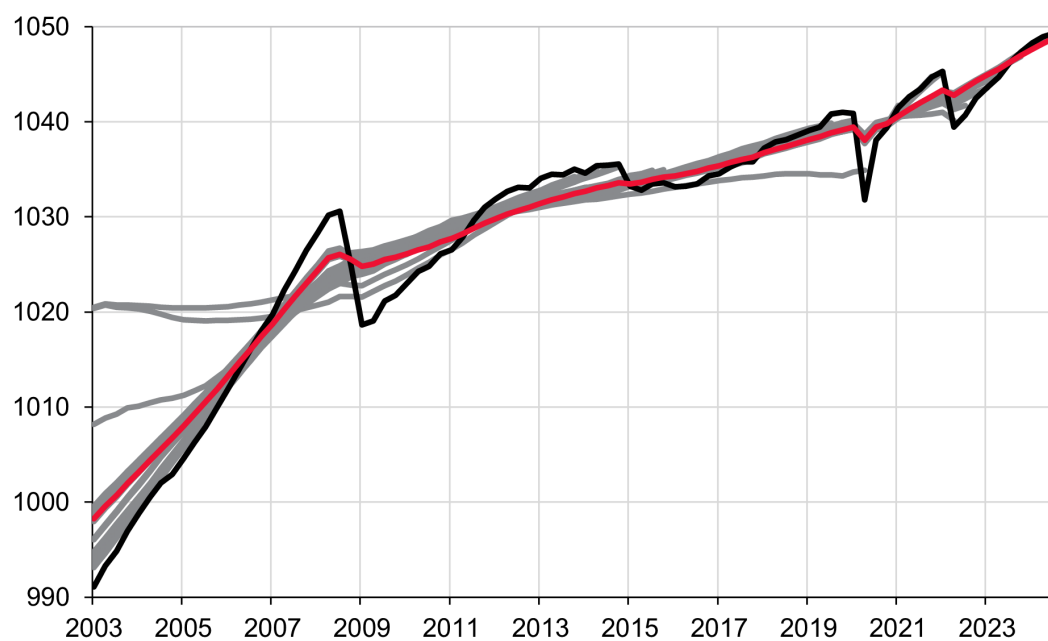


Рис. L.22: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln(UCURT0T1)$

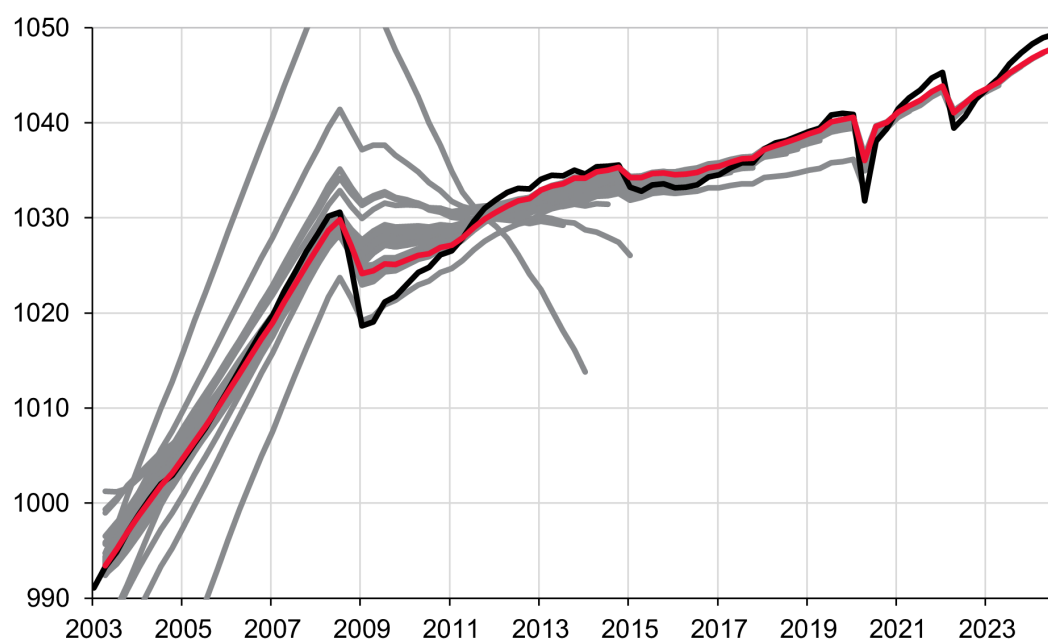


Рис. L.23: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln(UCURT0_UNEMP)$

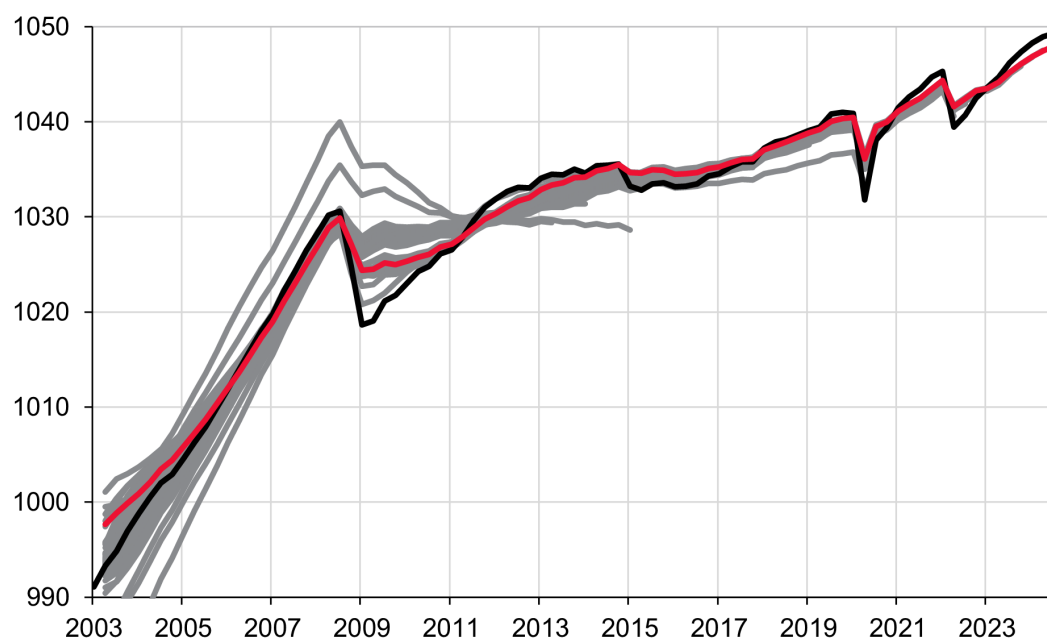


Рис. L.24: Оценка потенциального выпуска на расширяющемся окне, $100 \ln (UCURTO_CPI)$

Двусторонние оценки потенциального выпуска и разрыва

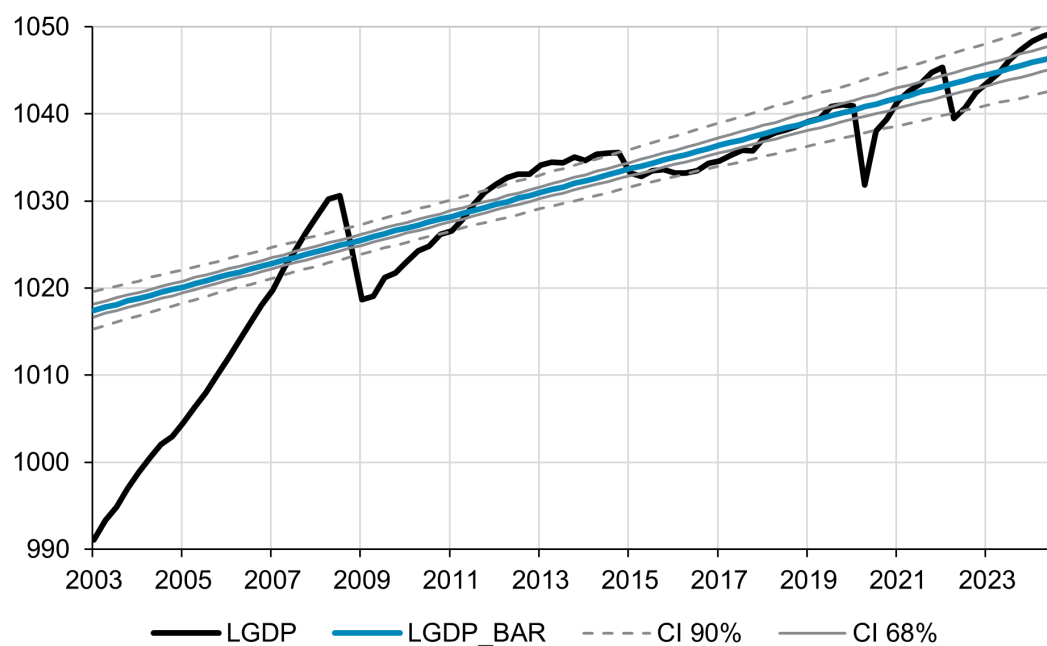


Рис. L.25: Потенциальный выпуск, $100 \ln (DT)$

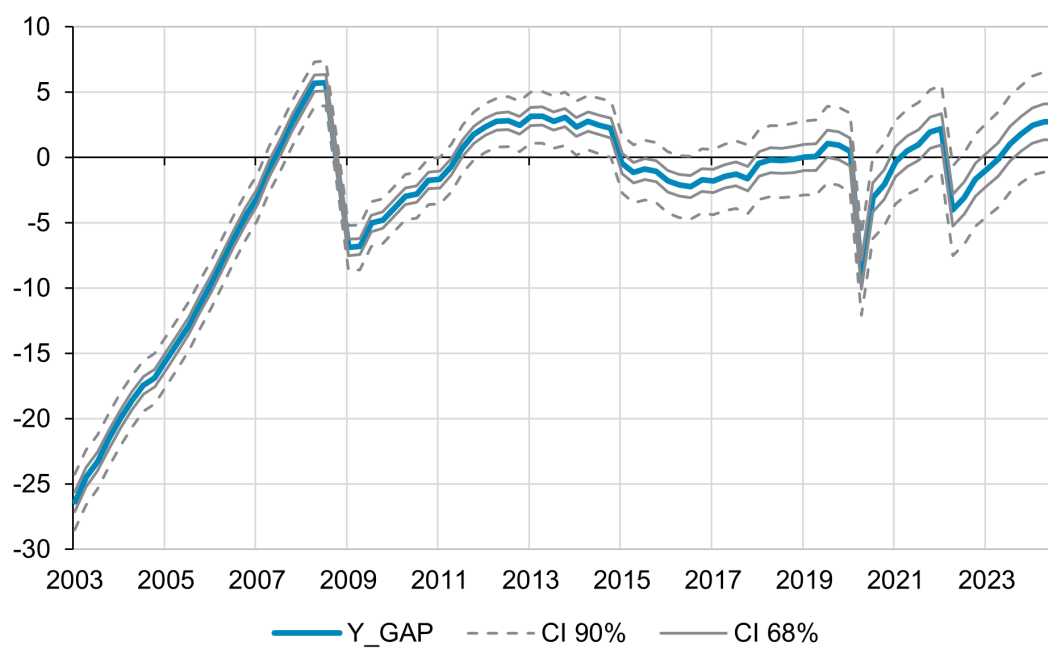
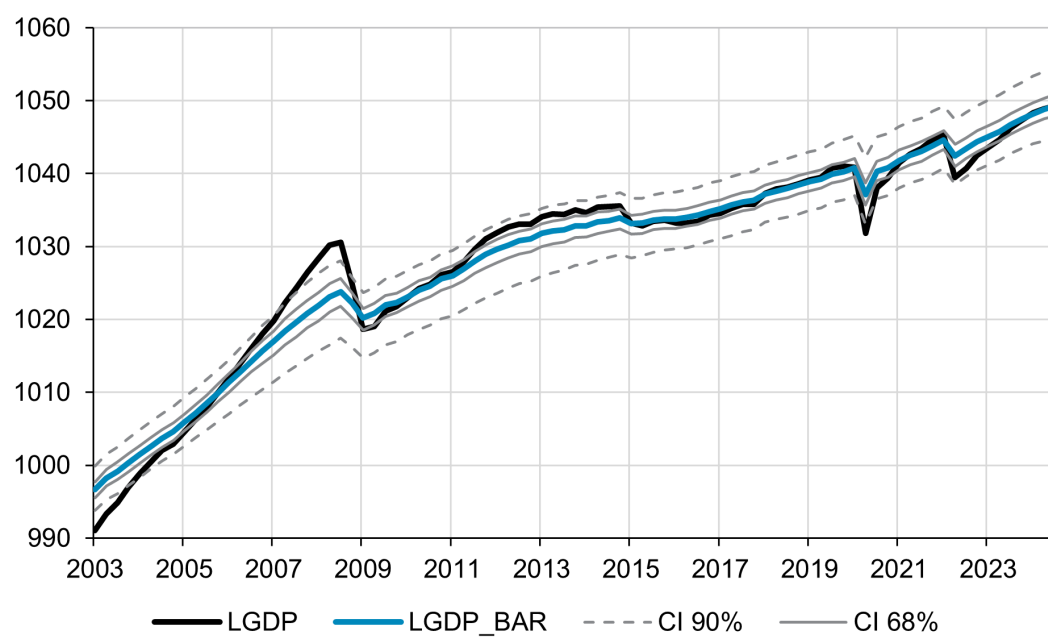


Рис. L.26: Разрыв выпуска, % (DT)

Рис. L.27: Потенциальный выпуск, $100 \ln(UC_0)$

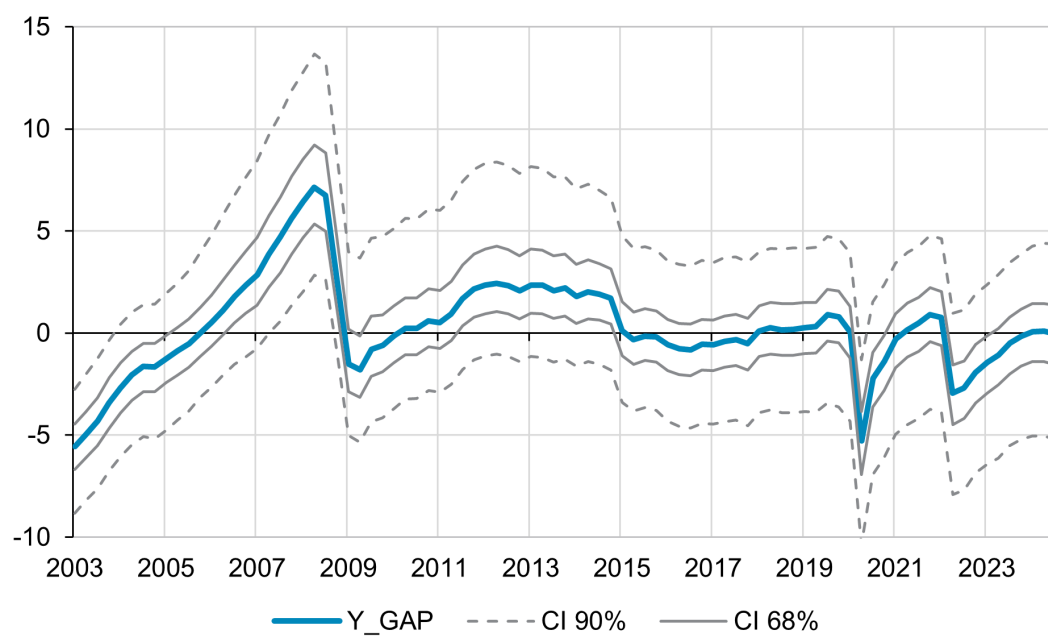
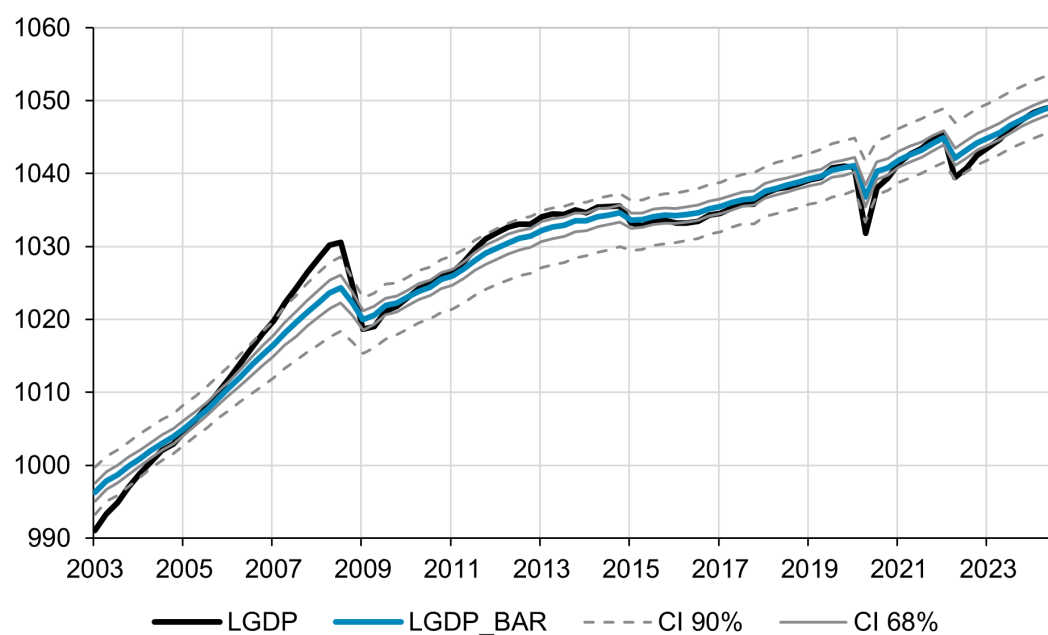


Рис. L.28: Разрыв выпуска, % (UC0)

Рис. L.29: Потенциальный выпуск, $100 \ln (UCUR)$

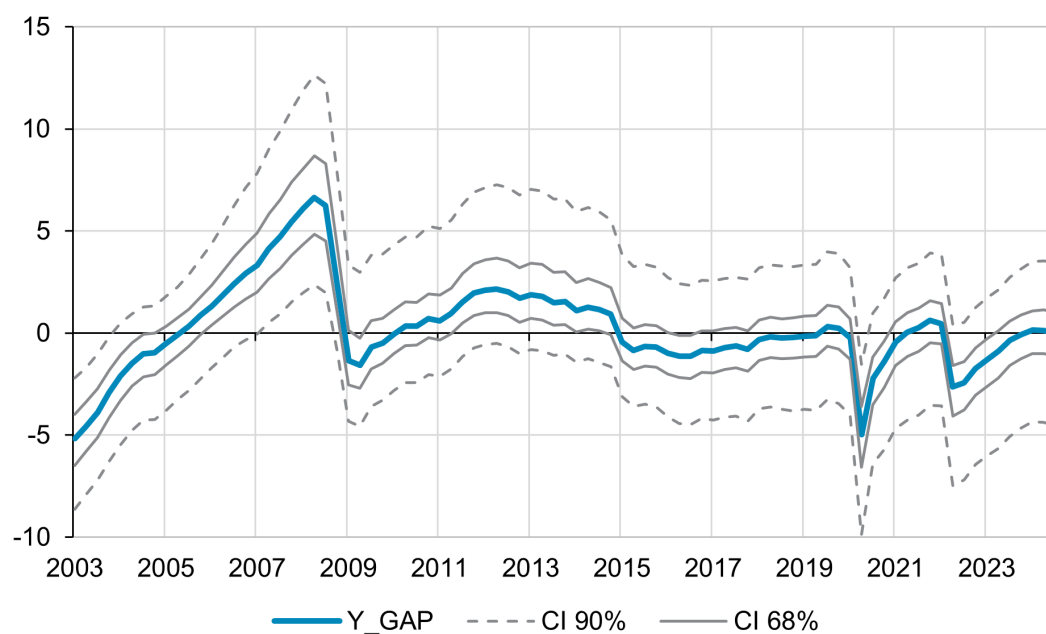
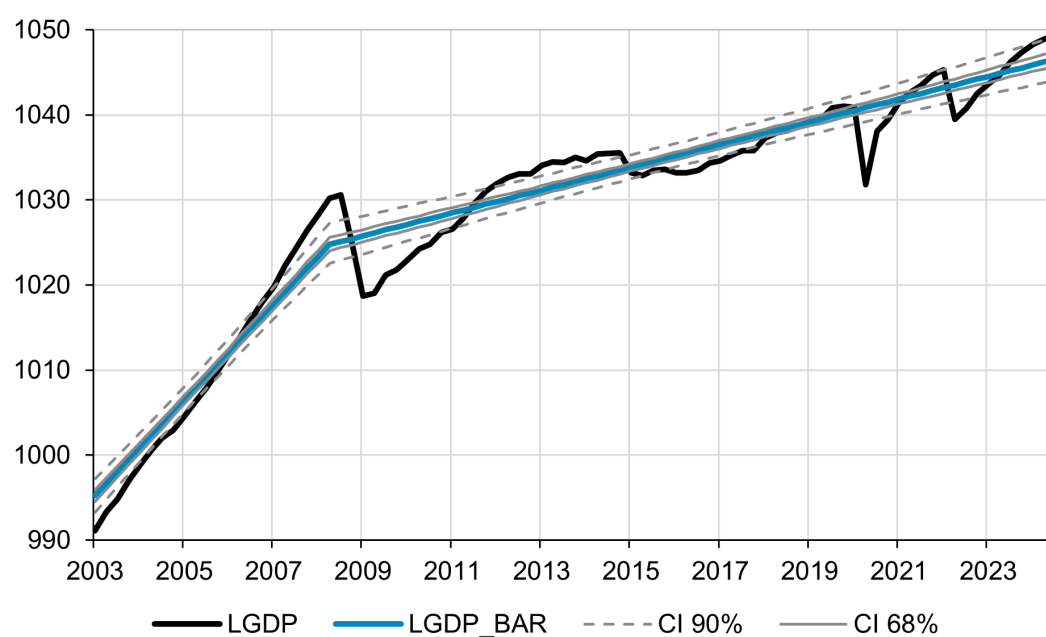


Рис. L.30: Разрыв выпуска, % (UCUR)

Рис. L.31: Потенциальный выпуск, $100 \ln (DTT0)$

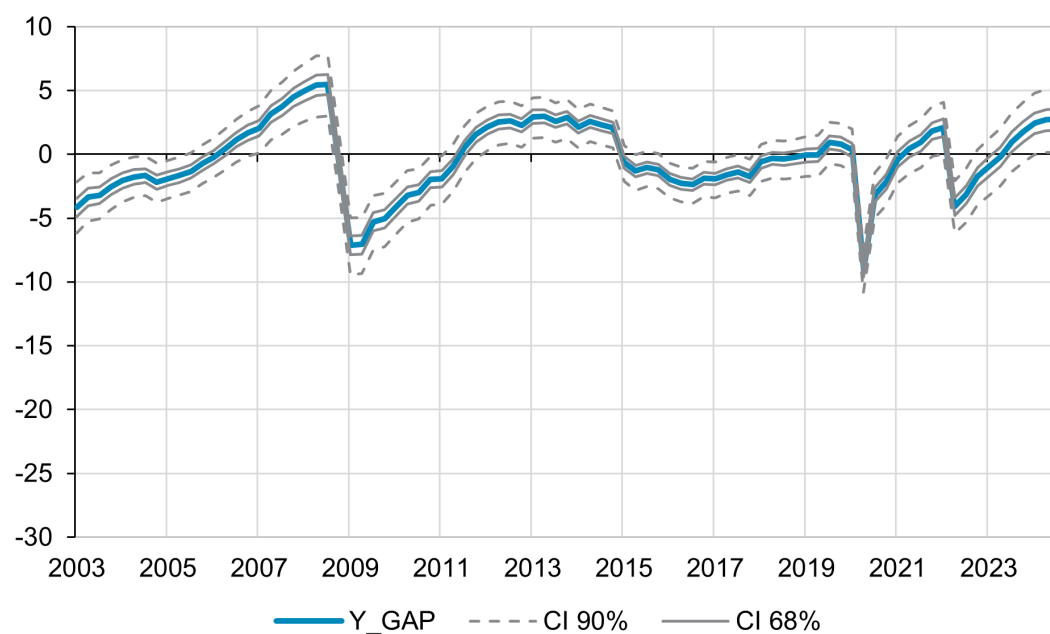
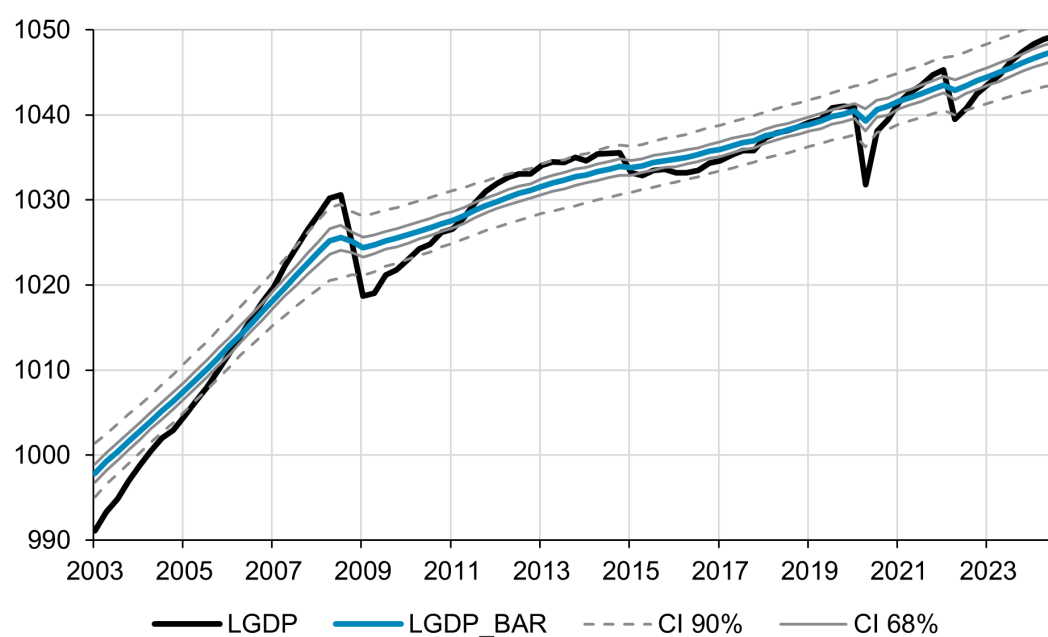


Рис. L.32: Разрыв выпуска, % (DTT0)

Рис. L.33: Потенциальный выпуск, $100 \ln (UCURT0)$

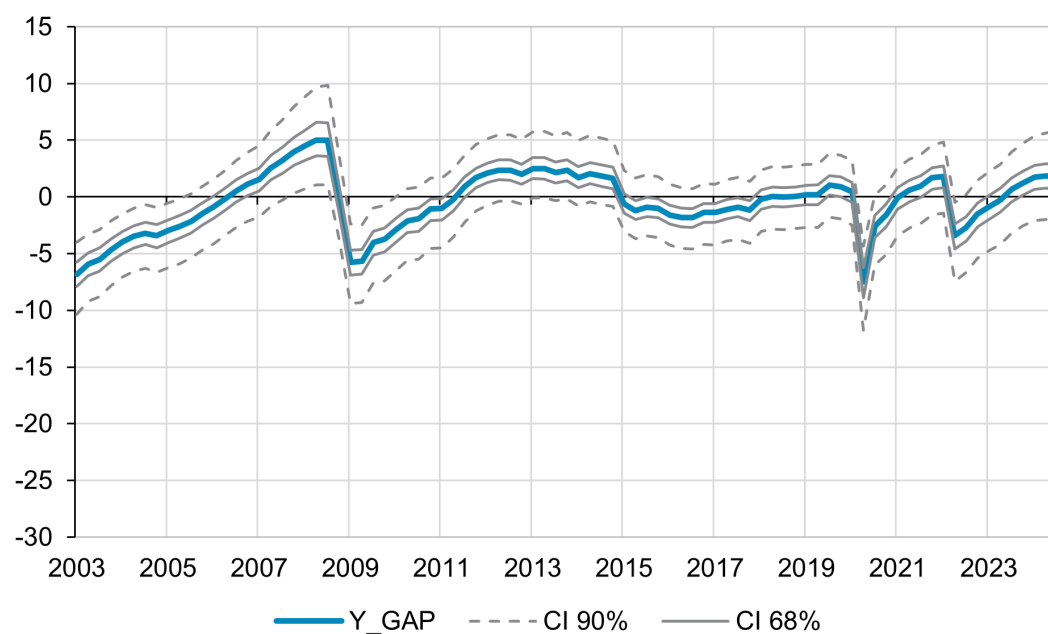
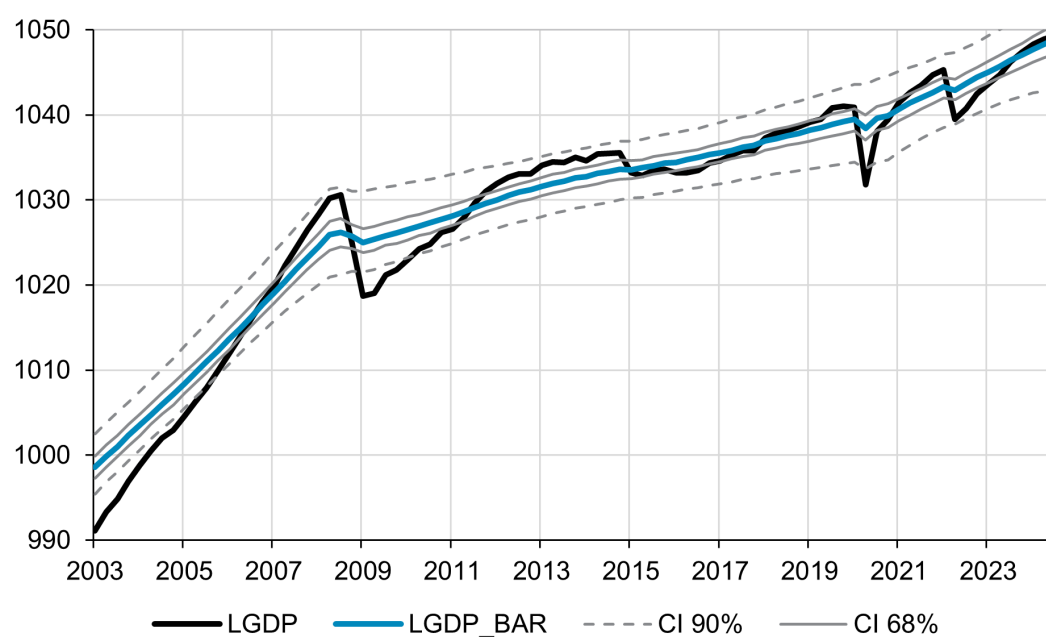


Рис. L.34: Разрыв выпуска, % (UCURT0)

Рис. L.35: Потенциальный выпуск, $100 \ln$ (UCURT0T1)

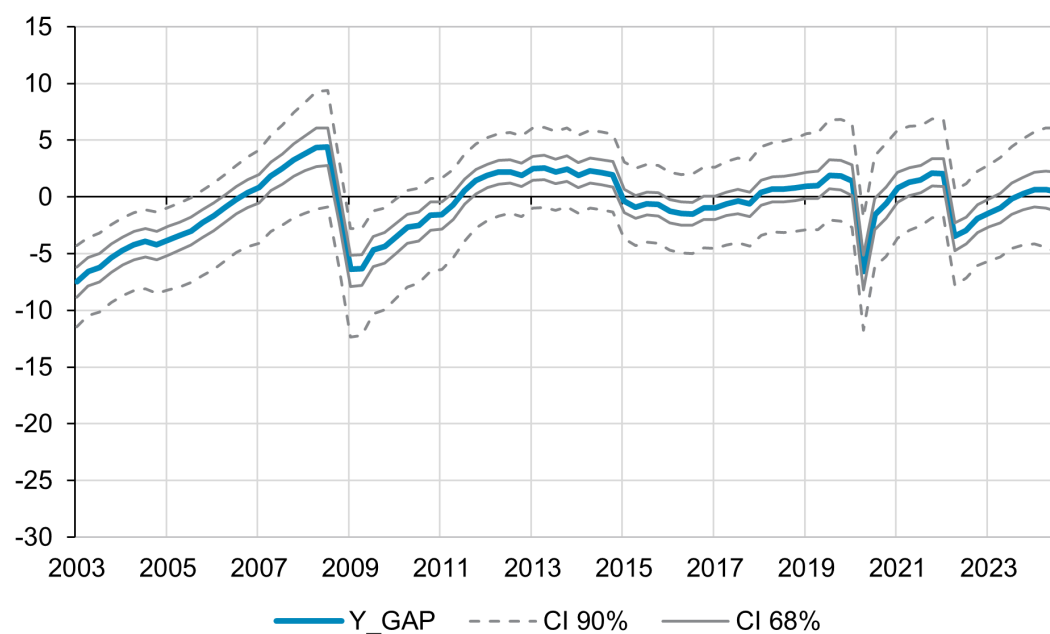
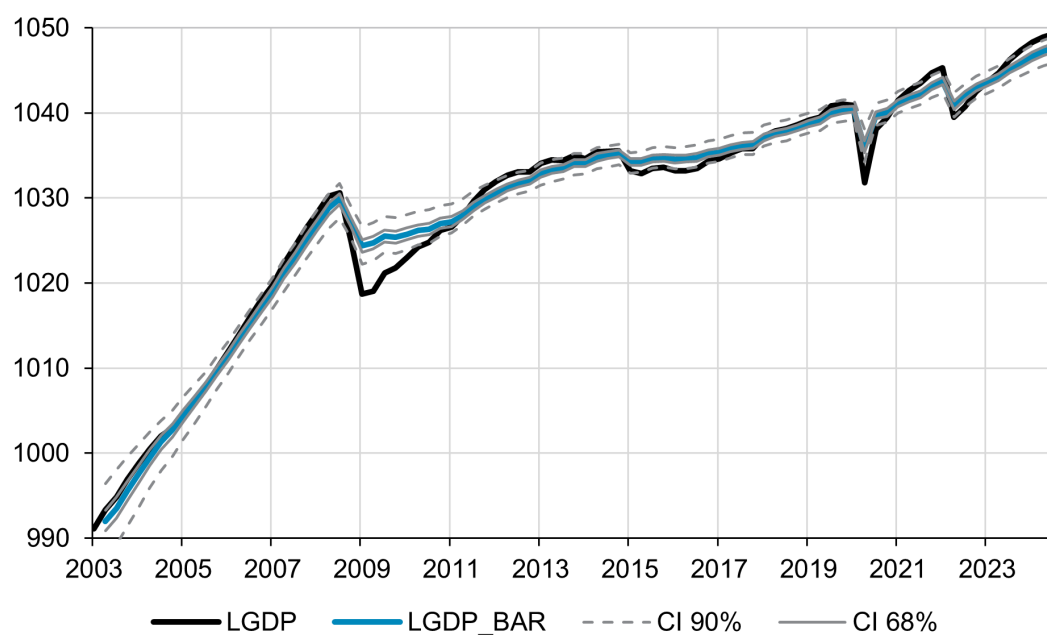


Рис. L.36: Разрыв выпуска, % (UCURT0T1)

Рис. L.37: Потенциальный выпуск, $100 \ln (UCURT0_UNEMP)$

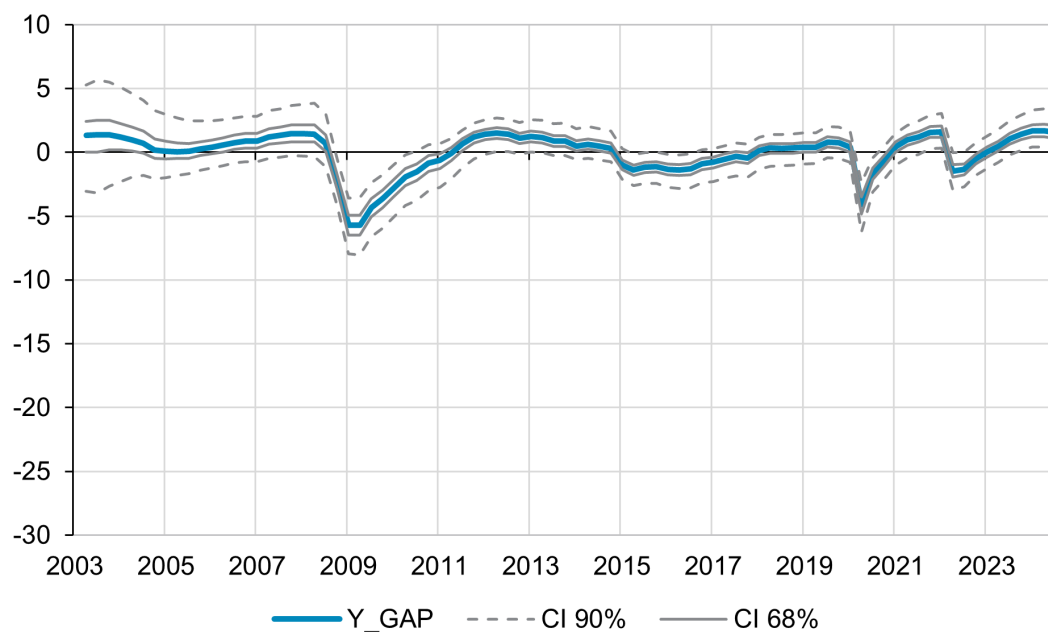
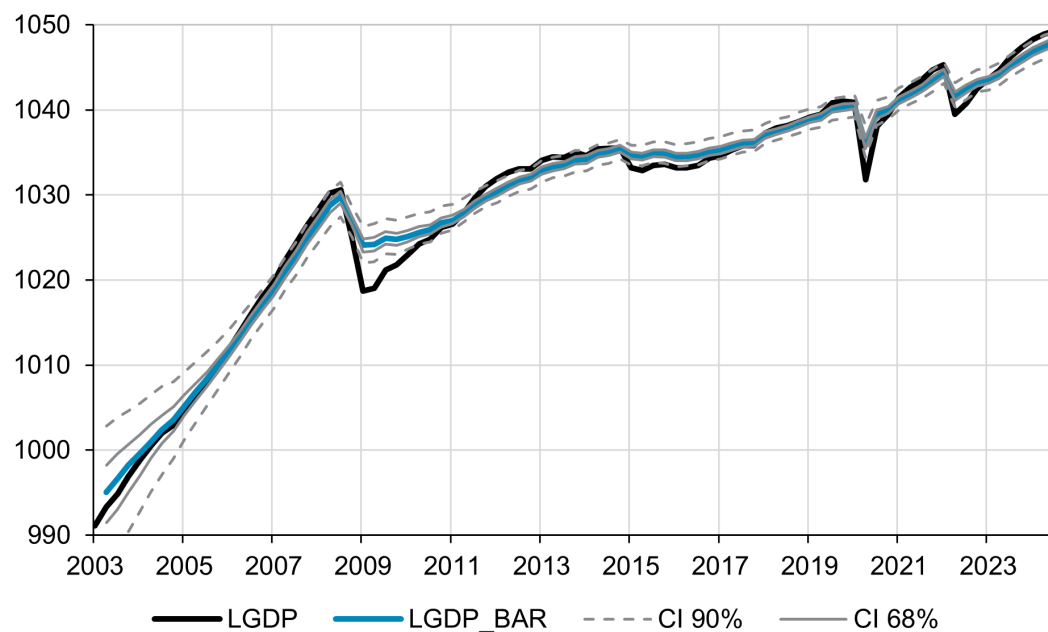


Рис. L.38: Разрыв выпуска, % (UCURT0_UNEMP)

Рис. L.39: Потенциальный выпуск, $100 \ln(\text{UCURT0_CPI})$

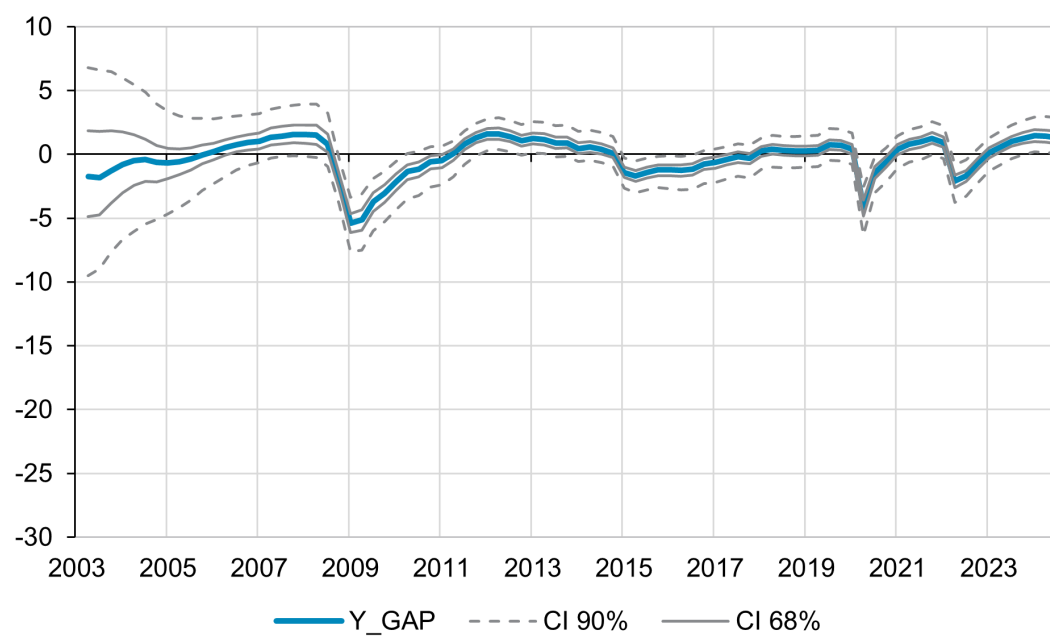


Рис. L.40: Разрыв выпуска, % (UCURT0_CPI)

М Простые одномерные фильтры

В данном разделе содержатся результаты оценки тренда российского ВВП в постоянных ценах простыми одномерными фильтрами.

Результаты

Фильтр Ходрика-Прескотта

В оригинальной работе Hodrick and Prescott (1997) предлагается использовать $\lambda_{HP} = 1600$ для квартальных рядов. Однако Flaig (2012) критикует такой выбор и предлагает подбирать λ_{HP} аппроксимируя оптимальный фильтр Колмогорова-Винера. Для этого необходимо сделать предположение о том, какой моделью из класса $ARIMA$ порождается исследуемый ряд. Поскольку HP -фильтр представляется в виде модели пространства состояний с $I(2)$ трендом и без авторегрессии в цикле, мы остановимся на простейшей спецификации $ARIMA(1, 2, 0)$. Далее, в зависимости от коэффициента авторегрессии цикла и предполагаемом истинном коэффициенте сглаживания (будем полагать 1600), выбирается λ_{HP}^{opt} . При выборе $\lambda_{HP}^{opt} = 18000$, коэффициент авторегрессии разрыва выпуска (0,88) оказывается близок к табличному значению (0,9) в Flaig (2012) с аналогичными параметрами. На Рисунке М.1 сравниваются оценки разрыва и тренда выпуска из фильтра HP со стандартной $\lambda_{HP} = 1600$ и $\lambda_{HP}^{opt} = 18000$. По сравнению с $HP(1600)$, фильтр с λ_{HP}^{opt} даёт более проциклический цикл (менее проциклический тренд) и несколько более устойчивые односторонние оценки (см. ниже).

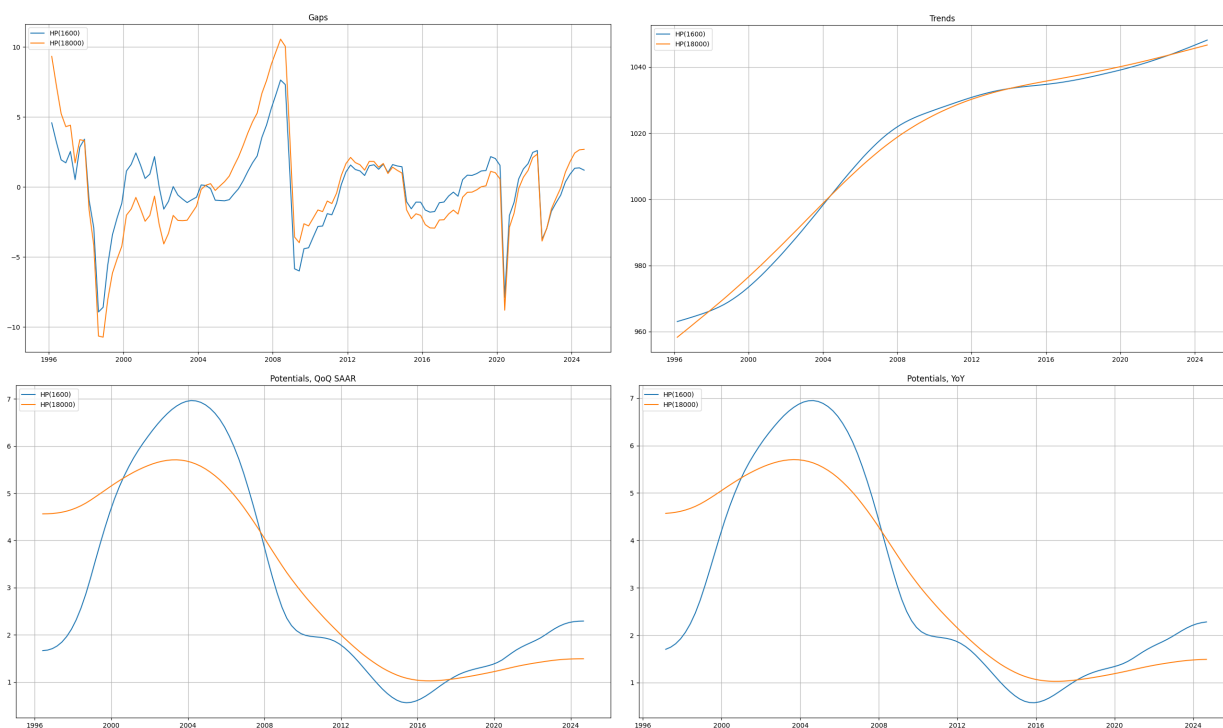


Рис. М.1: Разрыв и тренд выпуска из фильтра Ходрика-Прескотта.

Фильтр Гамильтона

Параметры фильтра Гамильтона выбраны в соответствии с рекомендациями в исходной работе Hamilton (2018) для квартальных данных: $p = 4$ и $h = 8$. В сравнении с фильтром HP , фильтр Гамильтона даёт более волатильные оценки тренда, но его результаты (после достаточного наращивания выборки) более устойчивы на правом конце (см. ниже).

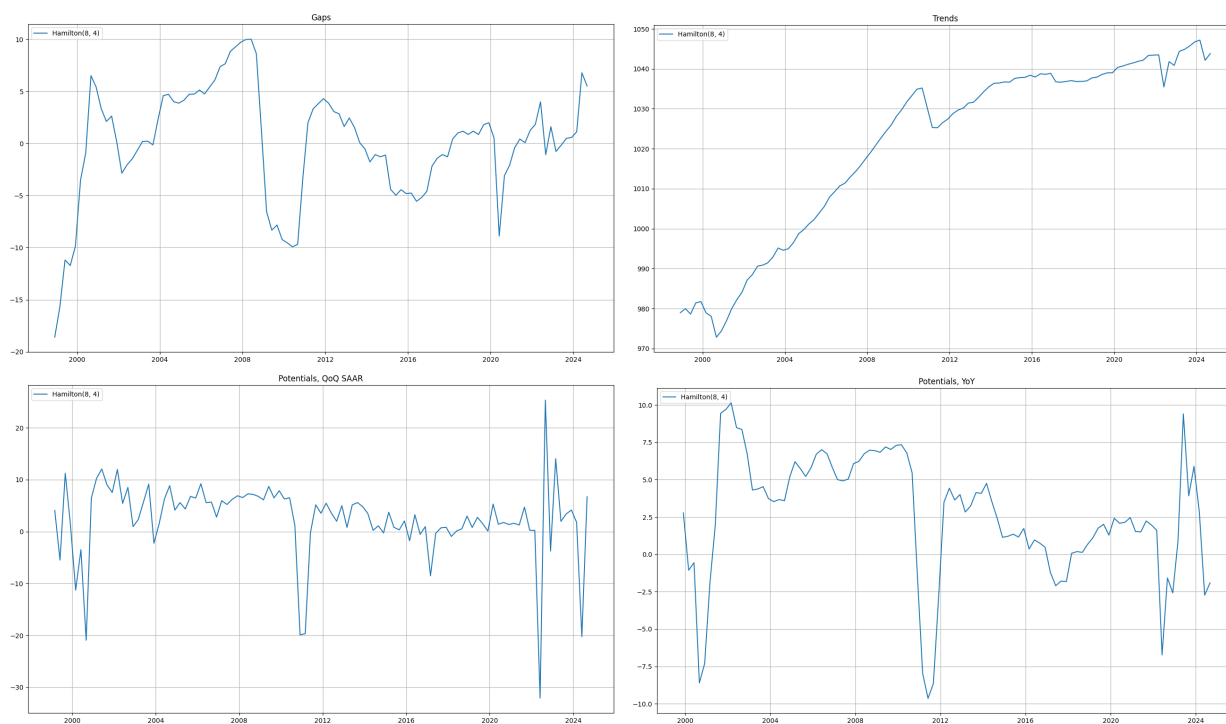


Рис. М.2: Разрыв и тренд выпуска из фильтра Гамильтона.

Полосовые фильтры

В качестве band-pass фильтров будем использовать фильтры:

- Бакстера-Кинга с периодом запаздывания 12 кварталов и целевым диапазоном частот цикла от 6 до 32 кварталов – $BK(12, 6, 32)$;
- Кристиано-Фитджеральда с целевым диапазоном частот цикла от 6 до 32 кварталов – $CF(6, 32)$;
- Баттерворта с целевым диапазоном частот цикла от 6 до 32 кварталов – $BW(6, 32)$.

Диапазон частот цикла выбран в соответствии с определением из Kydland and Prescott (1982). На Рисунке М.6 сравниваются оценки разрыва и тренда выпуска полосовых фильтров.

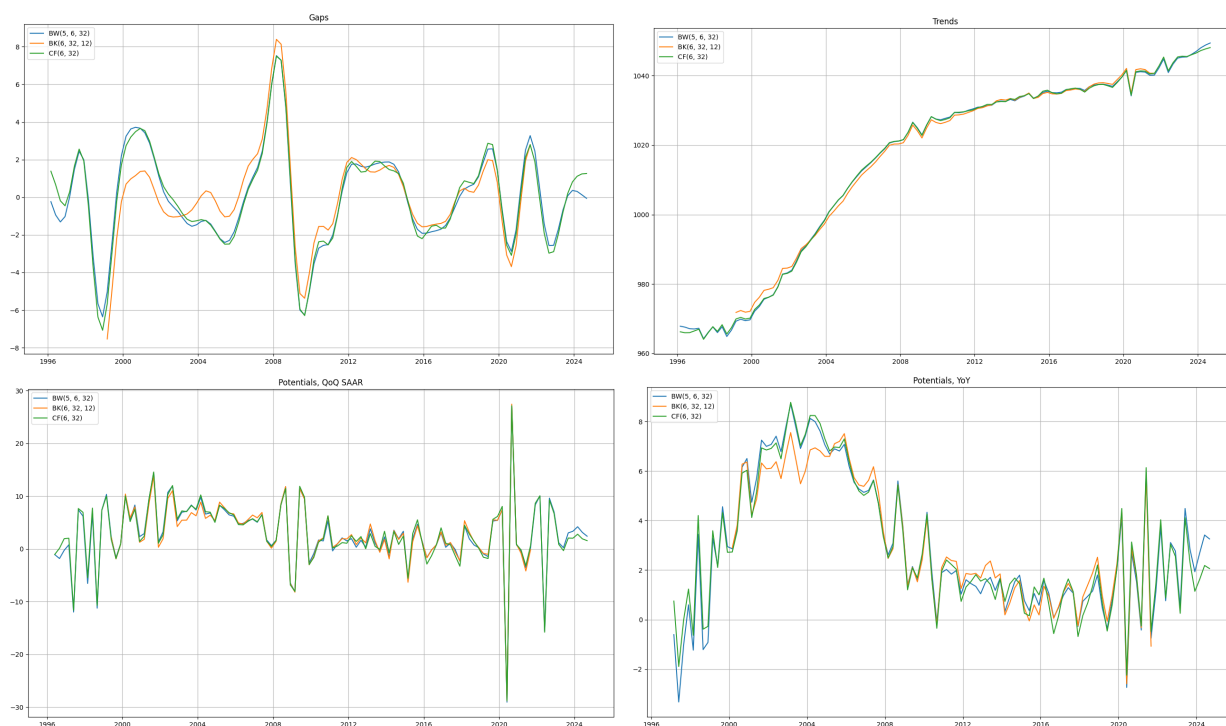


Рис. М.3: Разрыв и тренд выпуска из полосовых фильтров.

Устойчивость односторонних оценок

Простые одномерные фильтры часто критикуются из-за неустойчивости оценок в крайних точках. На рисунках ниже демонстрируются сравнения двусторонних оценок с односторонними (на расширяющемся окне).

Фильтр Ходрика-Прескотта

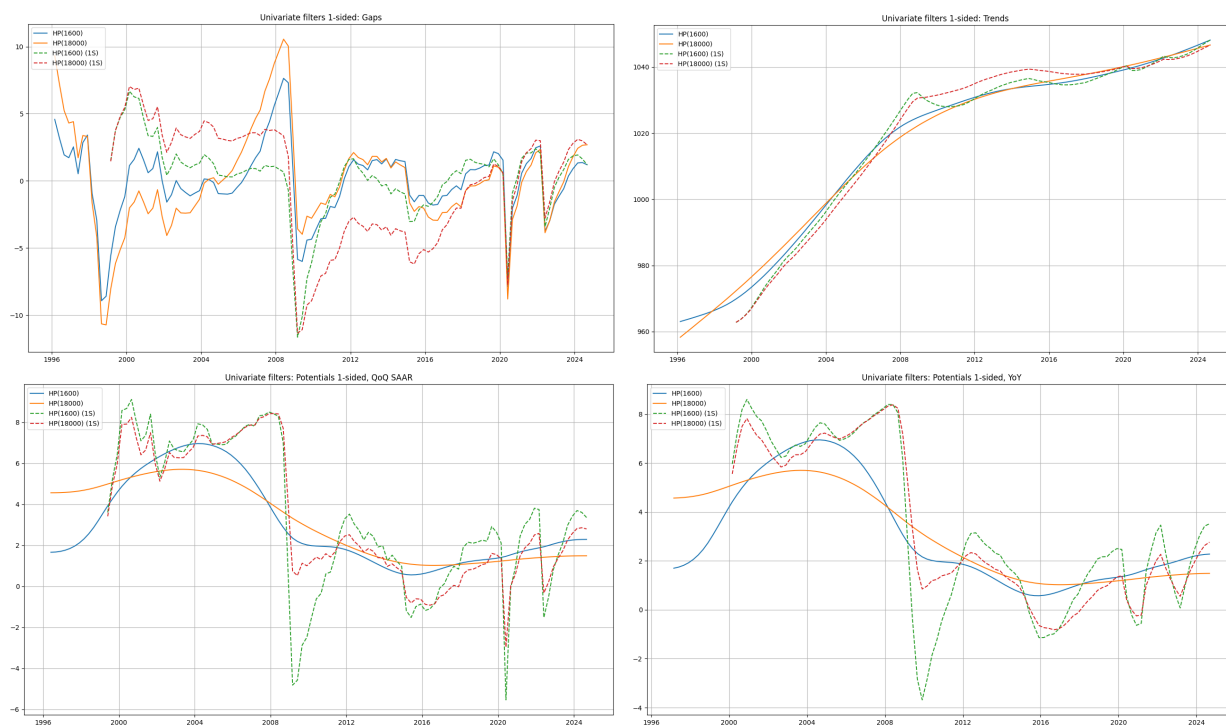


Рис. М.4: Разрыв и тренд выпуска из фильтра Ходрика-Прескотта на расширяющемся окне.

Фильтр Гамильтона

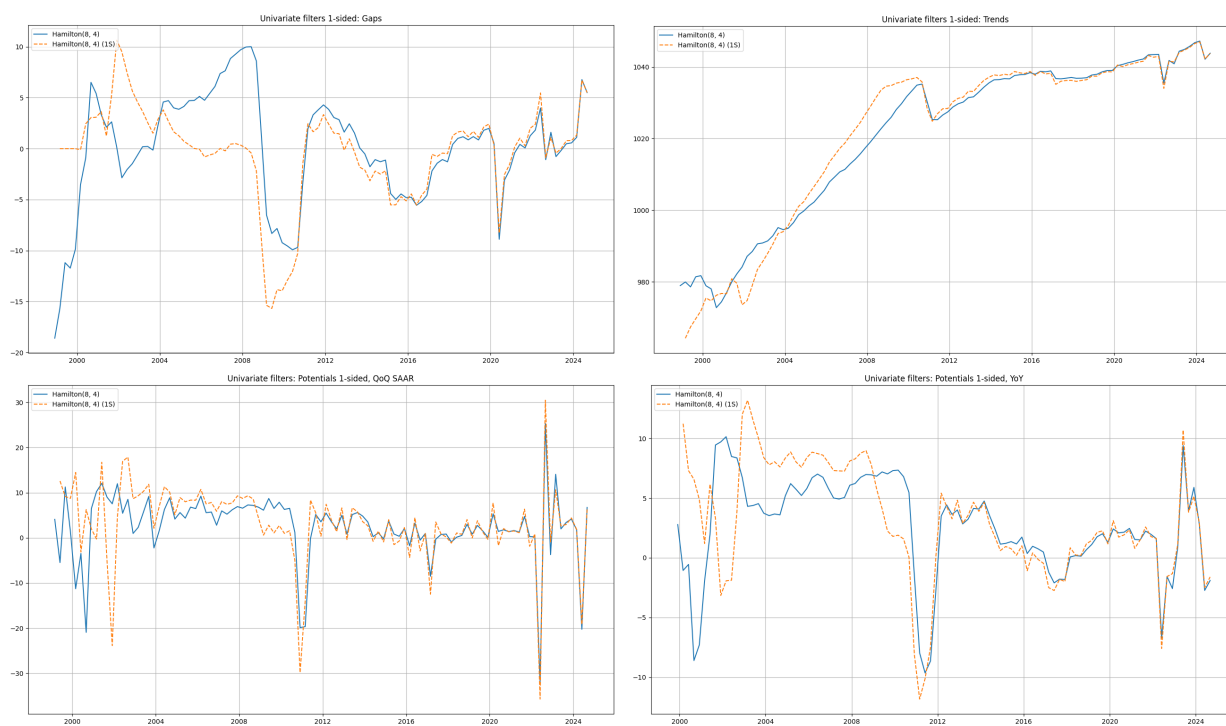


Рис. М.5: Разрыв и тренд выпуска из фильтра Гамильтона на расширяющемся окне.

Полосные частотные фильтры

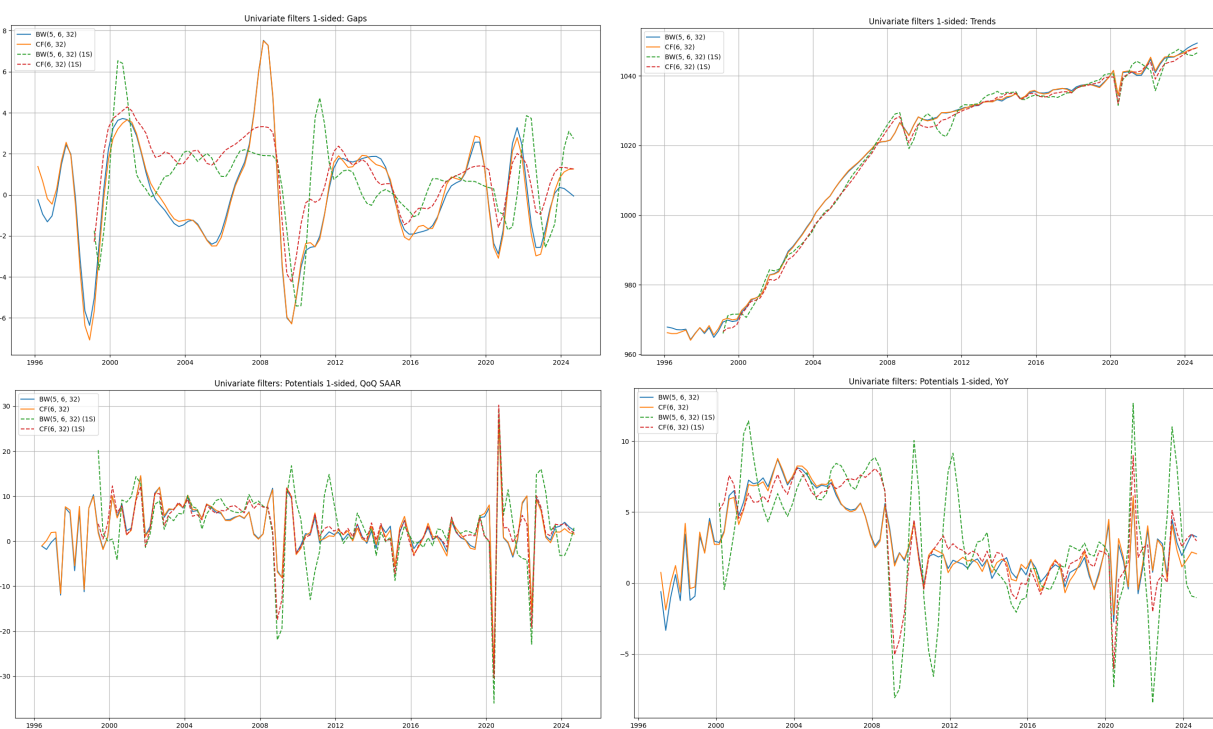


Рис. М.6: Разрыв и тренд выпуска из полосовых фильтров на расширяющемся окне.

Для фильтра *BK* результаты не представлены, т.к. он по своей природе является двусторонним.

Частотные характеристики исследуемых фильтров

Полосовые фильтры оставляют в цикле частоты внутри выбранного диапазона, а НР-фильтр может быть представлен как high-pass фильтр пропускающий частоты выше заданного порога (определяемого λ_{HP}). Частотные спектры этих фильтров представлены на Рисунке М.7.

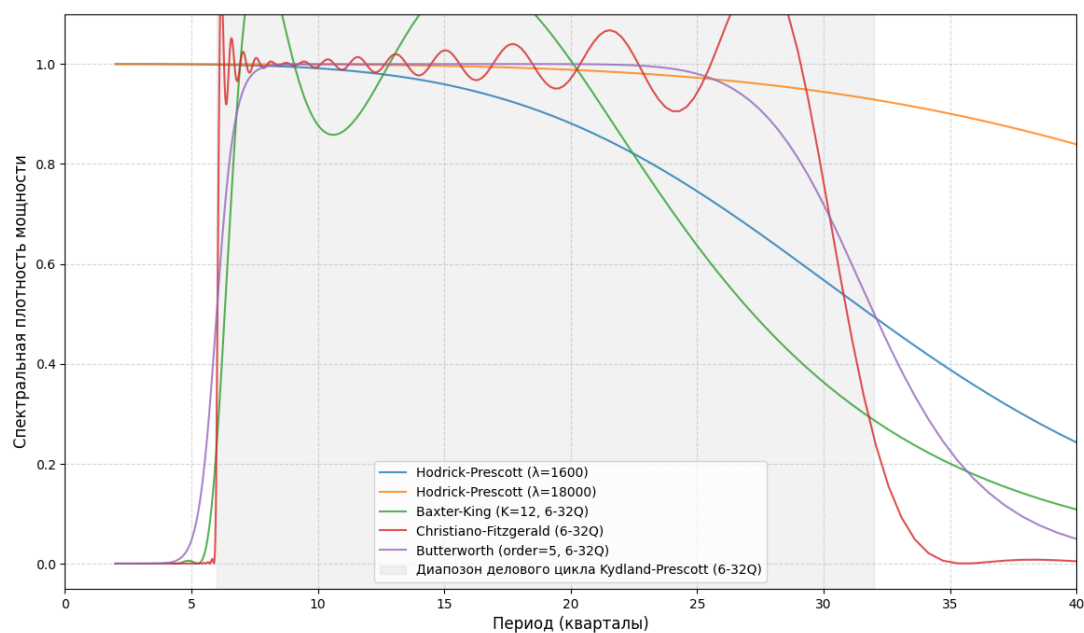


Рис. М.7: Сравнение спектральных плотностей мощности исследуемых фильтров.

N Модель срочной структуры процентных ставок Адриано-Крампа-Менча

Данное приложение содержит результаты расчёта долгосрочной нейтральной ставки в России с помощью модели срочной структуры процентных ставок представленной в *Adrian et al. (2013) Pricing the Term Structure with Linear Regressions*. В работе использовалась репликация на R оригинального кода⁶³ авторов.

Оценка АСМ-модели без добавления макроэкономических факторов

Оценка АСМ-модели без добавления макроэкономических факторов производилась на основе данных среднемесячных кривых бескупонных доходностей ОФЗ за период 01.2003–02.2025. Доходности со сроками погашения от 1 месяца до 10 лет с шагом в 1 месяц интерполировались с помощью модели Нельсона-Сигеля, а в качестве факторов, определяющих поведение кривой брались первые 3, 4 и 5 главных компонент.

В качестве бенчмарка модели для построения нейтральной ставки использовалась 5-факторная модель, число факторов взято из оригинальной работы Adrian et al. (2013). Результаты модельных 10-летних спотовых доходностей, премии за срочность и ожиданий представлены на Рисунках N.1 и N.2:

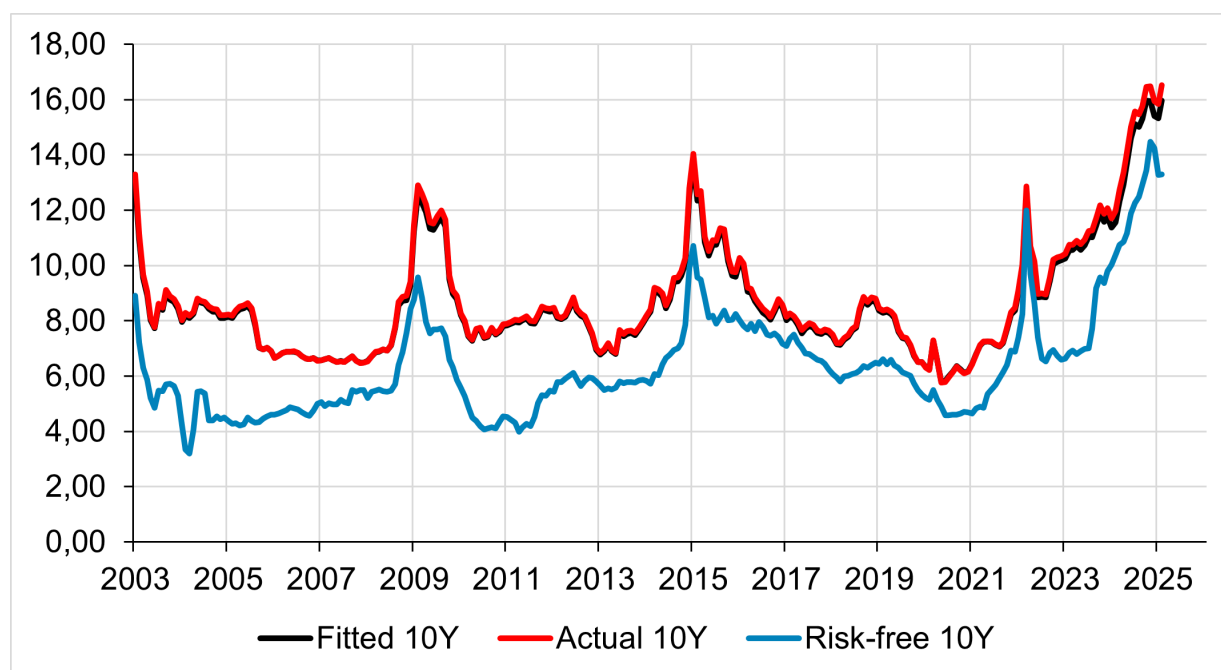


Рис. N.1: Фактические, предсказанные и риск-нейтральные 10-летние спотовые доходности ОФЗ.

⁶³<https://github.com/miabrahams/PricingTermStructure>

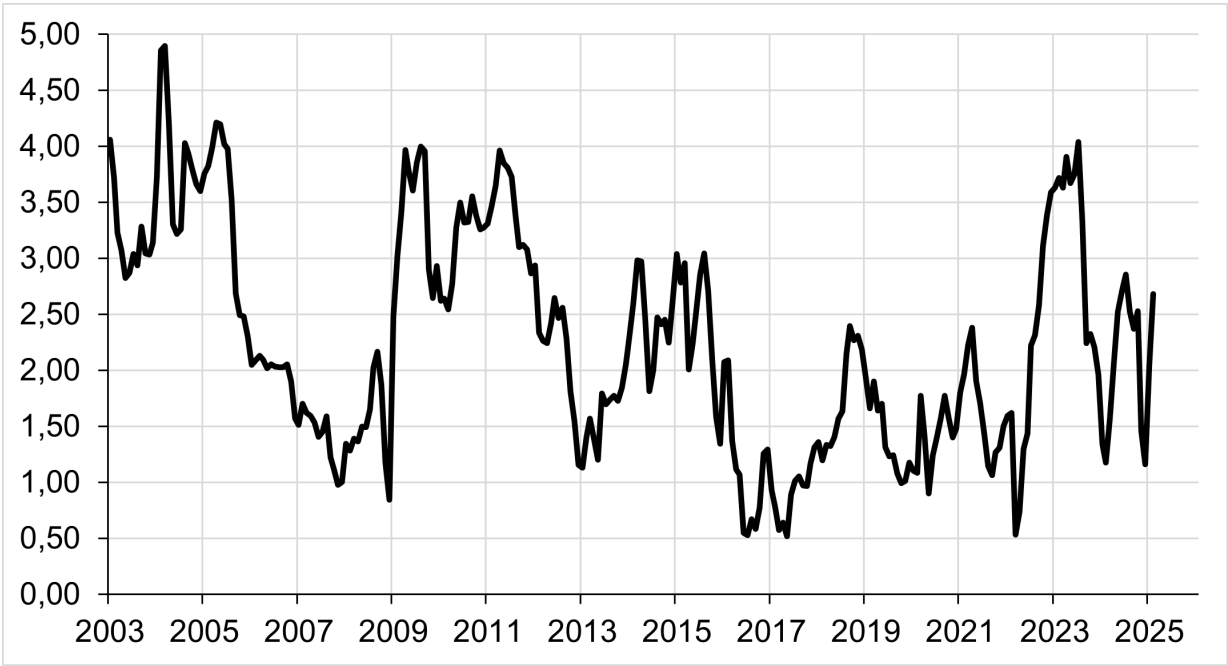


Рис. N.2: Спотовая 10-летняя премия за срочность.

На российских данных эта спецификация так же даёт лучшее качество аппроксимации кривой доходности (см. Таблицу N.1).

PCA(3)				PCA(4)			
	1Y	5Y	10Y		1Y	5Y	10Y
RMSE	0,23	0,24	0,18	RMSE	0,22	0,21	0,19
MAE	0,17	0,17	0,17	MAE	0,14	0,15	0,14
Obs.	266	266	266	Obs.	266	266	266

PCA(5)			
	1Y	5Y	10Y
RMSE	0,23	0,18	0,14
MAE	0,15	0,12	0,09
Obs.	266	266	266

Таблица N.1: Метрики качества ошибок между фактическими и модельными доходностями, %.

В качестве реальной нейтральной ставки брались форвардные 10-летние риск-нейтральные доходности, отражающие долгосрочные ожидания, за вычетом цели по инфляции. Дополнительно было произведено сглаживание фильтром Ходрика-Прескотта ($\lambda = 14.400$), результаты представлены на Рисунке N.3:

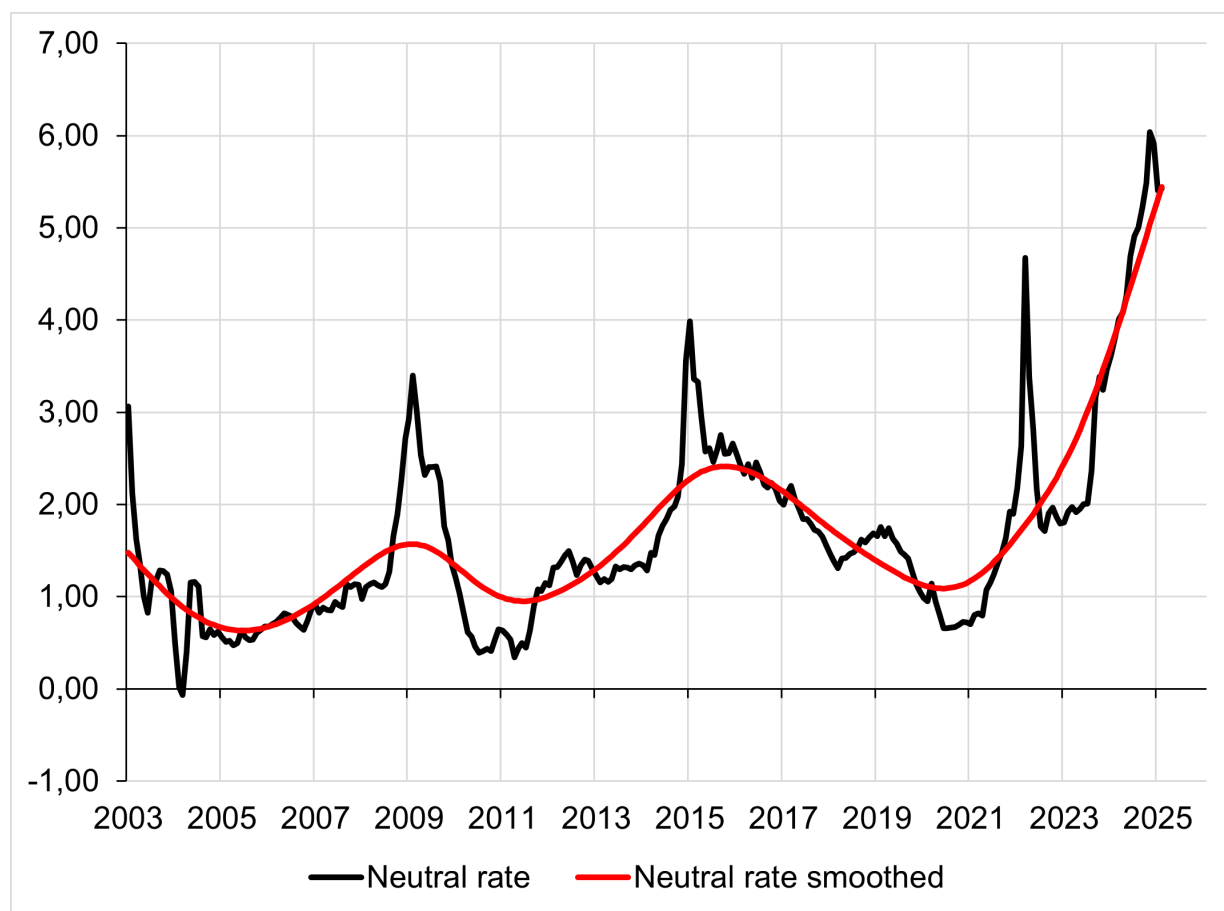


Рис. N.3: Долгосрочная реальная нейтральная ставка в России.

Оценка модели с дополнительными факторами

Также была произведена оценка модели с добавлением макроэкономических факторов для сглаживания колебаний долгосрочных ожиданий и премии за срочность. При оценивании в качестве ненаблюдаемых факторов были рассмотрены комбинации главных компонент доходностей с фактическими значениями (RVI (values)) и темпами прироста индекса RVI (RVI (growth rate)), ИПЦ (г/г) (CPI), лагом ИПЦ (lag(CPI)), ИБВЭД (прокси ВВП) и лагом ИБВЭД. В случае с индексом RVI для получения более длинного ряда переменной волатильности рынка для ранних периодов были взяты значения, схожего по структуре индекса RTSVX, данные по которому существуют для 2011–2013 (когда RVI ещё не существовал), но отсутствуют после 2016 года.

Итоговая модель выбиралась на основе различных критериев: соответствие модельных доходностей фактическим, стационарность авторегрессионных моделей, неотрицательность длинных премий за срочность и др. Результаты перформанса модификаций модели для различных сроков погашения представлены в Таблице N.2:

PCA(4) + RVI (values)				PCA(4) + RVI (growth rate)			
	1Y	5Y	10Y		1Y	5Y	10Y
RMSE	0,21	0,08	0,04	RMSE	0,19	0,17	0,16
MAE	0,14	0,06	0,03	MAE	0,12	0,12	0,11
Obs.	170	170	170	Obs.	169	169	169

PCA(3) + CPI + RVI (growth rate)				PCA(3) + CPI + RVI (values)			
	1Y	5Y	10Y		1Y	5Y	10Y
RMSE	0,26	0,23	0,18	RMSE	0,26	0,17	0,09
MAE	0,17	0,15	0,13	MAE	0,18	0,12	0,07
Obs.	169	169	169	Obs.	170	170	170

PCA(4) + CPI				PCA(4) + lag(CPI)			
	1Y	5Y	10Y		1Y	5Y	10Y
RMSE	0,21	0,19	0,17	RMSE	0,27	0,22	0,18
MAE	0,15	0,12	0,12	MAE	0,19	0,13	0,12
Obs.	266	266	266	Obs.	266	266	266

Таблица N.2: Метрики качества ошибок между фактическими и модельными доходностями, %.

В таблице указаны лишь те кандидаты, которые наиболее соответствовали указанным выше критериям, не вошедшие в итоговый список комбинации также были рассмотрены. В качестве основной модели с макроэкономическими факторами, была выбрана АСМ на основе первых 4х главных компонент и значениях RVI.

Согласно Рисункам N.4–N.6, использование дополнительных переменных снижает волатильность премии за срочность и нейтральной ставки, но общая картина остаётся той же, что говорит в пользу устойчивости результатов. В обоих случаях с 2020 года наблюдается стремительный относительно истории рост реальной нейтральной ставки, полученной на основе долгосрочных ожиданий, на 2,5–4 п.п.

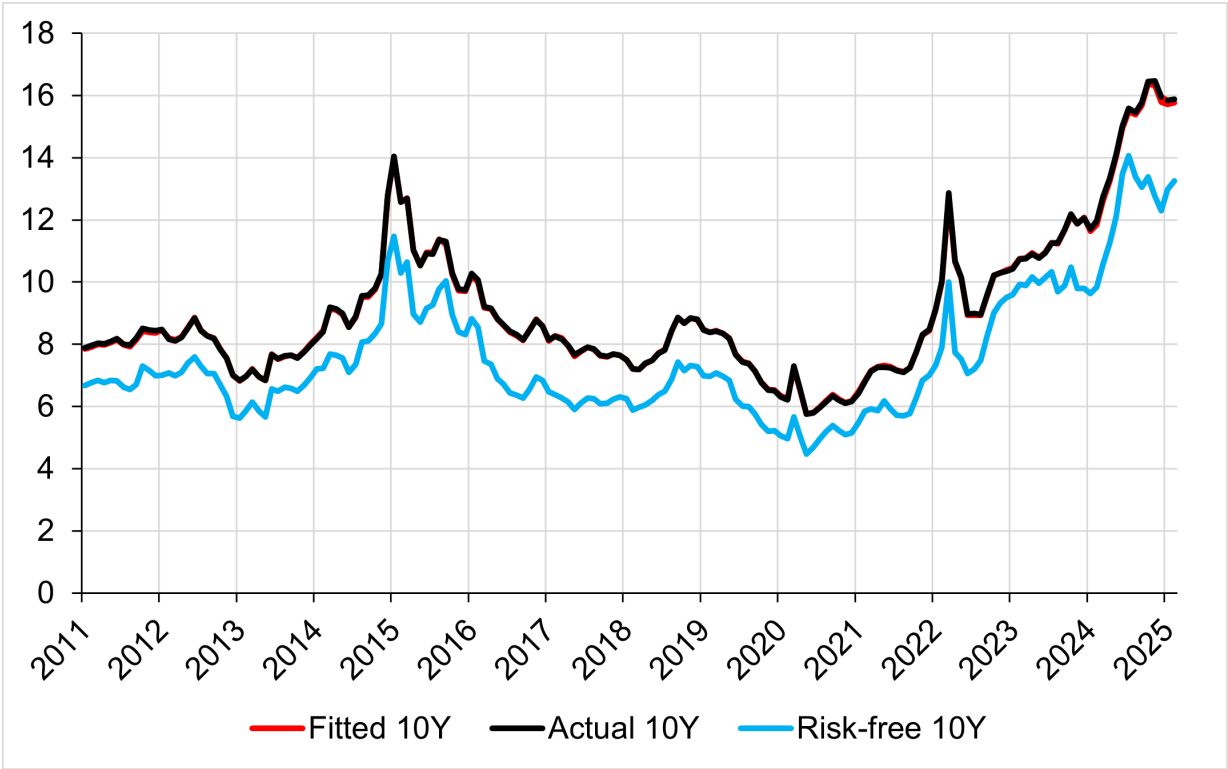


Рис. N.4: Фактические, предсказанные моделью с макропеременными и риск-нейтральные 10-летние спотовые доходности ОФЗ.

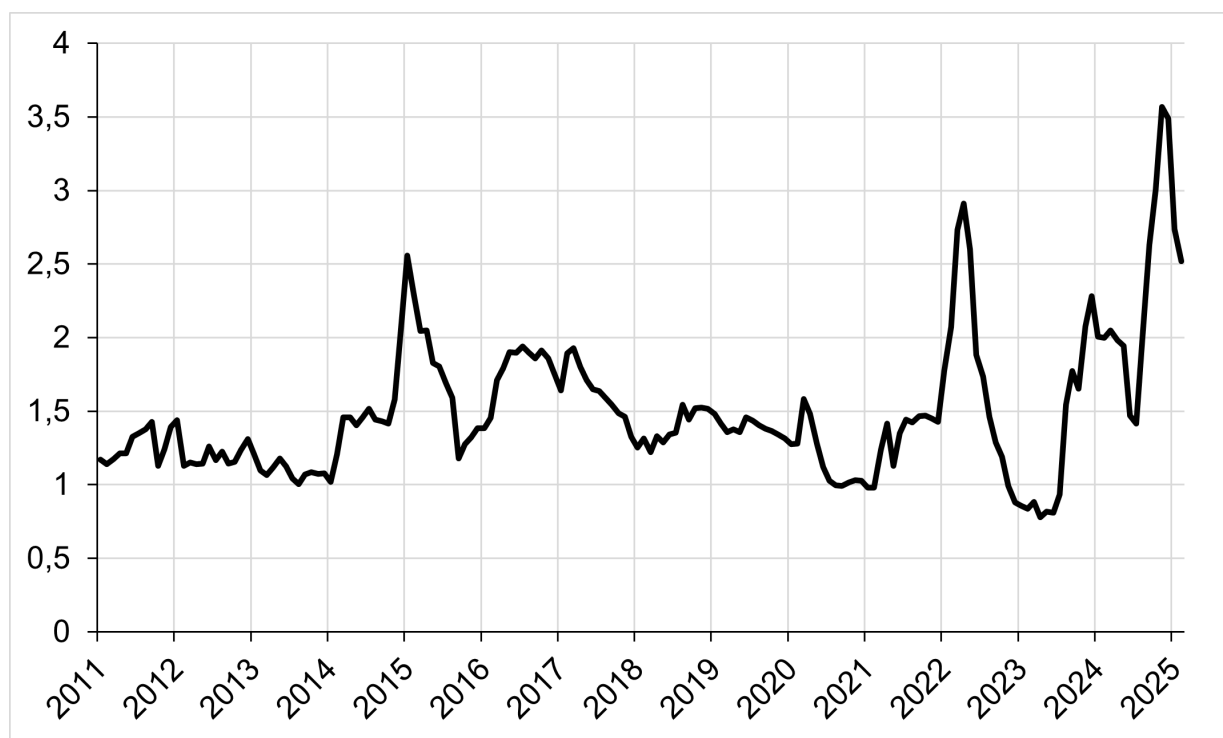


Рис. N.5: Спотовая 10-летняя премия за срочность.

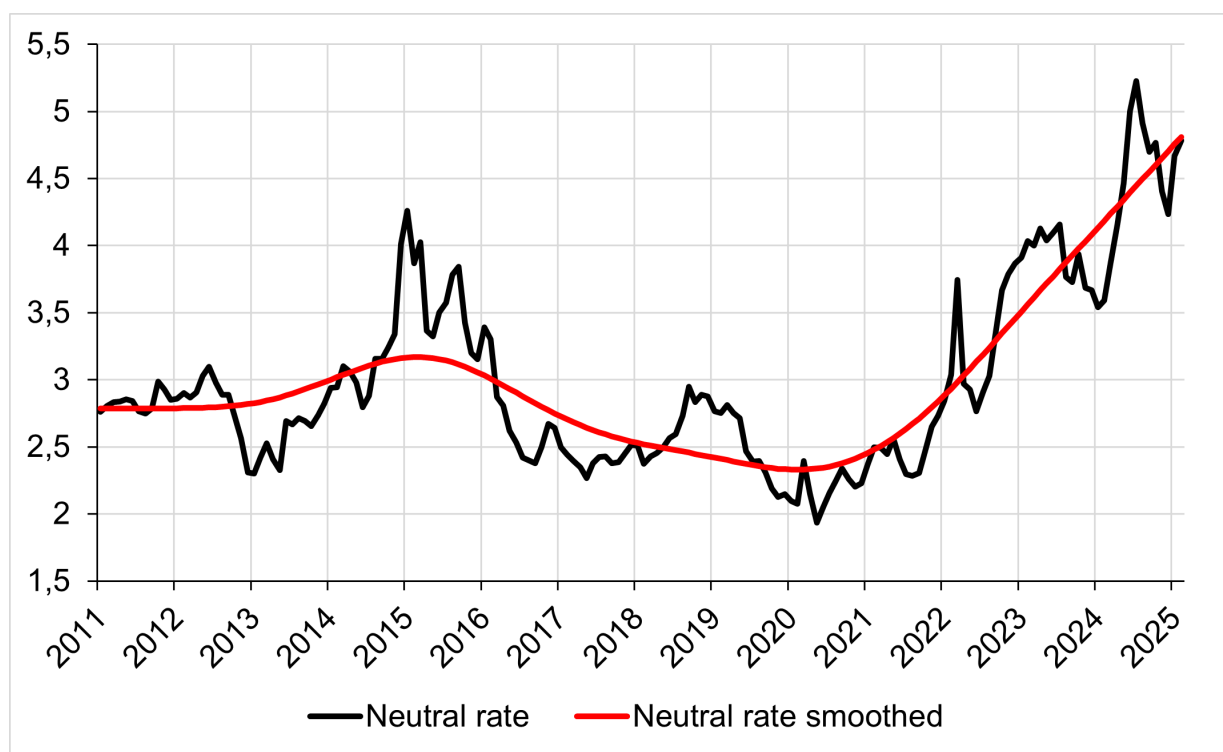


Рис. N.6: Долгосрочная реальная нейтральная ставка в России.

Результаты для спецификаций только с главными компонентами

Результаты оценки авторегрессионной матрицы для факторов, её собственных векторов и ковариационной матрицы ошибок для разного количества используемых главных компонент представлены ниже.

VAR(1), K = 3	PC1	PC2	PC3
PC1	0,98	0,06	-0,17
PC2	0,01	0,94	0,05
PC3	-0,00	-0,01	0,84

Таблица N.3: Оценка авторегрессионной матрицы факторов для PCA(3) спецификации.

VAR(1), K = 4	PC1	PC2	PC3	PC4
PC1	0,98	0,06	-0,16	0,79
PC2	0,01	0,94	0,05	0,03
PC3	-0,00	-0,01	0,84	-0,11
PC4	-0,00	0,00	-0,03	0,77

Таблица N.4: Оценка авторегрессионной матрицы факторов для PCA(4) спецификации.

VAR(1), K = 5	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
PC1	0,98	0,06	-0,16	0,79	-0,64
PC2	0,01	0,94	0,05	0,03	-0,38
PC3	-0,00	-0,01	0,84	-0,11	-0,68
PC4	-0,00	0,00	-0,03	0,77	0,10
PC5	0,00	0,00	-0,00	-0,00	0,81

Таблица N.5: Оценка авторегрессионной матрицы факторов для PCA(5) спецификации.

K	$ \lambda_1 $	$ \lambda_2 $	$ \lambda_3 $	$ \lambda_4 $	$ \lambda_5 $
3	0,99	0,93	0,85	-	-
4	0,99	0,92	0,88	0,74	-
5	0,99	0,91	0,91	0,80	0,73

Таблица N.6: Абсолютные значения собственных значений VAR(1) коэффициентов для разных спецификаций.

Σ , K = 3	PC1	PC2	PC3
PC1	0,0041	-0,0001	0,0001
PC2	-0,0001	0,0003	0,0000
PC3	0,0001	0,0000	0,0001

Таблица N.7: Оценка ковариационной матрицы шоков для PCA(3) спецификации.

Σ , K = 4	PC1	PC2	PC3	PC4
PC1	0,0041	-0,0001	0,0001	0,0000
PC2	-0,0001	0,0003	0,0000	0,0000
PC3	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
PC4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Таблица N.8: Оценка ковариационной матрицы шоков для PCA(4) спецификации.

$\Sigma, K = 5$	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
PC1	0,0041	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
PC2	-0,0001	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
PC3	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
PC4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PC5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Таблица N.9: Оценка ковариационной матрицы шоков для PCA(5) спецификации.

Результаты для лучшей отобранной модели с дополнительными переменными

Результаты оценки авторегрессионной матрицы факторов, модулей собственных векторов и ковариационной матрицы ошибок лучшей отобранной модели с дополнительными переменными представлены ниже:

VAR(1), K = 4	PC1	PC2	PC3	PC4	RVI
PC1	1,0006	-0,2635	0,3680	1,4906	-8,7053e-06
PC2	0,0052	0,9219	0,1819	-0,0322	6,5998e-06
PC3	-0,0012	-0,0105	0,7940	-0,2508	-2,6830e-05
PC4	-0,0004	-0,0001	-0,0308	0,7193	-5,4384e-06
RVI	-1,2253	-1,2715	105,4445	54,0574	0,9765

Таблица N.10: Оценка авторегрессионной матрицы факторов для отобранной спецификации.

$ \lambda_1 $	$ \lambda_2 $	$ \lambda_3 $	$ \lambda_4 $	$ \lambda_5 $
0,98	0,97	0,90	0,90	0,67

Таблица N.11: Абсолютные значения собственных значений VAR(1) коэффициентов для отобранной спецификации.

$\Sigma, K=5$	PC1	PC2	PC3	PC4	RVI
PC1	0,0044	-1,343e-05	6,231e-05	2,376e-05	0,3972
PC2	-1,343e-05	0,0002	-2,654e-06	1,037e-07	0,0002
PC3	6,231e-05	-2,654e-06	0,0001	1,073e-05	0,0040
PC4	2,376e-05	1,037e-07	1,073e-05	1,639e-05	0,0032
RVI	0,3972	0,0002	0,0040	0,0032	68,29396

Таблица N.12: Оценка ковариационной матрицы шоков для отобранной спецификации.

О Методология расчёта квартального прокси на динамику капитала

В России на текущий момент существуют сложности со статистикой по физическому капиталу, которые особенно остры в случае работы с квартальной частотой данных. По этой причине в работе конструируется собственная оценка квартального ряда динамики физического капитала. При этом под физическим капиталом в рамках данной работы подразумевается стоимость в ценах базового года основных фондов, износ которых в каждый момент времени равен нулю.

Стоит отметить, что это не первая работа, пытающаяся решить эту задачу применительно к в России (Kuboniwa, 2011). Однако в отличие от аналогичных работ, в текущей не используется метод непрерывной инвентаризации (МНИ) напрямую – решено было провести корректировку официальных оценок по динамике основных фондов в сопоставимых ценах. Эта корректировка нужна для того, чтобы учесть наличие износа в основных фондах и с как можно меньшими искажениями перейти от динамики фондов к динамике неизношенного капитала, для которого и формулируются все стандартные уравнения из теории.

Важно заметить, что работа фокусируется исключительно на агрегированной динамике капитала и рассматривает капитал как концепцию запаса аналогично Toth (2021), а не как более аккуратную концепцию потока услуг капитала (Jorgenson, 1963). Главная цель этого ряда – предложить некоторую более оперативную и высокочастотную оценку динамики агрегированного запаса капитала, которая может быть полезна при разработке ДКП (в частности, для работы с подобными фильтрами выпуска).

Для рассмотрения динамики основных фондов используется показатель «Динамика изменения наличия основных фондов по полному кругу организаций (в сопоставимых ценах)». Фактически это данные по темпу прироста основных фондов в сопоставимых ценах, то есть в физическом выражении. Приблизительно этот показатель равен разнице между коэффициентами обновления и выбытия основных фондов. Этот показатель очищен от влияния смешанных цен (за счет расчета в т.н. «восстановительных ценах»), и отражает изменение стоимости основных фондов, не связанное с изменением цен на эти основные фонды. Недостатком показателя является то, что снижение его объема связано лишь со списанием фондов (физическое уничтожение), а отрицательный вклад от физического и морального износа напрямую не учтен. Поэтому основные фонды не совсем корректно считать полноценной альтернативой капиталу.

Чтобы преодолеть это ограничение, в работе предполагается, что связь между капиталом (K_t^*) и основными фондами (K_t , включая износ, т.е. по полной восстановительной стоимости) выражается следующим соотношением:

$$K_t^* = K_{t-1}^* + g_{k,t}K_{t-1} - \delta_t^*K_{t-1}^*, \quad (O.1)$$

где $g_{k,t}$ – прирост основных фондов в сопоставимых ценах, δ_t^* – амортизация капитала из-за физического и морального износа, а также случайных повреждений.

Формула основана на предположении, что в момент роста основных фондов – введенные в текущем периоде в эксплуатацию фонды еще не изношены, а потому в абсолютном выражении капитал увеличится на ту же самую величину. С другой стороны, в отличие от основных фондов капитал еще снижается на величину амортизации. При небольших преобразованиях это уравнение можно свести к стандартному виду уравнения эволюции капитала во времени для скорректированных показателей динамики основных фондов.

На практике из-за доступной статистики удобнее работать с формулой в относительном выражении:

$$g_{k^*,t} = \gamma_{k,t-1}g_{k,t} - \delta_t^* = \gamma_{k,t-1}(g_{k,t} - \delta_t), \quad (O.2)$$

где δ_t^* – амортизация капитала (в действительности это та ее часть, что связана с физическим и моральным износом), $\gamma_{k,t-1}$ – соотношение основных фондов и физического капитала, а δ_t – изнашиваемость основных фондов. Аналогично работе Kuboniwa (2011) расчет показателя изнашиваемости фондов базируется не на в определенном смысле субъективных данных по бухгалтерской амортизации, а на данных по потреблению основного капитала (Система национальных счетов). Он по определению представляет собой «уменьшение стоимости основного капитала [основных фондов] в течение отчетного периода в результате его физического и морального износа, случайных повреждений».

Соотношение основных фондов и физического капитала можно записать как:

$$\gamma_{k,t-1} = \frac{K_{t-1}}{K_{t-1}^*} = \frac{1}{1 - \theta_{t-1}}, \quad (O.3)$$

где θ_{t-1} – бухгалтерский износ основных фондов (статистика Росстата). Использование бухгалтерского показателя для оценки соотношения изношенных и неизношенных активов в этом случае кажется уместным и даже более корректным, потому что при прочих равных о среднем состоянии своих активов предприятиям известно лучше, чем об изменении этого состояния.

С помощью этих формул и исходных данных можно оценить динамику капитала на годовой частоте с 1999 г. по 2022 год. Интерполяция на кварталы, а также дооценка на периодах, где данные по отдельным показателям (в частности по износу фондов) недоступны, происходит с помощью фильтра Калмана в рамках модели ненаблюдаемых компонент. При этом квартальная динамика основных фондов оценивается с помощью квартальных данных по валовому накоплению основного капитала, а динамика износа фондов и выбытия – в предположении, что их процессы следуют случайному блужданию. Результаты модели представлены на Рисунке О.1.

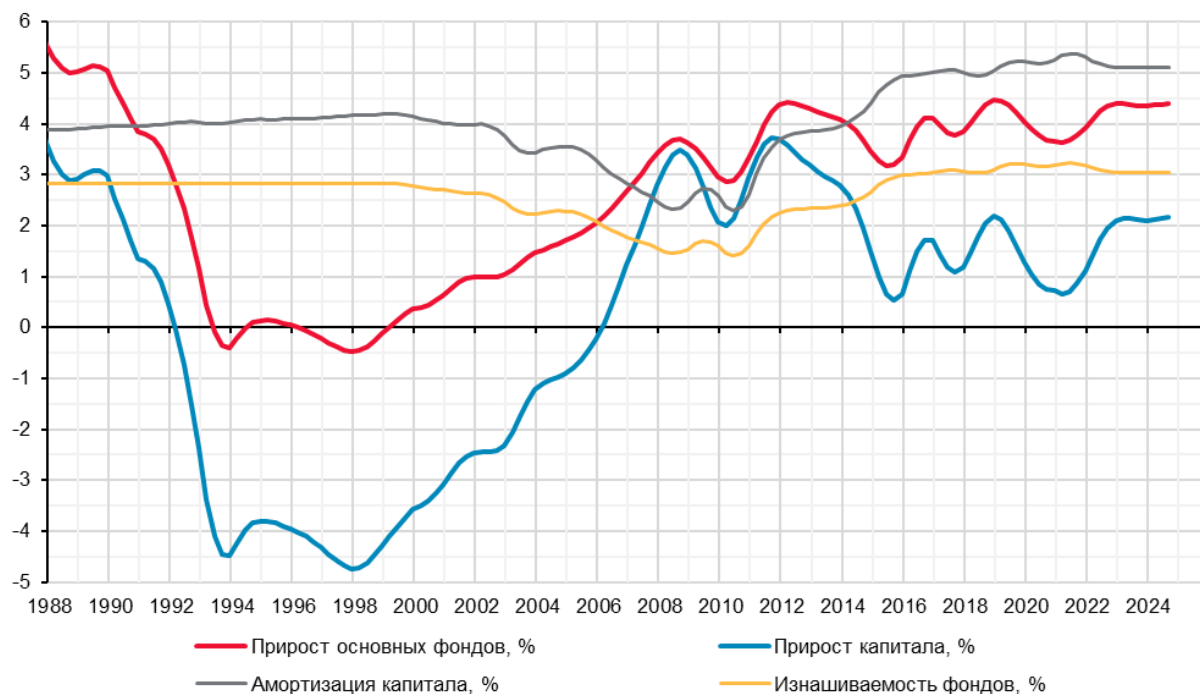


Рис. О.1: Динамика основных фондов и капитала (% г/г).

Более подробное описание методологии впоследствии будет представлено в работе Вихарев (forthcoming).

Р Методология расчёта прокси на CDS

Котировки кредитно-дефолтного свопа (англ. Credit Default Swap, CDS) представляют собой рыночную стоимость хеджирования риска дефолта эмитента – государства в случае ОФЗ – либо отказа эмитента от платежей, а их значения можно использовать для оценки риска инвестиций в суверенный долг. Как правило, для оценки страновой риск-премии используют 5-летние свопы – CDS 5Y, – торгуемые на внебиржевом рынке, котировки которых оперативнее реагируют на изменения условий, чем публикации рейтинговых агентств. Таким образом, котировки спреда CDS – это хорошая прокси-переменная на стоимость премии за риск инвестиций в суверенный долг, которая может быть использована при расчетах нейтральной ставки, например, с помощью непокрытого паритета процентных ставок.

В случае оценки риск-премии для России возникает проблема отсутствия котировок CDS после мая 2022 года ввиду санкций, поэтому в качестве более поздних значений будут использоваться модельные оценки. Регрессорами были отобраны переменные, которые являются факторами, формирующими стоимость CDS либо коррелирующими с ними:

- **Спред между 5-летними еврооблигациями, выпущенными Минфином РФ, и UST 5Y.** Поскольку американский долг, эмитированный в USD, можно условно считать безрисковым, то спред к нему будет отражать премию за риск (Daly et al., 2016), при этом в нем не будет учитываться валютный риск, так как российские еврооблигации номинированы так же в долларах.
- **Средние значения CDS стран с развивающимися рынками.** Используется среднее арифметическое значение котировок CDS 5Y Китая, Казахстана, Индии, Чили, Бразилии, Мексики, Индонезии, ЮАР, Турции, Малайзии за исключением максимальных и минимальных значений.
- **Форвардный индекс ОФЗ 5Y5Y.** 5-летняя форвардная ставка ОФЗ через 5 лет используется в качестве прокси-переменной длинной премии за срочность (в предположении, что рыночная оценка долгосрочной нейтральной ставки существенно менее волатильна).
- **Индекс RVI.** Согласно Doshi et al. (2016), одним из факторов, отражающим общую неопределённость на финансовых рынках и связанным со значениями котировок CDS, является вменённая волатильность рынка акций.
- **Спред корпоративных облигаций и ОФЗ.** Altman и Rijken (2011) отмечают значимую связь финансового состояния корпоративного сектора с ценами CDS, которое в работе аппроксимируется с помощью спреда индекса корпоративных облигаций и ОФЗ (G-спред), отражающего локальный кредитный риск.
- **Волатильность курсов юаня и доллара.** CDS-спреды положительно связаны с волатильностью курса (Doshi et al., 2016), в работе этот показатель был посчитан для юаня и доллара с помощью GARCH(1,1)-модели, результаты оценки которой представлены ниже в Таблице Р.1. Порядок модели был выбран на основе информационных критериев.

Таблица Р.1: Результаты оценки GARCH(1,1) модели для курсов юаня и доллара.

	USD/RUB			CNY/RUB		
	Value	Std. Error	P-value	Value	Std. Error	P-value
mu	0,004	0,003	0,175	9,715	0,027	~ 0
omega	3.6e-04	1.9e-04	0,052	0,002	6.6e-04	1.9e-04
alpha[1]	0,107	0,017	5.3e-10	0,644	0,064	7.8e-24
beta[1]	0,893	0,019	~ 0	0,356	0,067	1.1e-07
BIC	8918,173			9219,293		
Log-Likelihood	-4441,610			-4593,636		
No. Observations	6237			2996		

В качестве модели для восстановления спредов CDS используется модель линейной регрессии без лагов на дневных данных. В качестве вариантов были рассмотрены следующие спецификации:

- Линейная регрессия на все переменные
- Ridge-регрессия

- Lasso-регрессия
- Elastic net
- Линейная регрессия на главные компоненты

Согласно значениям RMSE и MAE на тестовой выборке (Таблица Р.2), итоговый выбор был сделан в пользу линейной регрессии на основе двух главных компонент (Рисунок Р.1), по этой модели синтезировались значения CDS для периода после мая 2022 года (Рисунок Р.3). Прогнозные in-sample и out-of-sample свойства данной модели показаны на Рисунке Р.2.

Таблица Р.2: Результаты прогнозов моделей на тестовой выборке.

	Linear Regr.	Ridge	Lasso	Elastic Net	LR+PCA
RMSE	57.93	57.79	49.95	25.19	20.03
MAE	51.77	51.62	44.92	20.53	16.93
No. Obs.	102	102	102	102	102

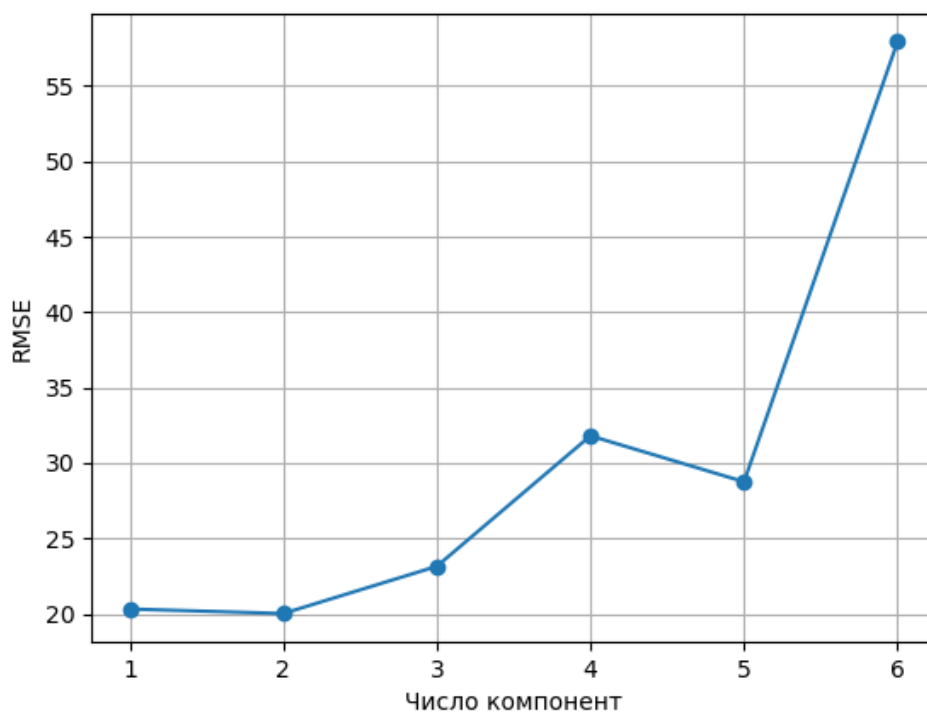


Рис. Р.1: Среднеквадратичная ошибка прогноза в зависимости от количества главных компонент.

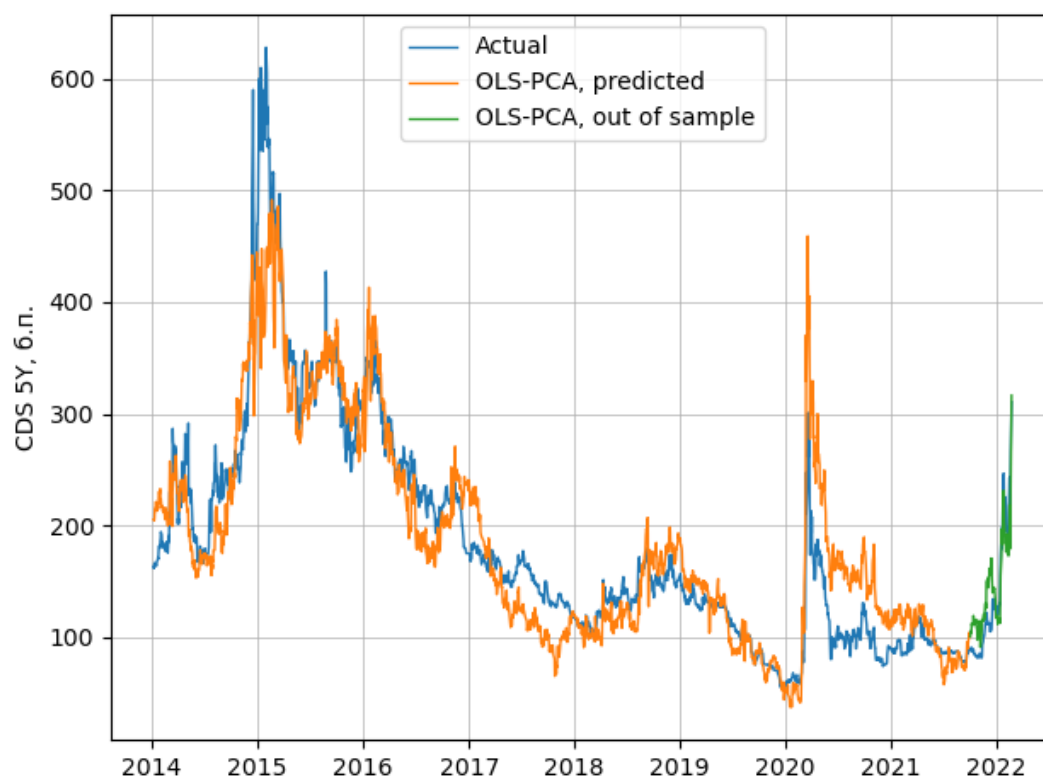


Рис. Р.2: In-sample и out-of-sample прогнозы CDS 5Y с помощью модели линейной регрессии.

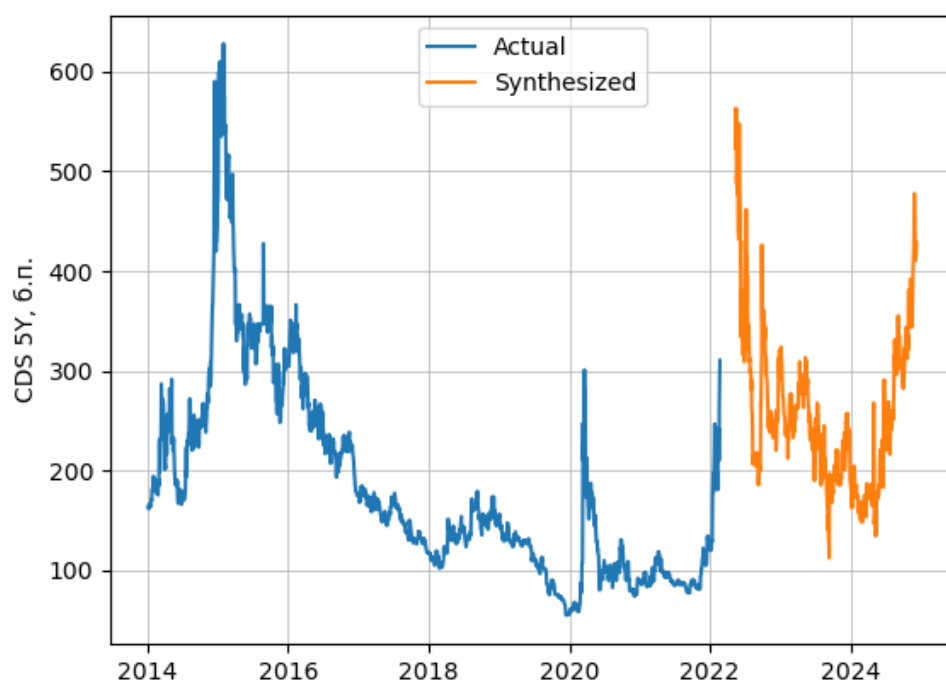


Рис. Р.3: Фактические и синтетические модельные котировки CDS.